

RESISTENZA A FATICA E CRITERI DI PREVISIONE PER LAMINATI IN MATERIALE COMPOSITO IN PRESENZA DI SOLLECITAZIONI MULTIASSIALI

M. Quaresimin¹ and L. Susmel²

¹Dipartimento di Tecnica e Gestione dei sistemi industriali, Università di Padova, Vicenza (Italy)

²Department of Mechanical Engineering, Trinity College, Dublin (Ireland)

E-mail: marino.quaresimin@unipd.it; lsusmel@ing.unife.it

SOMMARIO

Il lavoro presenta una panoramica sul comportamento a fatica di laminati e strutture tubolari in composito a matrice polimerica soggette a carichi multiassiali. I dati disponibili nella letteratura tecnica sono stati raccolti e rianalizzati con l'obiettivo di individuare l'influenza sulla resistenza a fatica dei principali parametri progettuali (rapporto di biassialità, angolo di fase dei carichi applicati, angolo di off-axis tra direzione del carico e direzione delle fibre e presenza di intagli). Il parametro che condiziona maggiormente le proprietà di resistenza è risultato essere il rapporto di biassialità ed, in particolare, la presenza di componenti di tensione tangenziale sia nel caso di materiale liscio sia in presenza di intagli. Nella seconda parte del lavoro vengono discusse e confrontate alcune metodologie presenti in letteratura per la previsione della vita a fatica in condizioni di carico multiassiale. Sono stati presi come riferimento il modello proposto da Smith & Pascoe e un approccio basato sull'estensione alla fatica dei criteri polinomiali per la resistenza statica. La capacità previsionale dei diversi modelli è stata valutata sulla base dei dati sperimentali disponibili e di un opportuno indice di errore ottenendo prestazioni confrontabili per i diversi modelli ma poco soddisfacenti in termini di accuratezza.

Nomenclatura

E_N	indice di errore
E_1, E_2, G_{12}	proprietà elastiche nel sistema di riferimento di materiale
k	pendenza inversa della curva di fatica
K_f	fattore di riduzione della resistenza a fatica $\sigma_{i,A-Liscio}/\sigma_{i,A-Intagliato}$ ($i=1, 2, \dots, 6$)
N_f	numero di cicli a rottura (sperimentale)
$N_{f,e}$	numero di cicli a rottura (stimato)
r	direzione di riferimento
R	rapporto di ciclo $\sigma_{i,min}/\sigma_{i,max}$ ($i=1, 2, \dots, 6$)
O_{xyz}	sistema di riferimento globale (geometrico)
O_{123}	sistema di riferimento locale (di materiale)
T_σ	$\sigma_{i,A, P.S. 10\%}/\sigma_{i, P.S. A, 90\%}$
U_F	energia di deformazione
θ	angolo di off-axis
θ_r	angolo di riferimento

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	tensioni normali nel sistema di riferimento di materiale
$\sigma_4, \sigma_5, \sigma_6$	tensioni tangenziali nel sistema di riferimento di materiale
$\sigma_{i,a}$	ampiezza di tensione applicata ($i=1, 2, \dots, 6$)
$\sigma_{i,A}$	ampiezza di tensione di riferimento (50% P.S.) a $2 \cdot 10^6$ cicli ($i=1, 2, \dots, 6$)
$\sigma_{i,max}$	tensione massima applicata ($i=1, 2, \dots, 6$)
$\sigma_{i,ult}$	resistenza statica ($i=1, 2, \dots, 6$)
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	tensioni normali nel sistema di riferimento assoluto (geometriche)
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	tensioni tangenziali nel sistema di riferimento assoluto (geometriche)
δ	angolo di fase
λ_T	τ_{xy}/σ_x (provini tubolari)
λ_C	σ_y/σ_x (provini cruciformi)
λ_1	σ_2/σ_1
λ_2	σ_6/σ_1

1. INTRODUZIONE

Il continuo incremento delle prestazioni richiesto ai componenti strutturali in materiale composito impone lo sviluppo di metodologie previsionali e regole di progettazione affidabili e sicure, in grado di considerare situazioni di carico generiche, come, ad esempio, le sollecitazioni cicliche multiassiali a cui sono tipicamente sottoposti in esercizio i componenti strutturali.

Il comportamento statico e a fatica dei materiali compositi è stato in passato oggetto di numerose ricerche; nonostante il problema sia ancora aperto per l'assenza di regole progettuali di validità generale, gli studi effettuati hanno consentito innanzitutto di individuare i principali meccanismi che controllano l'evoluzione del danneggiamento per fatica e, in alcuni casi, di sviluppare regole progettuali sufficientemente affidabili. Nel caso di sollecitazioni multiassiali, invece, il problema è stato raramente considerato nella letteratura tecnica nonostante la sua importanza applicativa [1-3].

Con l'obiettivo di fornire una panoramica esaustiva sull'argomento e di suggerire le linee guida per future attività di ricerca, il lavoro presenta una rianalisi critica dei dati disponibili in letteratura e il confronto delle capacità previsionali di due criteri di resistenza particolarmente significativi.

È opportuno sottolineare come il comportamento a fatica monoassiale dei materiali compositi possa essere considerato come un caso particolare di una condizione, più generale, di tipo multiassiale e questo si dovrebbe poter estendere anche ai modelli previsionali. Infatti, l'anisotropia intrinseca in un laminato composito genera uno stato di tensione interno che è sempre multiassiale, anche in presenza di sollecitazioni esterne monoassiali, come succede in presenza di un angolo di off-axis e cioè una diversa orientazione tra sollecitazione applicata e direzione delle fibre di rinforzo. Si possono quindi individuare due tipologie di multiassialità: una multiassialità intrinseca dovuta appunto all'anisotropia propria del materiale e una multiassialità esterna dovuta alle sollecitazioni applicate. Va ricordato che in termini di stato di tensione locale non è possibile distinguere quale sia la tipologia di multiassialità che lo ha generato e come i dati disponibili non siano sufficienti a chiarire se le due situazioni siano o meno equivalenti in termini di danneggiamento. In ogni caso, nel seguito verranno discussi ed analizzati solamente dati relativi a condizioni di multiassialità esterna.

2. RIANALISI DEI DATI DISPONIBILI IN LETTERATURA

Mediante una estesa e sistematica ricerca bibliografica sono stati raccolti oltre 700 dati a fatica, provenienti da sette fonti distinte [4-10], relativi a compositi a matrice polimerica rinforzata con fibre lunghe sottoposti a diverse condizioni di carico multiassiale "esterno".

Le caratteristiche principali dei diversi dati disponibili sono riassunte in Tabella 1. I dati si riferiscono prevalentemente a provini tubolari e a croce in composito rinforzato con fibra di vetro sottoposti a carichi di trazione-torsione e flessione-torsione. Sulla base delle caratteristiche specifiche e delle condizioni di sollecitazione di ciascun gruppo di dati, questi ultimi sono stati suddivisi in 63 serie raccolte in un database opportunamente costruito per una migliore gestione dei dati.

Tabella 1: Caratteristiche fondamentali dei diversi gruppi di dati rintracciati in letteratura.

Rif.	Matrice	Fibra	V_f [%]	Lay-up	Provini		Condizion i di carico	R	Freq.d i prova [Hz]	No. di dati	$\sigma_{1,Ult}$ [MPa]	$\sigma_{6,Ult}$ [MPa]
					Forma	Intaglio						
[4]	Poliestere	Vetro (W)	27±3	[0/90] _n	Tu	-	Tr-To	0	2 (10)	77	164.5	71.5
[5]	Poliestere	Vetro (W)	60	[0/90] _n , [±45] _n	Tu	-	Fl-To	-1	16.7	224	n.d.	n.d.
[6]	Poliestere	Vetro (W)	35.7	[0/90] _n	Tu	-	Te-To	0	2	121	224.3	73.2
[6]	Poliestere	Vetro (W)	35.7	[0/90] _n	Tu	Foro	Tr-To	0	2	121	139.7	72.2
[7]	Poliestere	Vetro (W)	35.7	[0/90] _n	Tu	-	Tr-To	0	2	18	224.3	73.2
[8]	Poliestere	Vetro (W)	46	[0/90] ₁₃ [22.5/112.5] ₁₃ [±45] ₁₃	Cr	-	Tr-Tr	-1	0.1-0.6	69	238	82.5
[9]	Epossidica	Carbonio (U)	n.a.	[±45] _s	Tu	Foro	Tr-To	0.1	5	42	n.d.	n.d.
[10]	Epossidica	Vetro (U)	64	[0] _n	Ba	-	Fl-To	-1	n.a.	12	1300	177

Fibra: W = Tessuto, U = Unidirezionale **Forma del provino:** Tu = tubolare, Cr = cruciforme, Ba = barra
Condizioni di carico: Fl = Flessione, Tr = trazione, To= torsione **n.d.** = non disponibile

Tra i lavori disponibili in letteratura, alcune pubblicazioni di Owen, Found, Griffiths and Rice [11-14] meritano un'attenzione particolare sia perché riportano i risultati della prima, estesa analisi sperimentale del problema, con dati relativi a compositi rinforzati in tessuto e con fibre corte di vetro, sia perché costituiscono il primo tentativo di fornire curve di progettazione a fatica per condizioni di sollecitazione multiassiale. Sfortunatamente i numerosi risultati sperimentali non sono disponibili nella consueta forma tensione applicata - cicli a rottura, ma sono rielaborati in diagrammi a vita costante e quindi non è stato possibile considerarli nella presente analisi.

Per consentire un confronto efficace e sistematico, tutti i dati sono stati elaborati in base ai sistemi di riferimento riportati in Figura 1. Come solitamente accade per i compositi laminati è possibile individuare due sistemi di riferimento: un sistema di riferimento assoluto cartesiano legato alla geometria globale del componente e un sistema di riferimento locale, di materiale, lungo le direzioni normali ai piani di simmetria del laminato. Le tensioni applicate al componente possono essere quindi descritte alternativamente da un tensore di tensioni "geometriche" oppure di materiale, calcolate rispetto al sistema di riferimento cartesiano

assoluto oppure di materiale. Nel seguito, I dati a fatica rianalizzati verranno espressi in termini di tensioni geometriche oppure di materiale a secondo delle necessità con l'obiettivo di evidenziare meglio l'influenza di ciascuno dei parametri considerati.

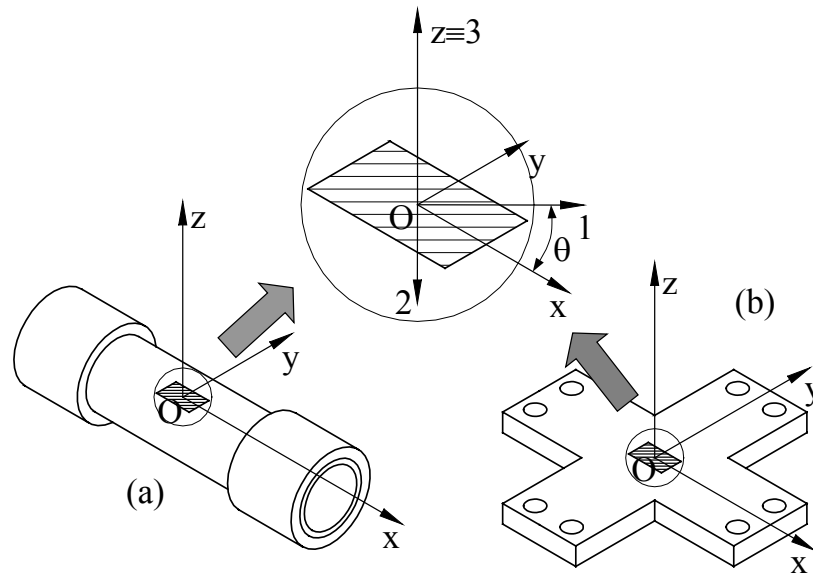


Figura 1: Sistemi di riferimento per provini tubolari (a) e a croce (b).

Ciascuna serie di dati è stata analizzata, dal punto di vista statistico, nell'ipotesi di distribuzione log-normale del numero di cicli a rottura, calcolando la curva media di resistenza e la banda di dispersione associata con probabilità di sopravvivenza 10-90%.

Le diverse serie sono state confrontate in termini di ampiezza di tensione di riferimento calcolata a $2 \cdot 10^6$ cicli, $\sigma_{i,A, 50\% \text{ P.S.}}$, e di pendenza inversa k . Per quantificare la dispersione statistica dei dati rispetto alla curva media viene anche fornito il fattore T_σ , calcolato come rapporto tra le ampiezze di tensione al 10 e 90% di P.S. a $2 \cdot 10^6$ cicli ($T_\sigma = \sigma_{i,A,10\%} / \sigma_{i,A,90\%}$).

Le serie di dati disponibili hanno consentito di analizzare l'influenza dei seguenti parametri: angolo di off-axis (lay-up del laminato), rapporto di biassialità, sfasamento tra le componenti di sollecitazione (angolo di fase) e effetti di concentrazione delle tensioni. E' opportuno sottolineare come una analisi rigorosa dell'influenza di ciascuno dei diversi parametri citati avrebbe richiesto la pianificazione di uno specifico programma sperimentale, poiché utilizzando i dati disponibili in letteratura non è sempre possibile separare completamente il contributo delle diverse variabili. In particolare, gli effetti di una variazione del rapporto di biassialità verranno spesso discussi insieme a quelli degli altri parametri.

1.1. Angolo di off-axis

La presenza di una diversa orientazione, e quindi di un angolo di off-axis, tra direzione del carico applicato e fibre di rinforzo si è dimostrato essere un parametro fortemente penalizzante per il comportamento a fatica di compositi unidirezionali nel caso di sollecitazioni monoassiali. Nel caso di carichi multiassiali, l'influenza di questo parametro risulta invece di più difficile individuazione; è inoltre opportuno evidenziare come nel caso dei laminati angle-ply, una variazione del lay-up può essere interpretata anche come una variazione dell'angolo di off-axis.

In Figura 2 sono riportate le curve di fatica, in termini di tensioni geometriche, per tubi in vetro/poliestere sottoposti a sollecitazioni di flessione/torsione [5] (tessuto di fibra di vetro E/resina poliesteri Siropol 8231, lay-up $[0/90]_n$ e $[\pm 45]_n$). Tale figura evidenzia come l'influenza dell'angolo di off-axis possa essere trascurata, mentre la resistenza a fatica risente notevolmente del rapporto di biassialità geometrico λ_T : le serie che presentano i valori più elevati di λ_T manifestano la minore resistenza, e questo indipendentemente dal lay-up. Tale comportamento può essere dovuto all'effetto prevalente del danneggiamento generato dalle condizioni multiassiali di carico esterne. Sfortunatamente nel Riferimento [5] non sono riportate informazioni relative alla evoluzione del danneggiamento e non risulta, quindi, possibile trarre conclusioni definitive.

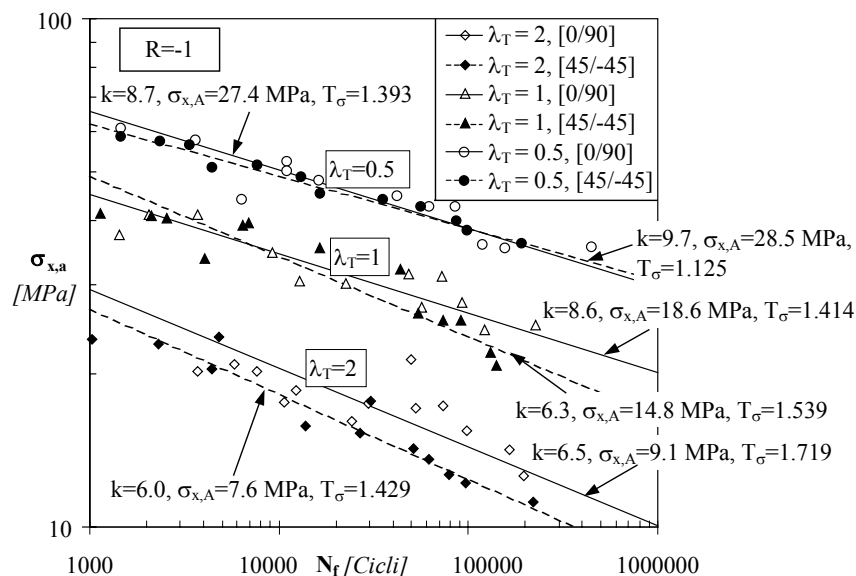


Figura 2: Curve di fatica per tubi in vetro/poliestere sollecitati a flessione/torsione ottenute per diversi lay-up e diversi valori del rapporto di biassialità λ_T [5].

I provini di tipo cruciforme risultano sicuramente più efficaci rispetto ai provini tubolari per chiarire l'interazione tra resistenza a fatica e angolo di off-axis (o lay-up). In Figura 3 sono riportati i risultati di un esteso programma sperimentale condotto da Smith and Pascoe [8] mediante prove trazione-trazione su provini cruciformi vetro/poliestere (tessuto di fibra di vetro Marglass 266/resina poliesteri isoftalica BP2785CV). In questo caso i risultati sono ancora espressi in tensioni geometriche e mostrano come l'influenza dell'angolo di off-axis sia prevalente rispetto a quella del rapporto di biassialità λ_C ; questo aspetto risulta ancora più evidente dall'analisi dei risultati dell'analisi statistica per i lay-up $[0/90]$ and $[\pm 45]$ riportati in Tabella 2 sia in termini di tensioni globali sia di tensioni locali (nel sistema di riferimento di materiale). A parità di lay-up, inoltre, la resistenza diminuisce al crescere del valore del rapporto di biassialità λ_C .

I risultati in termini di tensione locale riportati in Tabella 2 suggeriscono anche una maggiore influenza del rapporto di biassialità λ_2 rispetto al rapporto λ_1 evidenziando come la presenza di componenti di tensione tangenziale penalizzi la resistenza a fatica.

Infine, sempre in Tabella 2, si può notare come la pendenza inversa k delle curve di fatica non sia sostanzialmente influenzata dal valore dell'angolo di off-axis e del rapporto di biassialità.

Con l'esclusione di una sola serie i valori del parametro T_σ sono molto contenuti indicando una limitata dispersione dei dati e confermando la loro significatività statistica .

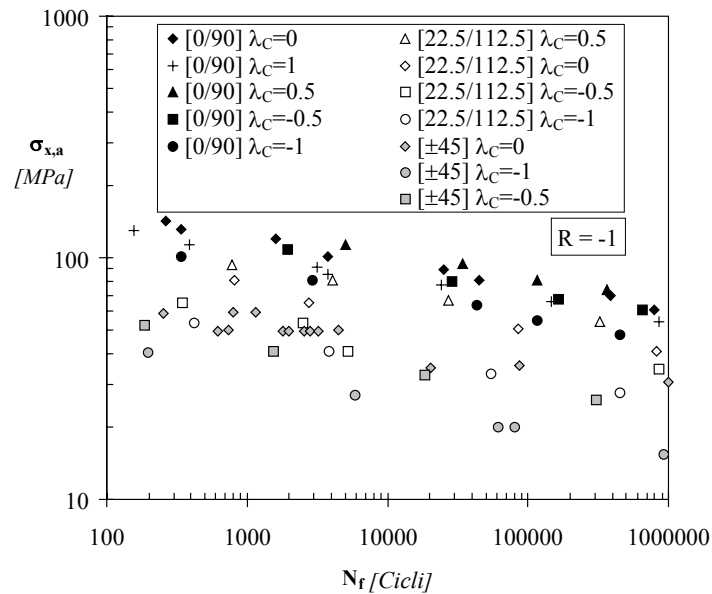


Figura 3: Dati di resistenza a fatica di provini a croce in vetro/poliestere ottenuti per diversi lay-up e diversi valori del rapporto di biaxialità λ_C [8].

Tabella 1: Rianalisi statistica sui dati di resistenza a fatica provini a croce in vetro/poliestere [8] in termini di tensioni geometriche e di tensioni locali (* = $\sigma_{\delta,A}$).

Lay-up	λ_C	λ_1	λ_2	$\sigma_{x,A}$ [Mpa]	$\sigma_{1,A}$ [Mpa]	k	T_σ
[0/90]	0	0	0	56.8	56.8	10.1	1.176
[0/90]	1	1	0	50.1	50.1	10.5	1.194
[0/90]	0.5	0.5	0	61.6	61.6	9.8	1.136
[0/90]	-0.5	-0.5	0	53.3	53.3	10.0	1.209
[0/90]	-1	-1	0	41.5	41.5	9.7	1.153
[22.5/112.5]	0	0.17	0.41	37.4	32.0	10.7	1.462
[22.5/112.5]	0.5	0.62	0.19	45.5	42.2	10.9	1.107
[22.5/112.5]	-0.5	-0.36	0.68	28.5	22.2	11.0	2.849
[22.5/112.5]	-1	-1	1	23.5	16.6	10.5	1.242
[±45]	0	1	1	25.2	12.6	9.9	1.425
[±45]	-0.5	1	3	21.3	5.3	10.5	1.228
[±45]	-1	0/0	∞	13.7	13.7*	8.6	1.153

1.2. Sfasamento tra le componenti di sollecitazione

Nel caso di condizioni di sollecitazione multiassiale, le sollecitazioni applicate e quindi le tensioni risultanti possono essere in fase tra di loro oppure sfasate di un angolo δ . I risultati sperimentali ottenuti da Aboul Wafa e i suoi co-autori [5] su tubi di vetro/poliestere sollecitati a flessione-torsione consentono di analizzare l'influenza di questo parametro insieme al rapporto di biassialità. Dall'analisi delle figure 4 e 5, come già suggerito dagli stessi autori, risulta evidente la assoluta assenza di sensibilità a questo parametro poiché le prove in fase forniscono risultati sostanzialmente identici a quelli ottenuti con prove fuori fase, in netto contrasto con quanto avviene solitamente per i materiali metallici.

L'insensibilità allo sfasamento tra le componenti di sollecitazione può essere osservato per un ampio range di rapporti di biassialità e per diversi lay-up, suggerendo di poter trascurare ai fini progettuali questo parametro, almeno per i compositi vetro/poliestere.

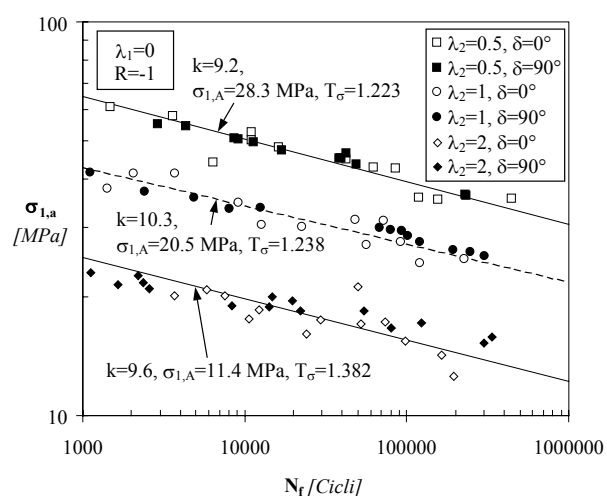


Figura 4: Curve di fatica per tubi in vetro/poliestere $[0/90]_n$ [5] e influenza dell'angolo di sfasamento δ e del rapporto di biassialità λ_2 .

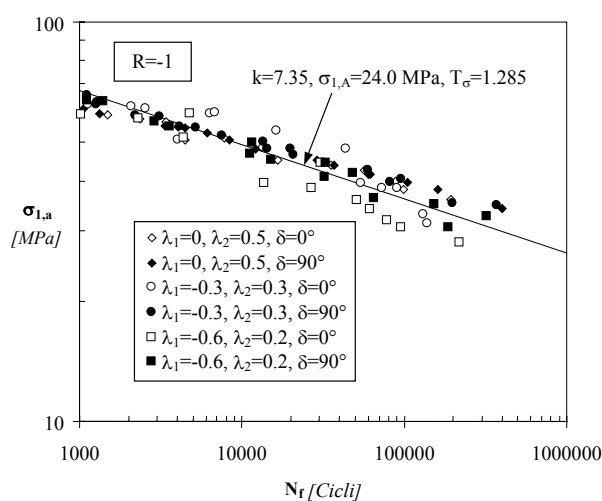


Figura 5: Curve di fatica per tubi in vetro/poliestere $[\pm 45]_n$ [5] e influenza dell'angolo di sfasamento δ e dei rapporti di biassialità λ_1, λ_2 .

1.3. Rapporti di biassialità

I rapporti di biassialità vengono comunemente utilizzati come parametri variabili per organizzare campagne di prove a fatica in condizioni di sollecitazioni complesse. La loro influenza sulla resistenza a fatica è stata già brevemente discussa nei paragrafi precedenti, anche se in modo marginale. Questa sezione, invece, è incentrata su uno studio sistematico dell'influenza del rapporto di biassialità λ_2 in presenza di differenti materiali, differenti provini e differenti rapporti di carico, R.

La figura 6 mostra i risultati dei test di flessione/torsione di provini cilindrici in EC14-P185/LY556-HY932 (un materiale unidirezionale in vetro ed epoxy) [10]. Anche se i dati disponibili sono in numero ridotto e nella regione della vita a basso numero di cicli, è possibile concludere che la presenza anche di un ridotto valore della componente torsionale riduce sensibilmente la resistenza a flessione dei materiali unidirezionali. Questo fatto può essere imputato alla bassa resistenza che hanno questi materiali in direzione trasversale, resistenza che dipende, principalmente, dalle proprietà della matrice.

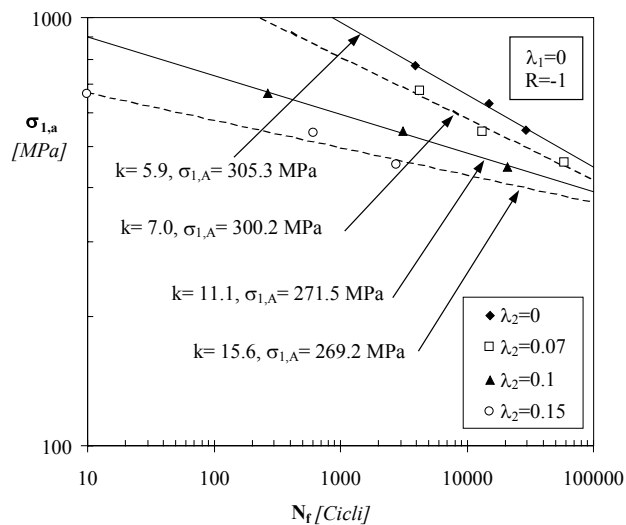


Figura 6: Influenza del rapporto di biassialità λ_2 in provini in vetro/epoxy $[0]_n$, [10].

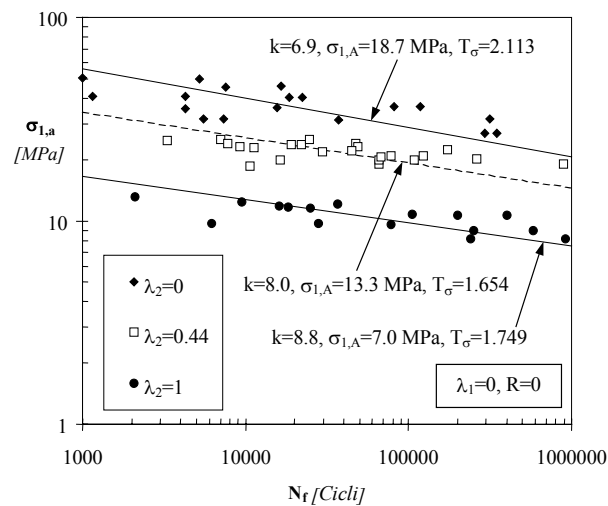


Figura 7: Influenza del rapporto di biassialità λ_2 in provini tubolari di vetro/poliestere $[0/90]_n$, [4].

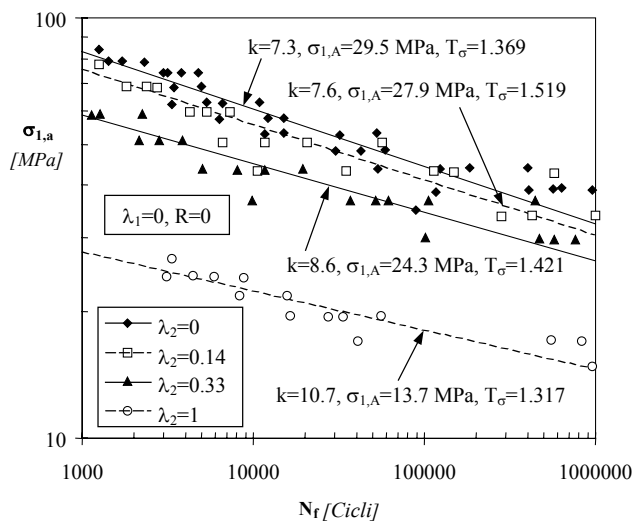


Figura 8: Influenza del rapporto di biassialità λ_2 in provini tubolari di vetro/poliestere $[0/90]_n$, [6].

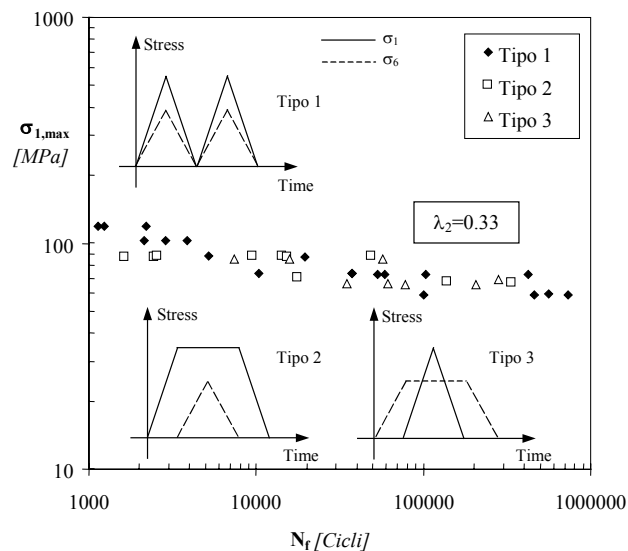


Figura 9: Influenza del percorso di carico e della forma d'onda in provini tubolari di vetro/poliestere $[0/90]_n$, [7].

I dati riportati nelle figure 7, 8 e 9 [4, 6, 7] si riferiscono a prove condotte su tubi in vetro/poliestere sollecitati a tensione/torsione, realizzati con lo stesso materiale (ASAHI MG-252 plain woven glass fabric/Dai-Nihon Ink & Chemicals Polylyte FG-284 polyester resin), ma con differenti percentuali di rinforzo.

Un confronto diretto fra i dati riportati in [4] ($V_f=27\%$) e i dati riportati in [6] ($V_f=35.7\%$) mostra che la variazione delle proprietà statiche è praticamente proporzionale al contenuto di vetro; inoltre, come verrà spiegato meglio nel seguito, una più bassa percentuale di rinforzo

aumenta, in termini di rapporto di fatica, la sensibilità del materiale al danneggiamento a fatica.

Fujii e co-autori [7] hanno poi riportato anche un'estesa analisi atta ad evidenziare l'influenza della forma d'onda e del percorso di carico sulla resistenza a fatica in presenza di sollecitazioni di tensione-torsione applicate in modo proporzionale. I risultati riportati in Figura 9 mostrano chiaramente che, tenendo in giusta considerazione la dispersione statistica dei dati sperimentali, l'influenza di questi parametri sulla resistenza a fatica è del tutto trascurabile.

Le rianalisi sintetizzate nelle Figure 6, 7 e 8 mostrano come elevati valori di λ_2 riducano in modo sensibile la resistenza a fatica ad alto numero di cicli. In particolare, nei provini tubolari un incremento della componente torsionale (ovvero, in presenza di elevati valori di λ_2 o di λ_T) riduce la resistenza a fatica. In più, questa tendenza sembra essere sempre confermata anche in presenza di valore diversi del rapporto di ciclo, R: quanto appena affermato può essere osservato confrontando direttamente i dati riportati nelle Figure 2 e 4 (caratterizzati da R=0) con i risultati delle figure 7 e 8 (ottenuti con R=-1).

Si può infine evidenziare come un simile comportamento legato alla presenza di elevati valori del rapporto di biassialità λ_2 sia stato osservato anche in tubi in vetro/epoxy testati a temperatura criogenica [15].

È interessante, poi, evidenziare come l'intervallo di variabilità di λ_1 e λ_2 possa essere influenzato sia dal lay-up del materiale sia dalla geometria del provino: ad esempio, tenendo costante il range di variazione del parametro λ_T , provini con lay-up $[\pm 45]$ consentono una minore variabilità di λ_1 e λ_2 rispetto a quella che si può ottenere con provini aventi lay-up $[0/90]$. Quanto appena affermato può essere meglio compreso osservando ancora la Figura 5: una ridotta variazione di λ_1 e λ_2 consente di raggruppare tutti i dati in una banda di dispersione piuttosto ristretta.

Si può inoltre osservare che in presenza di laminati caratterizzati da un lay-up qualsiasi, lo stato di tensione può variare in maniera discontinua in funzione dell'orientazione degli strati e la quindi la rianalisi dei dati in termini di tensione calcolate nel sistema di riferimento di materiale può risultare in una definizione ambigua dei rapporti di biassialità λ_1 e λ_2 . In questa situazione, il problema può essere affrontato o mediante un approccio basato sulle tensioni geometriche o mediante un approccio basato sulle componenti di deformazione, che restano costanti lungo lo spessore o al più variano in modo lineare.

In conclusione, e in accordo con le analisi riassunte in questo paragrafo e basate su provini in con rinforzo in vetro, si può asserire che la presenza di una componente torsionale (sintetizzata in termini o di λ_T e λ_2) ha una influenza maggiore sul comportamento a fatica rispetto a quella dovuta alla presenza di angoli di off-axis diversi da zero. Infine, la presenza di componenti normali di tensione (sintetizzata in termini o di λ_C e λ_1) sembra avere una influenza molto più bassa rispetto ai due parametri appena menzionati.

1.4. Sensibilità multiassiale all'intaglio

Lo stato dell'arte mostra come pochi lavori siano stati pubblicati in letteratura sul problema del comportamento a fatica di materiali compositi in presenza di effetti di concentrazione delle tensioni [6, 9, 16, 17]. Tuttavia, sulla base dei pochi dati rintracciati, è possibile osservare come anche in presenza di intagli il rapporto di biassialità λ_2 abbia un ruolo determinante sulla resistenza a fatica: ad un incremento di λ_2 corrisponde un evidente incremento del danneggiamento a fatica. Una tale influenza della componente torsionale può essere osservata sia in tubi $[\pm 45]_n$ in grafite/epoxy (T300/1034C), Figura 10 [9], sia in provini

tubolari tessuti $[0/90]_n$ in vetro/poliestere con foro trasversale, Figura 11 [6]. In entrambe le figure i dati sperimentali sono stati riportati in termini di tensioni nominali, senza considerare la concentrazione delle tensioni in vicinanza dei fori.

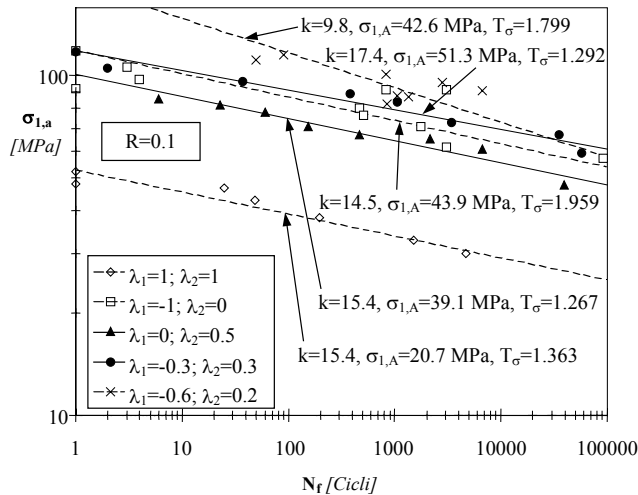


Figura 10: Influenza di λ_1 e λ_2 in tubi $[\pm 45]_s$ in grafite/epoxy con foro trasversale [9].

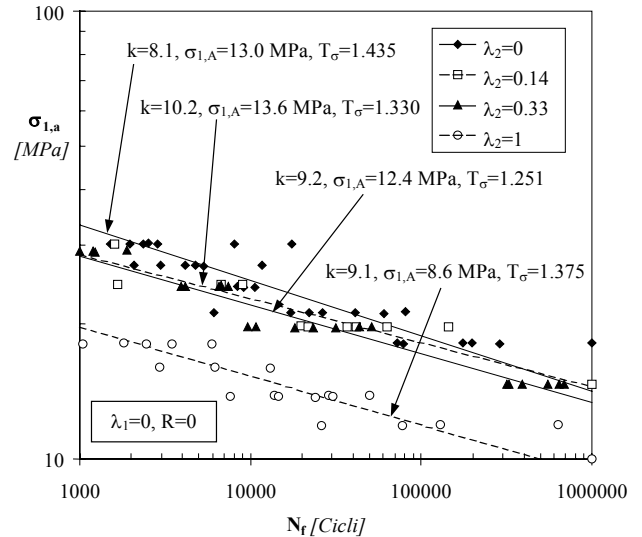


Figura 11: Influenza di λ_2 in tubi $[0/90]_n$ in con foro trasversale [6].

La rianalisi dei dati ha, poi, posto in evidenza come i tubi in carbonio/epossidica sembrano essere molto più sensibili al rapporto di biassialità λ_2 che al rapporto di biassialità λ_1 , confermando, anche in presenza di intagli, le conclusioni a cui si è giunti nel precedente paragrafo. In ogni modo, si deve evidenziare come il numero di cicli a rottura non sia abbastanza elevato tanto da permettere di eseguire delle previsioni sulla resistenza a fatica ad alto numero di cicli.

Si può poi osservare come in [9] venga anche evidenziato che le differenze nella resistenza a fatica, espresse in termini di tensioni geometriche, erano, per le diverse condizioni di biassialità, in accordo con valore del fattore di concentrazione delle tensioni calcolato con la teoria del materiale anisotropo per le diverse condizioni di carico. Ad una simile conclusione, invece, non si può giungere quando i dati di fatica sono espressi in termini di tensioni calcolate rispetto agli assi principali del materiale.

Tabella 3: Sensibilità all'intaglio di tubi $[0/90]_n$ in vetro/poliestere [6] (* = $\sigma_{\sigma,A}$).

λ_2	Provinci tubolari lisci			Provinci tubolari forati			
	$\sigma_{1,A}$ [MPa]	K	T$_{\sigma}$	$\sigma_{1,A}$ [Mpa]	k	T$_{\sigma}$	K$_f$
0	29.5	7.3	1.369	13	8.1	1.435	2.269
0.14	27.9	7.6	1.519	13.6	10.2	1.33	2.051
0.33	24.3	8.6	1.421	12.4	9.2	1.251	1.960
1	13.7	10.7	1.317	8.6	9.1	1.375	1.593
∞	16.9*	15.02	1.245	14.3*	11.98	1.275	1.182

Infine, per i tubi in vetro/poliestere [6], i dati di fatica generati testando provini lisci (Fig. 8) e provini intagliati (Fig. 11) consentono anche di calcolare il valore del coefficiente di sensibilità all'intaglio, K_f , in presenza di diverse condizioni di biassialità. Questi calcoli sono riportati in Tabella 3, insieme ai parametri fondamentali delle curve di fatica sia per i provini lisci sia per i provini intagliati: dalle Tabella 3 risulta evidente che il K_f diminuisce quando λ_2 varia da 0 (tensione) ad ∞ (torsione).

1.5. Rapporto di fatica multiassiale

Nel presente paragrafo viene brevemente discussa la possibilità di proporre semplici relazioni empiriche per la previsione delle proprietà a fatica in presenza di sollecitazioni biassiali, come già fatto in passato per la resistenza a fatica di laminati intagliati sollecitati da carichi di fatica monoassiale [18].

La Figura 12 mostra la relazione esistente tra il rapporto di fatica $\sigma_{1,A}/\sigma_{1,Ult}$ e il rapporto di biassialità λ_2 , parametro questo che dalle precedenti analisi è risultato essere quello che maggiormente influenza la resistenza a fatica dei materiali compositi sollecitati da carichi di fatica multiassiali. I dati riportati in tale diagramma si riferiscono solamente a provini in vetro/poliestere per i quali erano note anche le proprietà statiche del materiale.

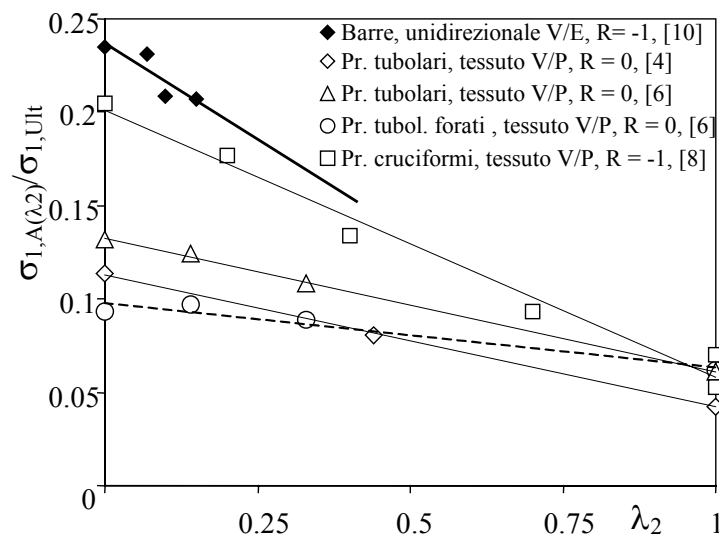


Figura 12: Legame tra il rapporto di biassialità λ_2 e il rapporto di fatica $\sigma_{1,A}/\sigma_{1,Ult}$.

Anche se non è possibile individuare un comportamento comune tra i diversi materiali, nonché una unica legge di previsione, per la loro diversa sensibilità al danneggiamento a fatica, la Figura 12 permette alcune interessanti considerazioni. Prima di tutto, si può osservare che tutti i materiali mostrano una dipendenza lineare tra il rapporto di fatica e il rapporto di biassialità λ_2 , e, in particolare, il rapporto $\sigma_{1,A}/\sigma_{1,Ult}$ diminuisce all'aumentare di λ_2 . Inoltre, anche se erano disponibili pochi dati sperimentali e tutti caratterizzati da un basso valore di λ_2 , i provini in composito unidirezionale (linea spessa in Figura 12) mostrano la maggiore sensibilità alle presenze di componenti torsionali di tensione.

In più per $\lambda_2=0$ (ovvero nel caso di carichi di flessione o trazione) questo materiale mostra il valore più alto del rapporto di fatica, essendo, in queste particolari condizioni di carico, meno sensibile al danneggiamento per fatica dei tessuti.

Tra i materiali con rinforzo vetroso (linee continue sottili in Figura 12) la maggiore sensibilità al danneggiamento a fatica mostrata dai provini a croce può essere spiegata osservando che tali risultati sperimentali sono fortemente influenzati dalla presenza di una componente normale di sollecitazione ($\lambda_1 \neq 0$).

In funzione, poi, dei differenti valori del rapporto di ciclo R, i risultati sperimentali relativi a provini tubolari sono posizionati più in basso nel diagramma rispetto ai dati discussi in precedenza (i dati sono espressi in ampiezza di tensione), e i materiali con una maggiore percentuale di rinforzo sono quelli caratterizzati da valori più alti del rapporto di fatica.

Infine, la Figura 12 mostra come i provini tubolari intagliati (linea a tratti) siano quelli caratterizzati dalla più bassa sensibilità alla presenza di componenti torsionali di sollecitazione.

3. CRITERI DI PREVISIONE PER SOLLECITAZIONI MULTIASSIALI

Le analisi condotte e discusse nei paragrafi precedenti hanno permesso di individuare quali siano i parametri che maggiormente influenzano il comportamento a fatica dei materiali compositi in presenza di sollecitazioni multiassiali.

In questa sezione l'attenzione viene posta invece sulle problematiche connesse con la previsione della vita a fatica. In particolare, verranno prese in considerazione due diverse metodologie previsionali: il criterio proposto da Smith e Pascoe [19] e l'estensione alla fatica dei criteri polinomiali per la resistenza statica [20, 21].

L'accuratezza nella stima della vita a fatica dei criteri presi in considerazione verrà valutata, in modo sistematico e comparativo, mediante confronto tra le previsioni analitiche e i risultati di prove sperimentali di letteratura.

3.1. Criteri basati su curve di cedimento polinomiali

Si ipotizzi inizialmente che i provini di figura 1 siano sollecitati da un carico statico piano ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6$). Secondo la notazione proposta da Labossiere e Neale [21] il materiale è in condizioni non-critiche fino a quando il vettore $\rho(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6)$ è contenuto all'interno della superficie limite di resistenza del materiale (Fig. 13a). Si riconsideri ora l'approccio appena presentato in termini di resistenza a fatica: la superficie di Figura 13a rappresenta la superficie di involuppo delle tensioni che portano il componente a rottura statica, cioè dopo un numero di cicli pari a 1/4.

Partendo da questa semplice considerazione, è possibile ipotizzare che esistano una serie di superfici limite concentriche aventi raggio ρ che diminuisce all'aumentare del numero di cicli a rottura N_f (figura 13b). Se l'ipotesi ora formulata è vera, per progettare a fatica multiassiale un materiale composito è sufficiente determinare la funzione che lega il raggio ρ al numero di cicli a rottura N_f , ovvero:

$$N_f = f[\rho(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6)] \quad (1)$$

Tuttavia, viste le modalità con cui il problema è stato posto, risulta molto complesso esplicitare la funzione (1) per tutti i casi di interesse applicativo. Per semplificare la trattazione si consideri, allora, la Figura 14 dove sono analizzati separatamente due diversi casi piani più semplici rispetto a quello visto in precedenza: nel caso (a) il componente è

sollecitato da σ_1 - σ_2 , nel caso (b) invece il componente è sollecitato da σ_1 - σ_6 . I due diagrammi in esame sono stati costruiti ponendo lungo l'asse verticale il numero di cicli a rottura N_f [22]. Dalle rappresentazioni schematiche riportate in Figura 13 si può constatare come per $N_f=1/4$ cicli la condizione limite sia data dalla curva di resistenza statica, mentre all'aumentare del numero di cicli il raggio della curva limite tende a ridursi generando le superfici di resistenza a fatica rappresentate nella figura in esame.

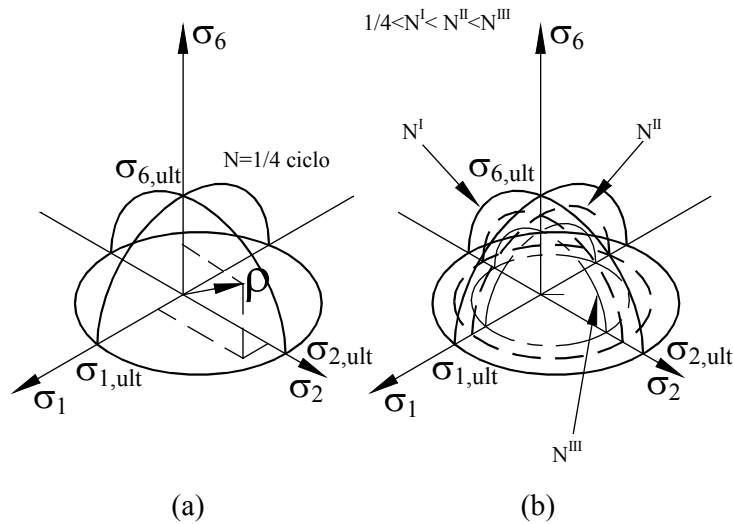


Figura 13: *Superfici di rottura statica (a) e variazione delle superfici limite al variare del numero di cicli (b).*

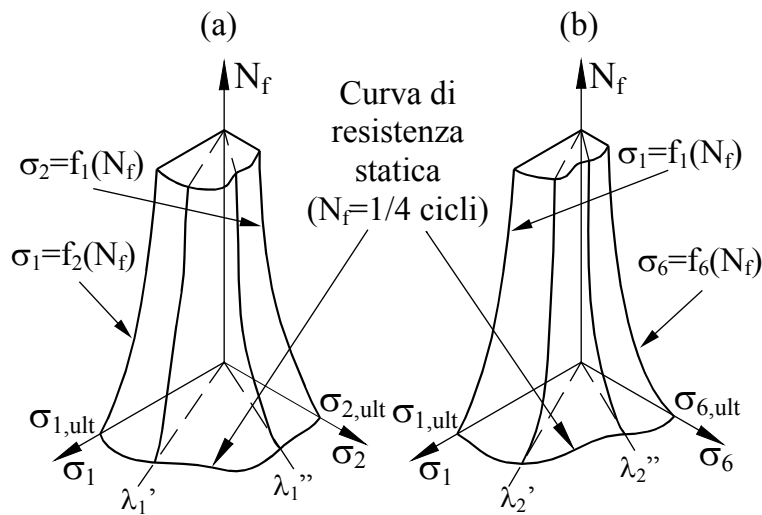


Figura 14: *Superfici di resistenza a fatica.*

Come nel caso descritto in precedenza e rappresentato in Figura 13 si può ipotizzare che le curve limite che generano le superfici di fatica rappresentate in Figura 14 siano omotetiche, rimangano cioè sempre simili nella forma al variare del numero di cicli. Pertanto, individuato un opportuno criterio statico e note le curve di fatica relative alle singole componenti, è possibile progettare a fatica multiassiale i materiali compositi.

In particolare i criteri statici maggiormente utilizzati nella progettazione si basano su funzioni polinomiali del tipo:

$$\left(\frac{\sigma_1}{K_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{K_2}\right)^2 + \frac{\sigma_1}{K_3} + \frac{\sigma_2}{K_4} + \frac{\sigma_1\sigma_2}{K_5^2} + \left(\frac{\sigma_6}{K_6}\right)^2 = 1 \quad (2)$$

dove le costanti K_i ($i=1,2, \dots, 6$), che rappresentano le caratteristiche di resistenza in condizioni monoassiale e i termini di interazione, danno la “forma” della curva di resistenza statica. La relazione (2) può essere estesa anche al caso della fatica multiassiale purché le sue costanti vengano tarate mediante opportune curve di fatica:

$$K_1 = f_1(N_f); K_2 = f_2(N_f); \dots K_i = f_i(N_f) \quad (3)$$

La precisione nella stima della vita a fatica multiassiale secondo l’approccio presentato dipende allora sia dalla forma della curva di resistenza statica scelta per l’esecuzione della verifica, sia dalla precisione con cui vengono determinate le curve di fatica, espresse dalle (3), necessarie per la taratura del modello [3].

La scelta del criterio da utilizzare come base per l’estensione alla fatica può essere effettuata tra i numerosi criteri statici presenti in letteratura per i laminati ortotropi, anche in funzione dei dati sperimentali disponibili per la calibrazione

L’estensione alla fatica di criteri statici polinomiali ha dato buoni risultati [5, 13, 14,20] nella previsione della vita a fatica multiassiale, tuttavia presenta alcuni inconvenienti. Il primo è legato alla necessità di conoscere, per poter tarare il modello, tante curve di fatica quante sono le costanti da definire nella (3). Ovviamente le curve di taratura possono essere determinate in modo rigoroso solo per via sperimentale mediante campagne di prova lunghe e costose, il cui costo aumenta sensibilmente se la zona di interesse si sposta verso la fatica ad alto numero di cicli. Un secondo inconveniente è legato al fatto che indipendentemente dalle tensioni utilizzate, siano esse ampiezze o valori massimi, le espressioni polinomiali risultano insensibili allo sfasamento tra le componenti di sollecitazione.

3.2. Criterio di Smith e Pascoe

Il criterio proposto da Smith e Pascoe è stato sviluppato partendo dall’analisi sperimentale della modalità di propagazione delle cricche in provini cruciformi realizzati in vetro/poliestere con diversi lay-up [8, 19].

Gli autori osservarono come, in presenza di un valore nullo della tensione media, la rottura per fatica avvenga secondo due differenti meccanismi: per frattura rettilinea o per deformazione tangenziale lungo il piano delle fibre. In presenza di stati complessi di tensione i due meccanismi risultano contemporaneamente attivi.

Nel caso in cui le tensioni applicate agiscono lungo le direzioni principali del materiale, solo il primo meccanismo è attivo e il danneggiamento per fatica può essere stimato attraverso energia di deformazione U_F mediante la seguente relazione:

$$U_F = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sigma_{1,a}^2}{E_1} - \left(\frac{\nu_{12}}{E_1} + \frac{\nu_{21}}{E_2} \right) \sigma_{1,a} \sigma_{2,a} + \frac{\sigma_{2,a}^2}{E_1} \right\} = K_{SE}(N_f), \quad (4)$$

dove il valore di U_F aumenta al diminuire del numero di cicli.

In presenza di carichi tangenziali, la vita a fatica è invece dipendente dal valore della tensione tangenziale calcolata lungo le direzioni principali del materiale, ovvero:

$$\sigma_{6,a} = K_6(N_f). \quad (5)$$

Infine, in presenza di una condizione generica di carico multiassiale, è necessario utilizzare un modello adatto a considerare il contributo contemporaneo di entrambi i meccanismi di danneggiamento. Rielaborando opportunamente le ipotesi formulate in [19] ed esplicitandole in funzione di una sola componente di tensione e dei rapporti di biassialità è possibile ricavare la seguente relazione per la previsione della vita a fatica:

$$\frac{1}{\sigma_{1,a}^2} = \frac{\frac{1}{E_1} - \left(\frac{\nu_{12}}{E_1} + \frac{\nu_{21}}{E_2} \right) \lambda_1 + \frac{\lambda_1^2}{E_2}}{2 \cdot f_{SE}(N_f)} + \left[\frac{\lambda_2}{f_6(N_f)} \right]^2 \quad (6)$$

4. APPLICAZIONE DEI CRITERI AI DATI SPERIMENTALI DISPONIBILI

Vengono ora presentati i risultati ottenuti dall'applicazione dei criteri esposti ed in particolare il confronto con i dati sperimentali disponibili, confronto finalizzato alla valutazione quantitativa dell'affidabilità e accuratezza previsionale di ciascun criterio nella stima della vita a fatica.

A questo scopo è stato introdotto un indice d'errore in vita, definito come segue:

$$\text{se } N_f > N_{f,e} \Rightarrow E_N = \frac{N_f}{N_{f,e}} - 1 \quad [\%]$$

$$\text{se } N_f < N_{f,e} \Rightarrow E_N = 1 - \frac{N_{f,e}}{N_f} \quad [\%]$$

Nel caso in cui l'indice d'errore sia pari a zero allora la stima sulla vita viene eseguita in modo esatto, mentre se $E_N < 0$ il criterio esegue una stima non conservativa, infine se $E_N > 0$ allora il criterio lavora in condizioni conservative sovrastimando la reale entità del danneggiamento. Le caratteristiche delle serie di dati sperimentali utilizzate per validare i criteri presi in analisi sono state brevemente riassunte nella Tabella 2.

4.1. Applicazione del criterio polinomiale e del criterio di Smith e Pascoe

Come posto in evidenza nel paragrafo 3.1. per progettare a fatica multiassiale con i criteri basati su funzioni di tipo polinomiale occorre innanzitutto assumere un'ipotesi di cedimento statico. Nel presente paragrafo si è scelto di utilizzare come criterio di resistenza statica il criterio di Tsai-Hill [23]. Questa scelta è stata dettata sia dalla ampia diffusione di questo

metodo, sia dalla relativa semplicità con cui possono essere determinate le costanti di taratura del modello, note le curve di fatica del materiale [20].

Secondo l'ipotesi di cedimento di Tsai-Hill e nel caso di una sollecitazione biasciale, la relazione generale (2) assume la forma:

$$\left[\frac{\sigma_{1,a}}{K_1(N_f)} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_{2,a}}{K_2(N_f)} \right]^2 - \frac{\sigma_{1,a}\sigma_{2,a}}{K_1^2(N_f)} + \left[\frac{\sigma_{6,a}}{K_6(N_f)} \right]^2 \leq 1. \quad (7)$$

dove le funzioni K_i ($i=1,2, 6$) possono essere determinate applicando la (7) a tre curve di fatica monoassiali. In particolare $K_1(N_f)$ è l'equazione della curva di fatica ottenuta imponendo $\sigma_{1,a} \neq 0$, $\sigma_{2,a} = 0$ e $\sigma_{6,a} = 0$, $K_2(N_f)$ è l'equazione della curva di fatica ottenuta imponendo $\sigma_{1,a} = 0$, $\sigma_{2,a} \neq 0$ e $\sigma_{6,a} = 0$ e infine $K_6(N_f)$ è l'equazione della curva di fatica caratterizzata da $\sigma_{1,a} = 0$, $\sigma_{2,a} = 0$ e $\sigma_{6,a} \neq 0$.

Durante questa fase di calibrazione, le funzioni K_i ($i=1, 2, 6$) sono state determinate facendo riferimento alla curva al 50% di probabilità di sopravvivenza (calcolata imponendo una distribuzione log-normale del numero di cicli per ogni ampiezza di sollecitazione e con una confidenza del 95%) e sono del tipo:

$$K_i(N_f) = A_i \cdot N_f^B \quad (\text{per } i= 1, 2, 6) \quad (8)$$

In Figura 15a è infine riportato il confronto, per ogni prova sperimentale, tra la vita determinata sperimentalmente N_f e il numero di cicli $N_{f,e}$ calcolato applicando il modello polinomiale di Tsai-Hill. Per maggior chiarezza in tali diagrammi sono state riportate anche le rette d'errore caratterizzate rispettivamente (partendo dal basso in ogni diagramma) da E_N pari a -400%, -200%, 0%, 200% e 400%. Al fine di valutare, anche se in modo qualitativo, la dispersione dei risultati, negli stessi diagrammi è riportato anche il confronto tra la vita misurata sperimentalmente e quella calcolata dal criterio per gli stessi dati utilizzati nella fase di calibrazione (dati con simboli pieni in figura 15). Per compattare la rappresentazione, i dati per i quali il valore stimato di $N_{f,e}$ risultava maggiore di 10^6 , sono stati riportati nel diagramma imponendo $N_{f,e} = 10^6$ cicli.

Tabella 2: Caratteristiche delle serie di dati utilizzati per la validazione dei criteri di resistenza e relativi codici identificativi (Code).

Code	Matrice	Fibra	Lay-up	Forma	Carico	R	Freq. [Hz]	$\sigma_{1,ult}$ [MPa]	$\sigma_{6,ult}$ [MPa]
A [5]	Poliestere	Vetro	[0/90] _n	Tu	Fl-To	-1	16.7	n. d.	n. d.
B [5]			[±45] _n	Tu	Fl-To	-1	16.7	n. d.	n. d.
C [7]			[0/90] _n	Tu	Tr-To	0	2	224.3	73.2
D [8]			[0/90] ₁₃	Cr	Tr-Tr	-1	0.1-0.6	238	82.5
E [8]			[22.5/122.5] ₁₃	Cr	Tr-Tr	-1	0.1-0.6	238	82.5
F [8]			[±45] ₁₃	Cr	Tr-Tr	-1	0.1-0.6	238	82.5
G [4]			[0/90] _n	Tu	Tr-To	0	2 (10)	164.5	71.5
H [10]			Epoxy	[0] _n	Ba	Fl-To	-1	n. d.	1300

Forma del provino: Tu = tubolare, Cr = cruciforme, Ba = barra

Carico: Fl = Flessione, Tr = trazione, To = torsione

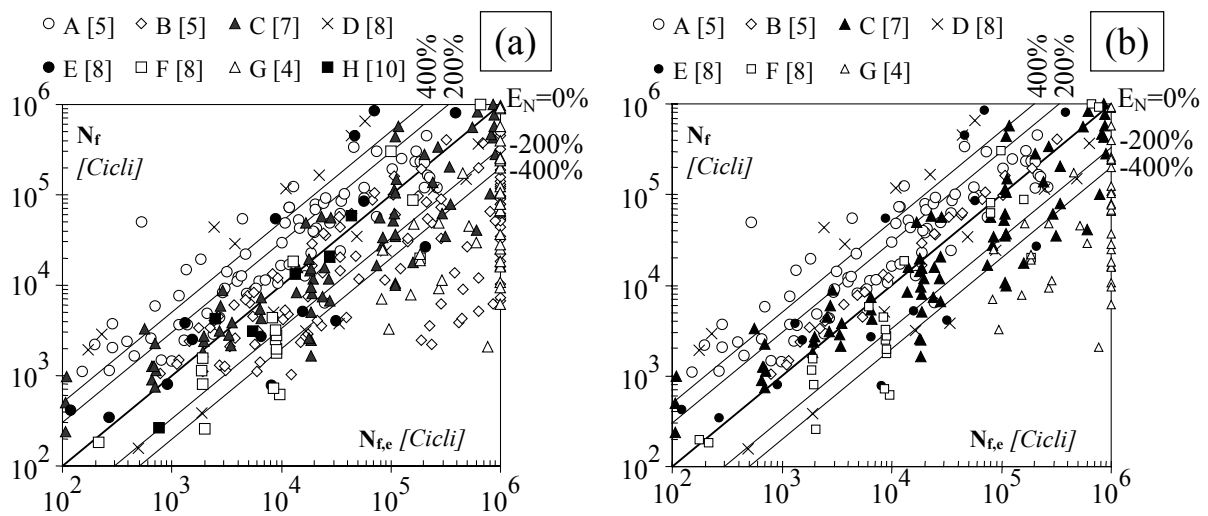


Figura 15: Confronto tra il numero di cicli a rottura determinato sperimentalmente N_f e il numero di cicli $N_{f,c}$ calcolato applicando il criterio di Tsai-Hill (a) and Smith e Pascoe (b).

In figura 15b sono riportate le previsioni della vita a fatica ottenute applicando il criterio di Smith e Pascoe. Le costanti, per ogni materiale, sono state calcolate rielaborando le curve di taratura applicando le (4) e (5) secondo relazione (8).

Infine in figura 16 è riportato il diagramma di distribuzione dell'errore per i due criteri considerati e considerando l'errore ottenuto con le serie C, D, E, F e G: il diagramma in analisi mostra come l'accuratezza dei due criteri considerati sia comparabile ma ancora troppo limitata per una applicazione sicura dei criteri previsionali esposti.

La sostanziale equivalenza nella distribuzione dell'errore rilevato per i due criteri può essere giustificata considerando che entrambi i criteri risultano, di fatto, essere criteri energetici pur con coefficienti descrittivi non necessariamente uguali. Infatti, anche la formulazione del criterio di Tsai-Hill è basata sulla limitazione del lavoro di deformazione generato dalle forze esterne applicate.

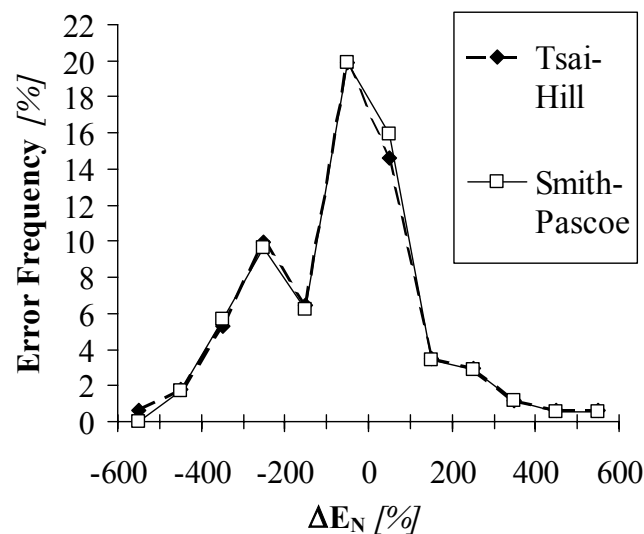


Figura 16: Distribuzione di frequenza dell'errore

7. CONCLUSIONI

Dalla rianalisi dei dati sperimentali di letteratura è emerso come la resistenza a fatica multiassiale dei materiali compositi sia influenzata, principalmente, dai rapporti di biassialità, in modo del tutto analogo a quanto succede per i materiali isotropi.

Si inoltre è potuto osservare come nel caso di provini tubolari di vetro/poliestere la pendenza delle curve di Wöhler sia sostanzialmente costante al variare dei rapporti di biassialità.

In funzione delle tensioni utilizzate e del valore dei rapporti di biassialità l'influenza dell'angolo di off-axis può essere, in alcune particolari situazioni, ritenuto non determinante ai fini della resistenza a fatica del materiale. Più difficile è invece, in base alle informazioni a disposizione, valutare l'influenza della fase tra le componenti di sollecitazione e della forma d'onda sulla resistenza a fatica multiassiale. La presenza di un angolo di sfasamento sembra infatti non contribuire ad una riduzione della vita a fatica. Lo sfasamento e la forma d'onda possono tuttavia portare ad un aumento o una riduzione della dispersione dei dati sperimentali.

Ciò che traspare chiaramente dalla rianalisi dei dati disponibili è la necessità di investire notevoli risorse in campagne sperimentali *ad hoc* per poter mettere in evidenza i diversi parametri che influenzano la resistenza a fatica del materiale e poter progettare a fatica multiassiale in modo adeguato. Questo anche alla luce dell'analisi delle prestazioni di alcuni dei criteri previsionali disponibili. I criteri polinomiali e quello di Smith e Pascoe hanno infatti fornito risultati soddisfacenti quando applicati a materiali caratterizzati da un comportamento a fatica poco disperso, mentre si sono dimostrati fortemente inaffidabili nel caso di dati per la calibrazione caratterizzati da elevate dispersioni.

Bibliografia

- [1] Chen S., Matthews F. L. (1993) A review of multiaxial/biaxial loading tests for composite materials. *Composites* **24**, 395-406.
- [2] Jones D. L., Poulouze P. K., Liebowitz H. (1985) In: *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 853, 413-427.
- [3] Found M. S. (1985) A Review of the Multiaxial Fatigue Testing of Fiber Reinforced Plastics. In: *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 853, 381-395.
- [4] Amijima A., Fujii T., Hamaguchi M. (1991) Static and fatigue tests of a woven glass fabric composite under biaxial tension-torsion loading. *Composites* **22**, 281-289.
- [5] Aboul Wafa M. N., Hamdy A. H., El-Midany A. A. (1997) Combined Bending and Torsional Fatigue of Woven Roving (GRP). *Trans. ASME J. Mater. Techn.* **119**, 181-185.
- [6] Fujii T., Shina T., Okubo K. (1994) Fatigue Notch Sensitivity of Glass Woven Fabric Composites Having a Circular Hole Under Tension/Torsion Biaxial Loading. *Journal of Composite Materials* **28**, 234-251.
- [7] Kawakami H., Fujii T. J., Morita Y. (1996) Fatigue Degradation and Life Prediction of Glass Fabric Polymer Composite Under Tension/Torsion Biaxial Loadings. *J. Reinforced Plastics Composites* **15**, 183-195.
- [8] Smith E. W., Pascoe K. J. (1989) Biaxial fatigue of a glass-fibre reinforced composite. Part 1: fatigue and fracture behaviour. In *Biaxial and Multiaxial fatigue - EGF 3 Mechanical Engineering Publications*, 367-396.
- [9] Francis P. H., Walrath D. E., Sims D. F., Weed D. N. (1977) Biaxial fatigue loading of notched composites. *J. Composite Materials* **11**, 488-501.

- [10] Atcholi K. E., Oytana C., Varchon D., Perreux D. (1992) Superposed torsion-flexure of composite materials: experimental method and example of application. *Composites* **23**, 327-333.
- [11] Owen M. J., Found M.S. (1972) Faraday Special Discussion of the Chemical Society, No.2, Chemical Society - London, 77-89
- [12] Owen M. J., Griffiths J. R., Found M.S. (1975) Biaxial stress fatigue testing of thin walled GRP Cylinders. *Int. Conf. on Composite Materials* **2**, 917-941, AIME New York.
- [13] Owen M. J., Griffiths J. R. (1978) Evaluation of Biaxial Stress Failure Surfaces For A Glass Fabric Reinforced Polyester Resin Under Static And Fatigue Loading. *Journal of Materials Science* **13**, 1521-1537.
- [14] Owen M. J., Rice D. J., Griffiths J. R., Found M. S. (1980) Biaxial Static and Fatigue Strength of Glass Mat and Fabric Reinforced Polyester Resins. In: 35th Annual Technical Conference, Reinforced Plastics/Composite Institute, The Society of the Plastics Industry, Inc., Section 23-E, 1-8.
- [15] Wang S.S., Chim E.S.-M., Socie D.F. (1982) Biaxial fatigue of fiber-reinforced composites at cryogenic temperature. Part I: Fatigue Fracture Life and Mechanisms. *Journal of Engineering Materials and Technology* **104**, 128-136.
- [16] Takemura K., Fujii T. (1994) Fatigue Strength and Damage Progression in A Circular-Hole-Notched GRP Composite Under Combined Tension/Torsion Loading. *Composites Science and Technology* **52**, 519-526.
- [17] Takemura K., Fujii T. (1994) Fracture Mechanics Evaluation of Progressive Fatigue Damage in a Circular-Hole-Notched GRP composite under combined Tension/Torsion Loading. *Composites Science and Technology* **52**, 527-534.
- [18] Quaresimin M., Falcioni A. (1998) A simplified method for predicting the fatigue strength of notched composite laminates *Proceedings of ECCM 8* (Woodhead Publishing Ltd., 1998) **3**, 89-96.
- [19] Smith E. W., Pascoe K. J. (1989) Biaxial fatigue of a glass-fibre reinforced composite. Part 2: failure criteria for fatigue and fracture. In *Biaxial and Multiaxial fatigue - EGF 3* (Mechanical Engineering Publications), 397-421.
- [20] Sims D. F., Brogdon V. H. (1977) Fatigue behaviour of Composites under Different Loading Modes. *Fatigue of Filamentary Composite Materials*, ASTM STP 363, Edited by K. L. Reifsnider and K. N. Lauritis, American Society for Testing and Materials, 185-205.
- [21] Labosierre P., Neale K. W. (1988) A general strength theory for orthotropic fibre-reinforced composite laminae. *Polymer Composites* **9**, 306-317.
- [22] Ellyin F. (1997) *Fatigue Damage, Crack Growth and Life Prediction*. Chapman & Hall.
- [23] Tsai S. W. (1968) *Strength Theories of Filamentary Structures*. In R. T. Schwartz and H. S. Schwartz, Eds., "Fundamentals Aspects of Fiber Reinforced Plastic Composites", Interscience, New York.