

# CICLI DI FATICA DELLE TENSIONI IN UN COLLEGAMENTO A FORCELLA E SPINOTTO SOGGETTO A CARICHI VARIABILI.

*Strozzi, A., Baldini, A., Giacomini, M., Rivasi, S., Rosi, R.*

Facoltà di Ingegneria, Università di Modena e Reggio Emilia  
E-mail: [strozzi.antonio@unimo.it](mailto:strozzi.antonio@unimo.it), [abaldini@unimo.it](mailto:abaldini@unimo.it), [giacomini.matteo@unimore.it](mailto:giacomini.matteo@unimore.it),  
[srivasi@unimore.it](mailto:srivasi@unimore.it), [rosi.roberto@unimo.it](mailto:rosi.roberto@unimo.it)

## SOMMARIO

Si considera un collegamento a forcella e spinotto, dove la geometria della forcella viene assunta ad estremità semicircolare, la quale si raccorda ai fianchi rettilinei paralleli, ed il caricamento applicato al collegamento risulta variabile secondo due modalità. Il primo tipo di caricamento consiste in una forza longitudinale di intensità variabile, mentre il secondo caricamento analizza una forza costante in intensità ma variabile come direzione tra la longitudinale e la trasversale. Si assume inoltre che la forcella sia soggetta ad uno stato di tensione piana, e che il gioco iniziale tra spinotto e foro della forcella sia nullo, dato che in collegamenti di precisione tale gioco iniziale risulta molto limitato. Scopo di questo lavoro è di esaminare i cicli di fatica delle tensioni radiale e circonferenziale al fianco del foro della forcella per i due caricamenti precedentemente illustrati, tramite studi parametrici agli elementi finiti ed elementi al contorno, proponendo i parametri tensionali in grado di riassumere, seppure approssimativamente, il grado di pericolosità delle fluttuazioni delle tensioni. Viene anche presentato un raccordo con la bibliografia scientifica, la quale si concentra sul caricamento longitudinale, affrontando solo occasionalmente i caricamenti obliquo e trasversale.

## NOMENCLATURA

$d$	diametro del foro
$F$	carico
$l$	lunghezza della forcella
$p_{c,m}$	pressione media di contatto
$t$	spessore della forcella
$w$	larghezza della forcella
$\alpha$	angolo di inclinazione del carico
$\beta$	coordinate angolare delle tensioni
$\sigma_{eq}$	tensione equivalente secondo von Mises

## 1. INTRODUZIONE

I collegamenti a forcella e spinotto costituiscono un'articolazione cilindrica frequentemente utilizzata in molteplici applicazioni meccaniche, le quali spaziano dagli ambiti legati alla meccanica di precisione all'impiego nei cilindri idraulici di grosse dimensioni. Numerosi sono gli studi reperibili in bibliografia nei quali il calcolo del collegamento è affrontato assumendo che il carico agisca longitudinalmente, essendo limitata l'inclinazione della forza nella maggior parte delle applicazioni, [1-6]. Esiste tuttavia un numero considerevole di situazioni in cui lo spinotto accoppiato con la forcella viene caricato da una forza la cui direzione si scosta sensibilmente rispetto all'asse della forcella.

Le pubblicazioni che trattano nei particolari l'influenza della direzione del carico sulle tensioni che si generano al contatto tra forcella e spinotto risultano essere assai rare, [7-9]. Inoltre, come ulteriore fonte di difficoltà, tali articoli sono stati spesso scritti in lingue complesse, o risultano difficilmente reperibili. Appare poi sconosciuta agli autori la presenza in bibliografia di trattazioni relative ai cicli di fatica che si generano nella forcella in presenza di un carico di intensità costante ma variabile come direzione.

Oggetto di questo studio è l'indagine, attraverso studi parametrici agli elementi finiti, dei cicli di fatica delle tensioni radiale e circonferenziale al fianco del foro della forcella per due distinti carichi: il primo costituito da una forza longitudinale di intensità variabile, ed il secondo che considera una forza di intensità costante ma variabile come direzione.

Facendo riferimento a collegamenti di precisione, il gioco iniziale tra spinotto e foro della forcella è molto limitato (nell'ordine del centesimo di millimetro), per cui nelle simulazioni numeriche svolte ci si è riferiti alla situazione limite di gioco iniziale nullo. Tale ipotesi risulta giustificata se si considera che in presenza di giochi iniziali limitati la forcella avvolge lo spinotto già quando il carico esterno raggiunge un valore relativamente contenuto, superato il quale il comportamento del collegamento diventa identico a quello in assenza di gioco. Tali considerazioni risultano analoghe a quelle svolte in alcuni articoli relativi al calcolo del collegamento tra piede di biella e spinotto, che per molti aspetti risulta analogo al problema in esame.

Una seconda ipotesi rilevante consiste nel considerare lo stato tensionale nella forcella come di tensione piana, trascurando così gli effetti tridimensionali legati all'inflexione dello spinotto. Tale ipotesi semplificativa risulta comunemente adottata nelle analisi meccaniche dei collegamenti a forcella e spinotto.

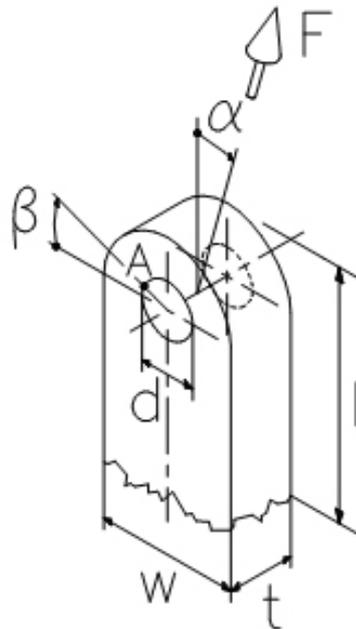
La valutazione del danno causato da cicli di fatica complessi richiede la determinazione di indicatori affidabili dello stato di criticità del materiale. Nell'ipotesi di gioco iniziale nullo, i cicli di fatica a cui è soggetto il punto maggiormente sollecitato della forcella in seguito all'applicazione di un carico longitudinale, o comunque di un carico la cui direzione resta costante nel tempo, risultano quantificabili secondo una interpretazione consolidata, mentre quando il carico ruota tali cicli di fatica non sono più interpretabili in modo semplice.

Di seguito vengono elencate le rimanenti ipotesi semplificative adottate nelle simulazioni numeriche. Lo spinotto è stato discretizzato come solido deformabile piano, in analogia alla simulazione della forcella. Il materiale assunto per lo spinotto e per la forcella è stato l'acciaio ritenuto lavorante in campo elastico. Inoltre l'attrito tra lo spinotto e il foro della forcella è stato considerato nullo.

Lo studio parametrico è stato svolto assumendo come parametro fondamentale il rapporto tra il diametro del foro della forcella e la larghezza della forcella stessa.

## 2. MODELLO AGLI ELEMENTI FINITI

Questo studio è stato condotto impiegando il programma commerciale agli elementi finiti MSC MARC 2003 ed il programma agli elementi di contorno BEASY 2002. Nella discretizzazione FEM dello spinotto e della forcella sono state impiegate mesh costituite da elementi isoparametrici a quattro nodi, dove si sono utilizzati circa 3000 e 8000 nodi rispettivamente per lo spinotto e per la forcella. Lo spinotto è stato caricato da una forza di inclinazione,  $\alpha$ , variabile rispetto all'asse di simmetria della forcella da  $0^\circ$  a  $90^\circ$  con incrementi di  $10^\circ$ , Figura 1. La forcella è stata incastrata in una zona sufficientemente lontana dal foro.



**Figura 1:** Schematizzazione della forcella.

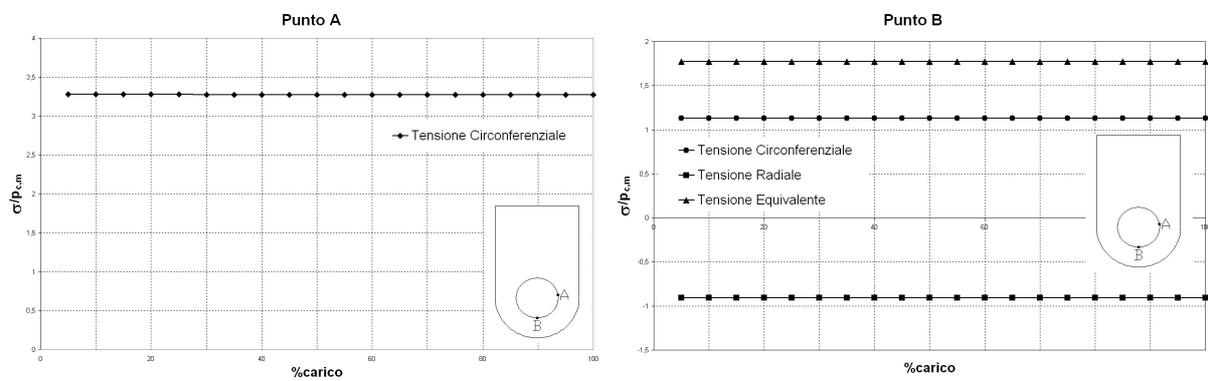
La Figura 1 chiarisce i principali simboli adottati. Si ricorda in particolare che, mentre l'angolo  $\alpha$  indica l'inclinazione del carico  $F$  rispetto l'asse della forcella, l'angolo  $\beta$  denota la coordinata angolare utilizzata in seguito per definire la posizione delle tensioni che agiscono lungo il bordo del foro della forcella. Per quanto riguarda le geometrie della forcella, sono stati indagati cinque rapporti tra diametro del foro,  $d$ , e spessore della forcella,  $w$ , di 0.376 , 0.5 , 0.577 , 0.667 , 0.77, [7].

## 3. RISULTATI

I risultati numerici vengono di seguito presentati raggruppati in due sezioni principali, riferite rispettivamente al carico di intensità variabile ma fisso come direzione, ed il carico di intensità costante ma di direzione variabile.

### 3.1. Carico di intensità variabile e direzione fissa

In seguito all'ipotesi di gioco iniziale nullo tra spinotto e foro della forcella, un carico di intensità variabile e fisso in direzione produce un contatto recessivo, per il quale l'arco di contatto tra spinotto e forcella rimane invariato all'aumentare del carico, [10], [11]. Le tensioni massime al fianco del foro della forcella rimangono quindi tra loro proporzionali al variare dell'intensità del carico longitudinale. L'affaticamento causato da tali cicli di fatica ricade quindi all'interno di un'ampia casistica di problematiche nelle quali i cicli affaticanti delle tensioni seguono il ciclo affaticante del carico applicato. In questi casi, poiché tutti i cicli affaticanti sono dello stesso tipo e tra loro proporzionali, per il calcolo delle tensioni ideali si possono applicare tutte le espressioni valide per i casi statici, come la teoria della massima energia di distorsione secondo von Mises o la teoria della massima tensione tangenziale secondo Tresca, [2], [12].

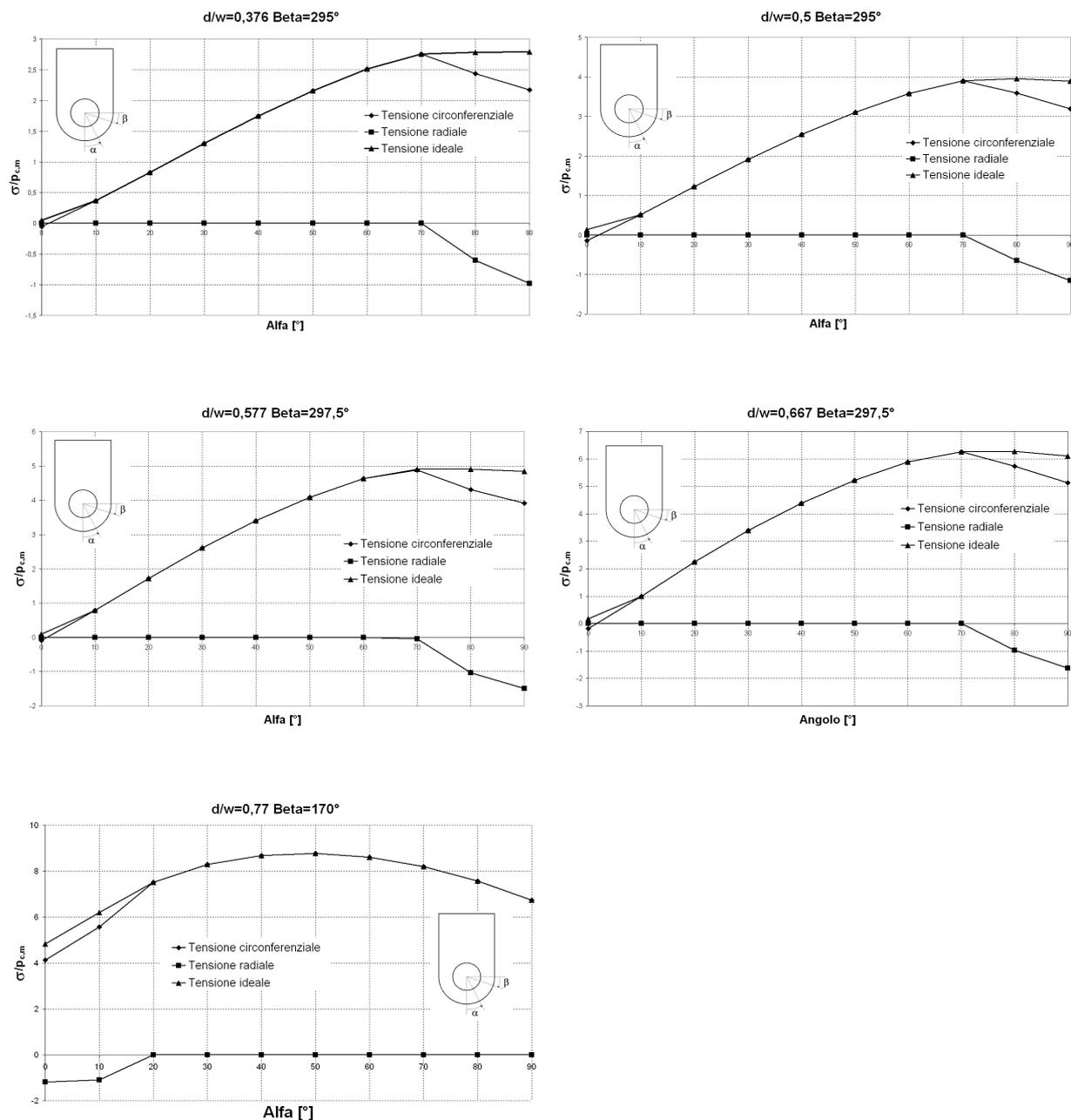


**Figura 2:** Tensioni nei punti A e B del foro al variare dell'intensità del carico.

In Figura 2 sono riportati gli andamenti delle tensioni radiali e circonferenziali nei punti A e B del bordo del foro al variare dell'intensità del carico longitudinale  $F$  per una forcella avente rapporto  $d/w$  pari a 0.577. Sfruttando la linearità del problema derivante dall'ipotesi di gioco iniziale nullo, i valori di tensioni possono venire adimensionalizzati rispetto alla pressione media di contatto, e si presentano quindi in Figura 2 come rette orizzontali. Poiché il massimo delle tensioni circonferenziali (punto A) cade al di fuori della zona di contatto tra spinotto e foro della forcella, in questo punto il valore della tensione ideale secondo von Mises coincide con la tensione circonferenziale, essendo nulle sia la tensione radiale sia la tensione tangenziale.

### 3.2. Carico di intensità costante e variabile come direzione

Questo secondo caricamento, pur producendo ancora un contatto di carattere recessivo, instaura nel punto più sollecitato della forcella tensioni radiali e circonferenziali che non rimangono necessariamente tra loro proporzionali al variare della direzione del carico. Infatti, anche se le direzioni principali rimangono costantemente quella radiale e quella circonferenziale, la tensione radiale segue un ciclo all'origine, mentre quella circonferenziale no, per cui l'affaticamento causato da tale combinazione di cicli di fatica non è più immediatamente interpretabile in modo semplice, rendendo necessaria una analisi più approfondita dei risultati.

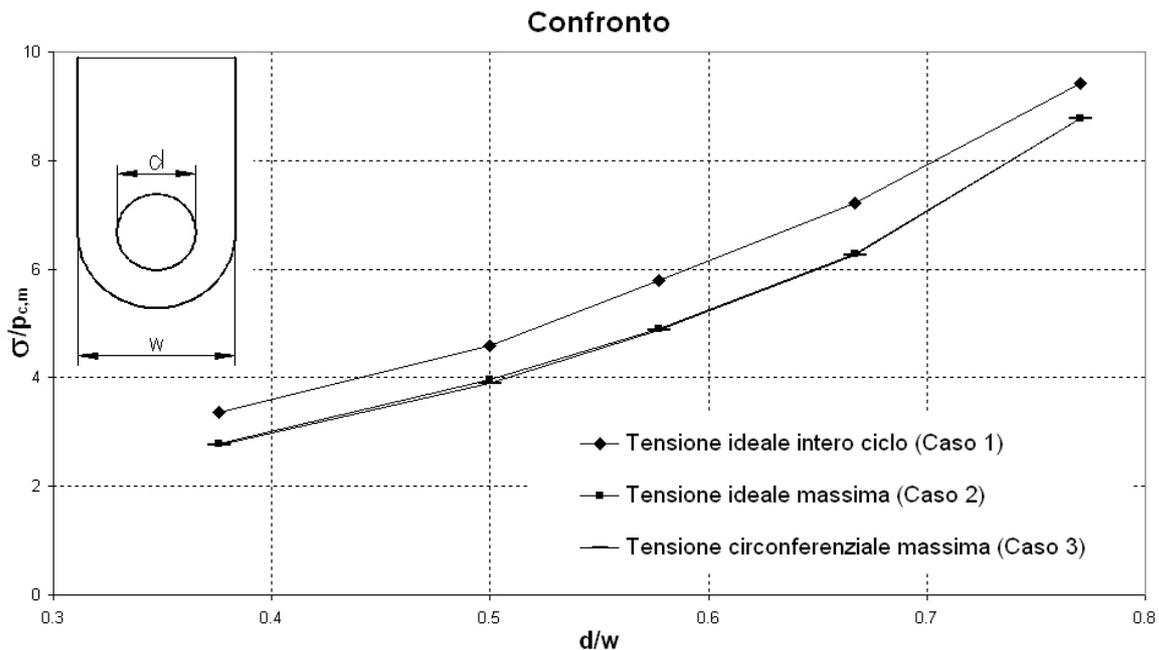


**Figura 3:** Tensioni nel punto in cui cade il massimo di tensione circonferenziale al variare dell'inclinazione del carico e del rapporto  $d/w$ .

In Figura 3 sono stati raccolti i valori di tensione circonferenziale, radiale e ideale secondo von Mises nel punto del foro della forcella in cui cade il massimo di tensione circonferenziale (identificato dall'angolo  $\beta$ ) al variare dell'inclinazione del carico ( $\alpha$ ) e per i diversi rapporti geometrici  $d/w$ . Si è deciso di riferirsi al punto di massima tensione circonferenziale, dato che tale tensione risulta dominante rispetto alle altre. L'analisi dei grafici permette di formulare alcune riflessioni. Esistono in bibliografia diverse indicazioni secondo le quali, per il calcolo delle tensioni ideali in regime affaticante, le espressioni valide per i casi statici risultano applicabili solo se si è in presenza di cicli di fatica tra loro in fase e con direzioni principali delle tensioni costanti, ma non per tensioni fuori fase con direzioni principali variabili, [12].

Nel caso in questione le direzioni principali delle tensioni si mantengono invariate al variare dell'inclinazione del carico (*'proportional loading'*, [13], p. 273), mentre risulta più problematico inquadrare l'andamento delle tensioni radiali e circonferenziali secondo la definizione di cicli in fase o fuori fase. Appare comunque dai diagrammi di Figura 3 che i cicli di fatica delle tensioni radiale e circonferenziale sono spesso prossimi a cicli all'origine. Per esaminare la possibilità di definire un indicatore della sofferenza del materiale per il caso in esame, si è deciso di valutare l'errore relativo commesso nel prendere come tensione affaticante una tra le seguenti proposte:

- **Caso 1.** la massima tensione ideale secondo von Mises considerando l'intero ciclo di carico, calcolata riferendosi ai massimi valori in modulo delle tensioni radiali e circonferenziali, non necessariamente riferiti allo stesso valore dell'angolo  $\alpha$ ;
- **Caso 2.** la massima tensione ideale secondo von Mises tra quelle calcolate per ogni valore di inclinazione  $\alpha$  del carico;
- **Caso 3.** la massima tensione circonferenziale tra quelle calcolate per ogni valore di inclinazione del carico.



**Figura 4:** Confronto tra le diverse tensioni considerate.

In Figura 4 si è riportato l'andamento di tali tensioni per i vari valori di  $d/w$  considerati. Si osserva (Tabella 1) come il valore della tensione circonferenziale massima (Caso 3) praticamente coincida con la tensione ideale massima tra quelle calcolate per ogni valore di inclinazione del carico (Caso 2). Questo fatto può essere facilmente interpretato osservando i grafici di Figura 3. Infatti, per i valori di  $\alpha$  tali per cui la tensione radiale risulta nulla, la tensione ideale secondo von Mises coincide esattamente con la tensione circonferenziale mentre, con riferimento ai valori di  $\alpha$  tali per cui la tensione radiale è diversa da zero, si nota come le due tensioni radiale e circonferenziale rimangano sostanzialmente "parallele", non producendo di fatto una variazione significativa del valore di tensione ideale secondo von Mises. Infine, il valore della tensione ideale secondo von Mises calcolato considerando l'intero ciclo di carico (Caso 1) risulta mediamente superiore soltanto del 15 % rispetto agli altri due considerati (Tabella 1).

In seguito ai risultati raccolti in Figura 4, sembra lecito proporre in prima approssimazione, come indicatore della sofferenza del materiale della forcella nel caso di carico di intensità costante ma di direzione variabile tra il longitudinale ed il trasversale, uno qualsiasi dei tre indicatori precedentemente illustrati.

**Tabella 1:** *Errore percentuale tra le diverse tensioni considerate.*

<i>d/w</i>	<i>Tensione ideale intero ciclo</i>	<i>Tensione ideale intero ciclo</i>	<i>Tensione circonferenziale massima</i>
	<i>Tensione ideale massima</i>	<i>Tensione circonferenziale massima</i>	<i>Tensione ideale massima</i>
	<i>%</i>	<i>%</i>	<i>%</i>
0.376	16.77	17.75	1.18
0.5	13.80	14.87	1.24
0.577	15.12	15.50	0.45
0.667	12.93	13.17	0.27
0.77	6.87	6.87	0

### 3. CONCLUSIONI

Si è analizzato un collegamento a forcella e spinotto, dove la geometria della forcella è stata assunta ad estremità semicircolare ed i fianchi rettilinei paralleli. Si sono considerati due tipi di caricamento, dove il primo tipo è costituito da una forza longitudinale di intensità variabile, mentre il secondo caricamento è consistito in una forza costante in intensità ma variabile tra le direzioni longitudinale e trasversale. Si è inoltre assunto che la forcella si trovi in uno stato piano di tensione, e che il gioco iniziale tra foro della forcella e spinotto sia nullo.

Si sono esaminati i cicli di fatica delle tensioni radiale e circonferenziale al fianco del foro della forcella per i due caricamenti precedentemente illustrati, tramite studi parametrici agli elementi finiti ed elementi al contorno. Nel caso di carico di direzione longitudinale fissa ed intensità variabile, il contatto forcella-spinotto è regressivo, e quindi le tensioni risultano proporzionali al carico. In questo caso sembra accettabile assumere come indicatore della sofferenza del materiale della forcella ai cicli affaticanti la massima tensione ideale secondo von Mises ai fianchi del foro. Nella situazione invece di carico di intensità costante ma di direzione variabile tra la longitudinale e la trasversale, sembra lecito considerare lo stato tensionale nel punto della forcella dove cade la massima tensione circonferenziale, sempre dominante. In tale punto le tensioni principali non variano la loro direzione, e si è potuto accertare che tali tensioni seguono cicli spesso prossimi all'origine. Anche in tale situazione un parametro tensionale in grado di riassumere, seppure approssimativamente, il grado di pericolosità delle fluttuazioni delle tensioni, appare essere la tensione ideale secondo von Mises, dove in questo studio si sono proposte tre modalità di calcolo che forniscono risultati abbastanza simili.

## Bibliografia

- [1] Manzella G. (1948) Sul proporzionamento dei collegamenti ad occhio. *Tecnica Italiana*. **3**, 6-14.
- [2] Peterson R.E. (1974) *Stress Concentration Factors*. (Wiley&Sons, N.Y.).
- [3] Nicoletto G. (1985) Experimental characterization of cracks at straight attachment lugs. *Engng Fracture Mechanics*. **22**, 829-838.
- [4] Juvinall R.C., Marshek K.M. (1991) *Fundamentals of Machine Component Design*. (Wiley&Sons, N.Y.).
- [5] Grant R.J., Smart J., Stanley P. (1994) A parametric study of the elastic stress distribution in pin-loaded lugs. *J. Strain Analysis*. **29**, 299-307.
- [6] Wang G.S. (1994) Stress analysis for a lug under various conditions. *J. Strain Analysis*. **29**, 7-16.
- [7] Sucharev I.P. (1977) *Strength of Machine Hinged Units*, (Mechanical Engineering, Moscow) (In Russian).
- [8] Stanley P., Davies M.F. (1991) A photoelastic study of the stresses in pin-loaded lugs. *Österreichische Ingenieur- und Architekten-Zeitschrift (ÖIAZ)*. **136**, 275-284.
- [9] Baldini A., Nascimbeni M., Strozzi A. (2003) Analisi numerica di un collegamento forcella-spinotto in presenza di carichi obliqui. *La scienza della progettazione, Giornata di studio in memoria del Prof. U. Pighini, Università la Sapienza, Roma*.
- [10] Dundurs J., Stippes M. (1970) Role of elastic constants in certain contact problems. *ASME J. Appl. Mech.* **37**, 965-970.
- [11] Ciavarella M., Decuzzi, P. (2001) The state of stress induced by the plane frictionless cylindrical contact. I. The case of elastic similarity. *Int. J. Solids Structures*. **38**, 4507-4523.
- [12] Sonsino M. C. (1995) Multiaxial fatigue of welded joints under in-phase and out-of-phase local strain and stresses. *Int. J. Fatigue*. **17**, 55-70.
- [13] Socie D.F., Marquis G.B. (2000) *Multiaxial fatigue*. (SAE International, Pa).