

# DETERMINAZIONE DEI FATTORI DI INTENSIFICAZIONE DEGLI SFORZI IN RUOTE FERROVIARIE CRICcate INTERNAMENTE IN PRESENZA DI CARICHI NON HERTZIANI

*M. Guagliano<sup>1</sup> e L. Vergani<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano (Italy)  
E-mail: mario.guagliano@, laura.vergani@polimi.it

## **SOMMARIO**

Nel presente lavoro si affronta il problema della determinazione dei fattori di intensificazione degli sforzi in ruote ferroviarie in presenza di distribuzioni di pressione non hertziane. Si descrive lo sviluppo e la messa a punto di un procedimento di calcolo che riduce l'andamento effettivo delle pressioni di contatto ad una serie di carichi concentrati, permettendo la determinazione del campo di spostamenti e di sforzi risultanti come la sovrapposizione di diversi casi di Boussinesq. I risultati ottenuti, in termini di spostamenti, sono stati applicati come condizioni al contorno di un modello FEM della zona della ruota che include la cricca interna con fronte curvilineo. L'approccio di calcolo è poi applicato ad una distribuzione di pressione ricavata sperimentalmente e ad altre ipotetiche ed i risultati discussi criticamente.

## **1. INTRODUZIONE**

La sempre più sentita esigenza di definire ed utilizzare criteri di progettazione basati sull'analisi piuttosto che sulle norme, unitamente alla possibilità di usare agevolmente strumenti di calcolo che permettono la soluzione numerica di problemi complessi, un tempo affrontabili solo in seguito a pesanti semplificazioni o, a volte, sperimentalmente, ha reso possibile l'affinamento degli approcci di progettazione strutturale in diversi settori industriali. Tra questi, soprattutto, i trasporti, in cui, leggerezza, sicurezza ed affidabilità costituiscono requisiti primari che il progettista deve considerare, almeno nella definizione dei componenti dalla cui integrità dipende la sicurezza del mezzo di trasporto e, quindi, dei suoi occupanti.

Se si focalizza l'attenzione sul trasporto ferroviario, tuttavia, solo in tempi relativamente recenti, ed anche in seguito ad alcune sciagure che hanno mostrato l'inadeguatezza dei tradizionali criteri di progetto, si è sentita l'esigenza di approcci di calcolo basati su analisi approfondite dello stato di sforzo. Inoltre, solo di recente si sono adottati criteri, basati su un accurato impiego dei controlli non distruttivi, che considerano la presenza di un danneggiamento in atto (dovuto, per esempio a fatica), valutano la sua tollerabilità e stimano la vita residua del componente.

Tra i componenti ferroviari per i quali è particolarmente sentita l'esigenza sopra descritta ci sono, assieme a rotaie e assili, le ruote. Queste ultime, infatti, sono soggette a storie di carico complesse, per effetto della variabilità delle condizioni operative e per le modalità con cui le ruote interagiscono con il resto del sistema, e a differenti tipi di danneggiamento. Se ci si limita a quelli dovuti all'interazione con la rotaia, la ruota è soggetta ad usura superficiale, a fatica superficiale da contatto e fatica da rotolamento sub-superficiale. La pericolosità di questi fenomeni dipende da diversi fattori, ed è noto che, a seconda dei casi, l'usura e la fatica superficiale possono divenire tra loro competitivi. Per quanto riguarda la fatica sub-superficiale, il danneggiamento ad essa dovuto è detto "shelling" [1], e consiste nella

propagazione, a partire da un difetto preesistente, di una cricca interna che, affiorando in superficie in un secondo tempo, determina la rimozione di materiale e successivamente la messa fuori servizio della ruota.

La stima della pericolosità di una cricca di questo tipo è quindi complessa, in quanto necessita di un'accurata conoscenza delle condizioni di contatto tra la ruota e la rotaia (variabili per effetto dell'usura dei due componenti) ed implica l'applicazione dei concetti propri della meccanica della frattura, al fine di determinare i valori dei fattori di intensificazione degli sforzi di una cricca interna, che risulta sollecitata in modo misto e in condizioni di contatto (a volte parziale) tra le facce della cricca. Il problema è, quindi, complesso e può essere affrontato solo con metodi di calcolo numerico, come il metodo degli elementi finiti o degli elementi di contorno.

In bibliografia è possibile trovare diversi studi volti a trovare soluzione a questo problema. Tra questi, quello dovuta a Kaneta e Muratami [2, 3], basato sul Body Force Method (BFM) permette di calcolare il valore dei  $K_{I, II, III}$  per cricche circolari interne in un semispazio infinito soggetto ad una distribuzione di pressione normale e tangenziale di tipo hertziano: tuttavia, i valori che vengono riportati si riferiscono ad una casistica limitata che la non linearità del problema rende di difficile generalizzazione. I casi descritti da Lunden [4], che utilizza modelli 2D ad elementi finiti, sono forse di più diretta applicabilità al caso della ruota ferroviaria, ma la schematizzazione bidimensionale del problema rende i risultati approssimati.

Un'altra soluzione bidimensionale ad elementi finiti è quella sviluppata dal Bastias [5], che considera differenti profondità, coefficienti d'attrito tra le facce della cricca e diverse giaciture dei difetti, evidenziando, tra l'altro, i limiti di una soluzione di questo tipo. In [6] è stato invece proposto un approccio basato su una modellazione ad elementi finiti tridimensionale, di un particolare tipo di difetto ("squat crack") che è però comune nelle rotaie e non nelle ruote.

Esistono poi altre soluzioni bidimensionali relative ad una cricca interna sollecitata da carichi concentrati (per esempio [7, 8]).

I presenti autori hanno sviluppato [9, 10] un approccio ibrido 3D, direttamente applicabile all'interfaccia ruota-rotaia, che permette la determinazione dei fattori di intensificazione degli sforzi di cricche interne in presenza di carichi da contatto senza eccessivi sforzi di modellazione. L'approccio è basato sulla determinazione analitica degli spostamenti in un semispazio, non fratturato, sollecitato dalle pressioni di contatto. Gli spostamenti sono poi applicati come condizioni al contorno ad un modello ad elementi finiti della zona circostante la cricca interna: lo sviluppo di questa analisi permette il calcolo dei fattori di intensificazione degli sforzi e riduce sensibilmente l'onere di modellazione, dal momento che si possono analizzare diversi casi solo variando le condizioni al contorno e con piccole modifiche del modello FEM. Inoltre l'utilizzo degli spostamenti analiticamente calcolati come condizioni al contorno del modello numerico, che ha dimensioni tali da non risentire, sul suo contorno, della presenza della cricca (tale considerazione rende corretta l'imposizione degli spostamenti del semispazio non criccato come condizioni al contorno del modello FEM che include la cricca), rende il calcolo più preciso delle soluzioni ottenibili con modellazioni parziali ad elementi finiti. I risultati fino ad oggi presentati hanno permesso di valutare la pericolosità di una cricca interna al variare della geometria del suo fronte, delle sue dimensioni e della distanza dalla superficie di contatto, e sono stati confrontati, con esito soddisfacente, con valori sperimentalmente ricavati con modelli fotoelastici.

Punto comune, a parte [7, 8], degli approcci precedentemente citati è il considerare come condizione di carico la distribuzione di pressioni che deriva dall'applicazione della teoria di Hertz. Ciò è dovuto a diversi fattori: da un lato, infatti, la geometria di progetto dei corpi a contatto dà luogo a condizioni di contatto non conforme che è facile schematizzare, senza violare alcuna delle ipotesi di base, come contatto hertziano. Dall'altro l'osservazione e la definizione sperimentale delle effettive condizioni di contatto è complessa, e solo oggi si

stanno sperimentando approcci in grado di misurare l'effettiva estensione della zona di contatto e l'andamento delle relative pressioni.

Tuttavia, nelle condizioni di esercizio reali, si può ritenere di avere a che fare con condizioni di contatto hertziano solo nella fase iniziale della vita della ruota o dopo operazioni di riprofilatura rese necessarie per ripristinare il profilo originale della ruota.

Risulta evidente che, al crescere del tempo complessivo di esercizio, la superficie di contatto delle ruote subisce, principalmente per usura, severe modifiche e tende a diventare irregolare. Conseguentemente le condizioni di contatto tendono a divenire sempre meno assimilabili a quelle hertziane. La distribuzione delle pressioni risulterà, in tali condizioni, irregolare, e anche lo stato di sforzo sub-superficiale sarà differente rispetto a quello calcolabile applicando le formule dell'Hertz.

In presenza di cricche interne, anche il valore del fattore di intensificazione degli sforzi risentirà delle mutate condizioni di carico.

E' di questi aspetti che si indaga nella presente memoria. In essa, si riprende e si modifica l'approccio ibrido sviluppato in [9, 10] ed applicabile a casi di contatto hertziano e lo si adatta alla soluzione dei fattori di intensificazione degli sforzi di cricche interne con fronte curvilineo in presenza di distribuzioni di pressioni di contatto ruota/rotaia non hertziane.

Lo schema risolutivo utilizzato prevede la discretizzazione delle pressioni di contatto come una distribuzione di carichi concentrati, per i quali è lecito usare la soluzione del Boussinesq e sovrapporre poi gli effetti. Una volta ottenuto il campo di spostamenti che deriva dalla soluzione discretizzata è possibile il calcolo del fattore d'intensificazione degli sforzi applicando gli spostamenti ottenuti come condizioni al contorno di un modello a elementi finiti della cricca e della zona circostante, analogamente a quanto succedeva nel modello ibrido hertziano.

Nel seguito della memoria si descrive il procedimento di messa a punto dell'approccio e i test eseguiti per verificare la correttezza dei risultati ottenuti.

L'approccio è poi applicato ad una distribuzione di carico sperimentalmente misurata [11] ed ad una distribuzione ipotetica, essendo il fine la valutazione dell'influenza, a pari risultante, dell'estensione dell'impronta e della distribuzione delle pressioni di contatto rispetto ai valori che si ottengono considerando un contatto hertziano.

## **2. IMPOSTAZIONE DEL PROCEDIMENTO**

Il procedimento per il calcolo dei fattori di intensificazione degli sforzi di cricche interne in elementi in condizione di contatto non conforme e non hertziano è stato impostato facendo riferimento, come sottolineato anche nell'introduzione, ai carichi ed alle dimensioni tipiche del contatto tra ruota e rotaia, anche se, sia pur con qualche eventuale limitazione dovuta alle differenti dimensioni, può essere utilizzato anche per casi differenti (per esempio le ruote dentate).

Esso trae origine da un precedente approccio [9], sviluppato per risolvere analoghi casi in condizioni di contatto hertziano. In quest'ultimo la ruota e la rotaia venivano schematizzati come due cilindri ad assi perpendicolari, per i quali è possibile, quindi, determinare l'estensione della zona di contatto e l'andamento delle pressioni. Noto quest'ultimo si può, visto le esiguità della zona di contatto rispetto alle dimensioni degli elementi a contatto ed ai loro raggi di curvatura, schematizzare l'elemento di interesse come un semispazio infinito caricato dalla distribuzione di pressioni hertziana e calcolare il campo di spostamenti e di sforzi da essa derivante.

Gli andamenti così calcolati vengono utilizzati come condizioni al contorno di un modello ad elementi finiti che include la cricca interna, con fronte curvilineo, e una zona cilindrica ad essa circostante, e che evita, quindi le problematiche di modellazione proprie dei calcoli strutturali ad elementi finiti su elementi con geometria complessa. Il risultato del calcolo è l'andamento del fattore di intensificazione degli sforzi lungo il fronte della cricca. Variando la posizione

della cricca rispetto alla zona di contatto, il che vuol dire cambiando le condizioni al contorno del modello FEM, è possibile descrivere l'andamento del fattore di intensificazione degli sforzi in un ciclo di contatto. Le dimensioni del modello a elementi finiti sono abbastanza elevate da impedire che il campo di spostamenti lungo il contorno risenta della presenza della cricca; in tal caso, infatti le condizioni al contorno imposte, ricavate senza considerare la presenza della cricca, risulterebbero affette da un errore più o meno rilevante. In Figura 1 è illustrato lo schema dell'approccio ibrido ora descritto.



**Figura 1:** Schema risolutivo dell'approccio ibrido sviluppato per contatti di tipo hertziano.

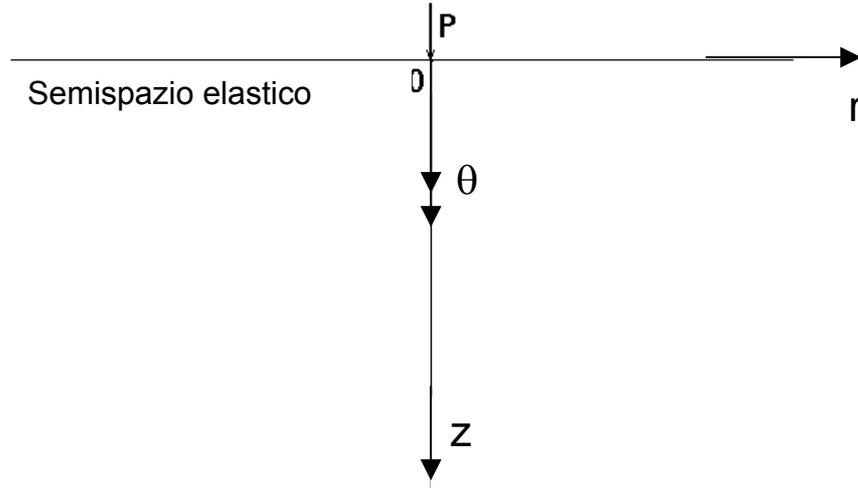
Nel caso in cui il contatto tra gli elementi di interesse risulti essere non hertziano, lo schema risolutivo ora descritto, pur restando valido nella sua formulazione, deve essere modificato, in quanto il campo di spostamenti del semispazio elastico non può essere calcolato con i precedenti procedimenti analitici. In altre parole manca una soluzione di riferimento rispetto alla quale impostare il calcolo ad elementi finiti della cricca interna.

Se però è nota la distribuzione delle pressioni e, conseguentemente, l'estensione del contatto è possibile cercare soluzioni approssimate che considerino la discretizzazione dell'effettivo andamento delle pressioni di contatto ad una serie di casi di cui è nota la soluzione analitica e dei quali poi si sovrappongono i risultati.

In questo caso l'impronta di contatto è stata schematizzata con una maglia di quadrati di uguale dimensione. In ognuno dei quadrati si è calcolata la risultante delle pressioni di contatto: il carico applicato è quindi discretizzato come una serie di carichi concentrati applicati nel baricentro del quadrato su cui agiscono.

L'approccio sviluppato riduce quindi il carico applicato ad una serie di carichi concentrati: è allora possibile utilizzare la soluzione del potenziale di Cerutti [11] e Boussinesq [12], relativa ad un carico concentrato perpendicolare alla superficie libera di un semispazio elastico, per ognuno dei carichi concentrati per poi sovrapporne gli effetti, ferme restando le ipotesi che rendono possibile quest'ultimo passaggio.

In Figura 2 si può vedere, quindi, il caso che è stato risolto, insieme alla definizione del sistema di coordinate cilindrico  $r$ ,  $\theta$ ,  $z$  utilizzato per esplicitare le componenti di sforzo e di spostamento.



**Figura 2:** *Semispazio di Boussinesq e definizione delle componenti di sforzo e di spostamento.*

Tralasciando lo sviluppo analitico della soluzione, si arriva a determinare, dopo aver definito un sistema di coordinate cilindrico  $r, \theta, z$  con origine nel punto di applicazione del carico, le seguenti espressioni di sforzo:

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi} \left\{ (1-2\nu) \left[ \frac{1}{r^2} - \frac{z}{r^2} (r^2 + z^2)^{-1/2} \right] - 3r^2 z (r^2 + z^2)^{-5/2} \right\} \quad (1)$$

$$\sigma_z = -\frac{3P}{2\pi} z^3 (r^2 + z^2)^{-5/2} \quad (2)$$

$$\sigma_\theta = \frac{P}{2\pi} (1-2\nu) \left[ -\frac{1}{r^2} + \frac{z}{r^2} (r^2 + z^2)^{-1/2} + z (r^2 + z^2)^{-3/2} \right] \quad (3)$$

$$\tau_{rz} = -3 \frac{P}{2\pi} r z^2 (r^2 + z^2)^{-5/2} \quad (4)$$

Per quanto riguarda gli spostamenti si arriva a determinare le componenti  $u$  e  $w$  secondo le direzioni  $r$  in direzione  $z$ :

$$u = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{2\pi E r} \left[ z (r^2 + z^2)^{-1/2} - 1 + \frac{1}{1-2\nu} r^2 z (r^2 + z^2)^{-3/2} \right] \quad (5)$$

$$w = \frac{P}{2\pi E} \left[ (1+\nu) z^2 (r^2 + z^2)^{-3/2} + 2(1-\nu^2) (r^2 + z^2)^{-1/2} \right] \quad (6)$$

che possono essere espresse in coordinate cartesiane  $x, y$  e  $z$ :

$$u_x = u(r, z) \cos \theta \quad (7)$$

$$u_y = u(r, z) \sin \theta \quad (8)$$

$$u_z = w(r, z) \quad (9)$$

Ripetendo il calcolo per tutte le celle in cui l'impronta di contatto è stata schematizzata e sommando i risultati ottenuti è possibile calcolare, in ogni punto del semispazio, le componenti di spostamento totali:

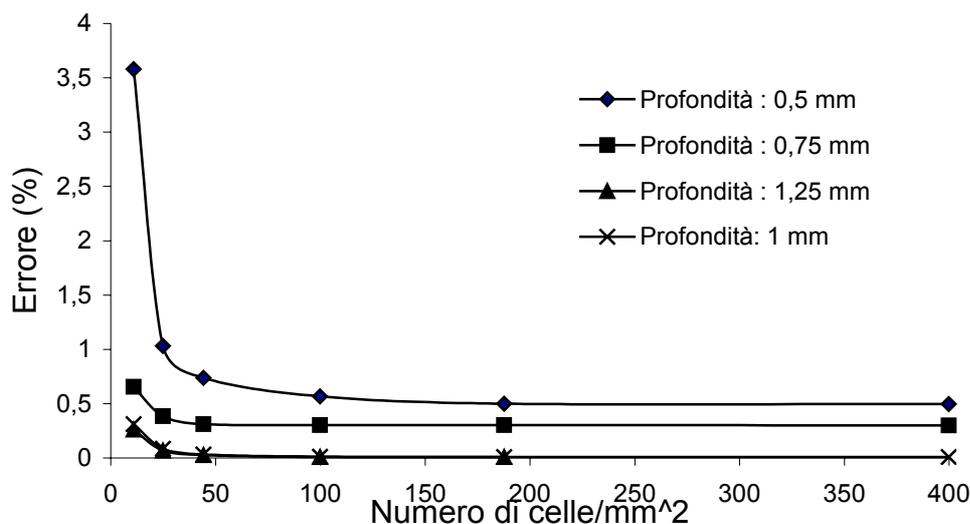
$$\begin{aligned}
 u_{x,tot} &= \sum_{i=1}^n u_{x,i} \\
 u_{y,tot} &= \sum_{i=1}^n u_{y,i} \\
 u_{z,tot} &= \sum_{i=1}^n u_{z,i}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

dove  $n$  è il numero totale di celle e le componenti di spostamenti  $i$ -esime sono dovute al carico  $P_i$ . La bontà del risultato ottenuto dipende dall'accuratezza della discretizzazione dell'impronta di contatto. Per valutare la fittezza necessaria per ottenere un risultato accurato si è eseguita un'analisi di convergenza su un caso di contatto hertziano, di cui è nota la soluzione analitica

Il caso di riferimento che è stato considerato è, per quanto riguarda la geometria ed i carichi totali applicati, lo stesso affrontato nel paragrafo seguente, al quale si rimanda per la descrizione accurata. In questa prima analisi di convergenza si è considerata la distribuzione hertziana derivante dalla geometria nominale e si è calcolato il campo di spostamenti che ad essa compete, dapprima con la soluzione analitica proposta da Bryant e Keer [14], già utilizzata in [9, 10] e poi con l'approccio a celle discrete che sovrappone diverse soluzioni di Boussinesq, facendo variare il numero di celle e confrontando i risultati ottenuti. Per quanto riguarda la soluzione analitica, che richiede il calcolo di integrali ellittici è stata sviluppata una routine in ambiente Maple<sup>®</sup>, mentre Matlab è lo strumento di calcolo utilizzato per sviluppare l'algoritmo per ottenere la soluzione a celle discrete.

I risultati ottenuti con i due approcci sono stati confrontati in termini di spostamenti, in corrispondenza di diverse profondità, variabili da 1/6 della lunghezza del semiasse maggiore dell'ellisse di contatto fino a 1/2 della stessa grandezza. Le posizioni considerate giacciono esattamente sotto all'impronta di contatto.

In Figura 3 è possibile osservare l'andamento dell'errore in funzione del numero di celle per unità di superficie ( $\text{mm}^2$ ): in base ai risultati ottenuti si è scelto di discretizzare la distribuzione della pressione di contatto in 200 celle/ $\text{mm}^2$ .



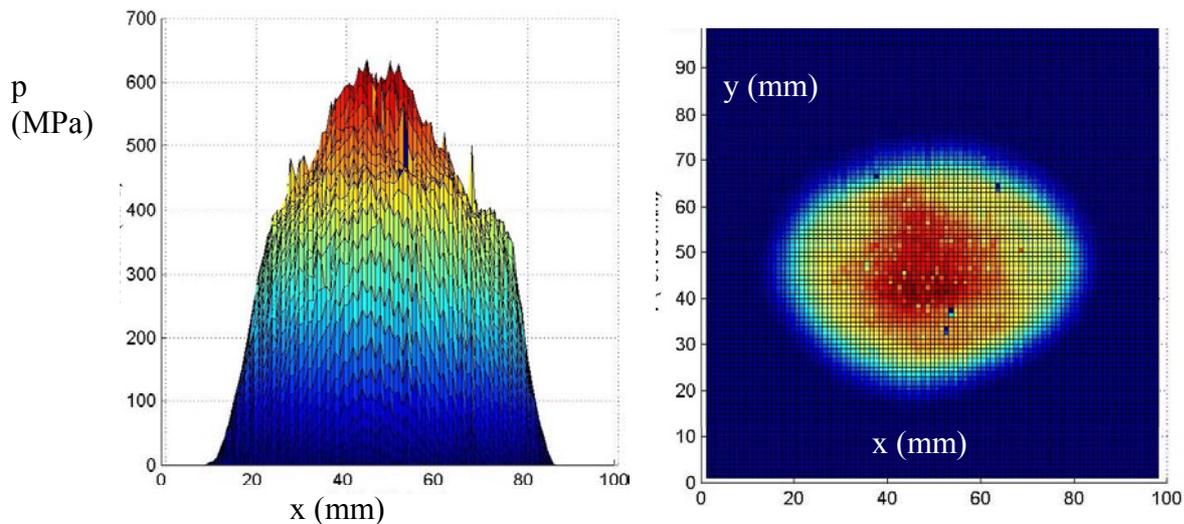
**Figura 3:** Errore della soluzione discretizzata rispetto a quella analitica in funzione del numero di celle.

### 3. DISTRIBUZIONI DELLE PRESSIONI

L'andamento effettivo delle pressioni di contatto in un sistema ruota-rotaiia può essere anche sensibilmente differente da quello teorico calcolato con Hertz, a causa dell'usura che può essere non uniforme e che può comportare impronte ben differenti da quelle prevedibili analiticamente.

In letteratura, del resto, non è facile trovare casi di andamenti effettivi delle pressioni di contatto; ciò è dovuto alla difficoltà di mettere a punto una tecnica sperimentale di misura.

Recentemente, l'impiego degli ultrasuoni ha consentito lo sviluppo di una tecnica che permette la misura dell'estensione dell'impronta di contatto e delle effettive pressioni agenti al suo interno. In Figura 4 è mostrato uno dei risultati conseguiti applicando questa tecnica.



**Figura 4:** *Andamento delle pressioni di contatto rilevato sperimentalmente*

E' stato anche considerata una distribuzione ipotetica, che prevede la costanza delle pressioni nella zona di contatto.

Questi andamenti, sperimentale e ipotetico, sono stati utilizzati per valutare l'effetto che una distribuzione di pressione di tipo non hertziano può avere sul calcolo dei fattori di intensificazione degli sforzi relativi ad una cricca interna, eseguendo dei confronti con valori ottenuti utilizzando diverse distribuzioni delle pressioni.

Tutte le distribuzioni di pressione considerate sono a pari risultante ( $F=10.000N$ ), e sono state determinate con geometrie analoghe a quelle utilizzate nelle indagini sperimentali riportate in [10]. In particolare il raggio della ruota risulta  $R_1=430$  mm e quello della rotaia risulta  $R'_2=300$  mm, il materiale della ruota e della rotaia sono uguali (il modulo di elasticità longitudinale  $E=206.000$  MPa e il coefficiente di contrazione trasversale  $\nu=0,3$ ).

Rifacendosi, quindi, allo schema di Figura 1 si considerano, per determinare l'andamento delle pressioni hertziano, due cilindri ad assi perpendicolari di raggio rispettivamente  $R_1$  e  $R'_2$ . L'area di contatto che si ottiene è un'ellisse:

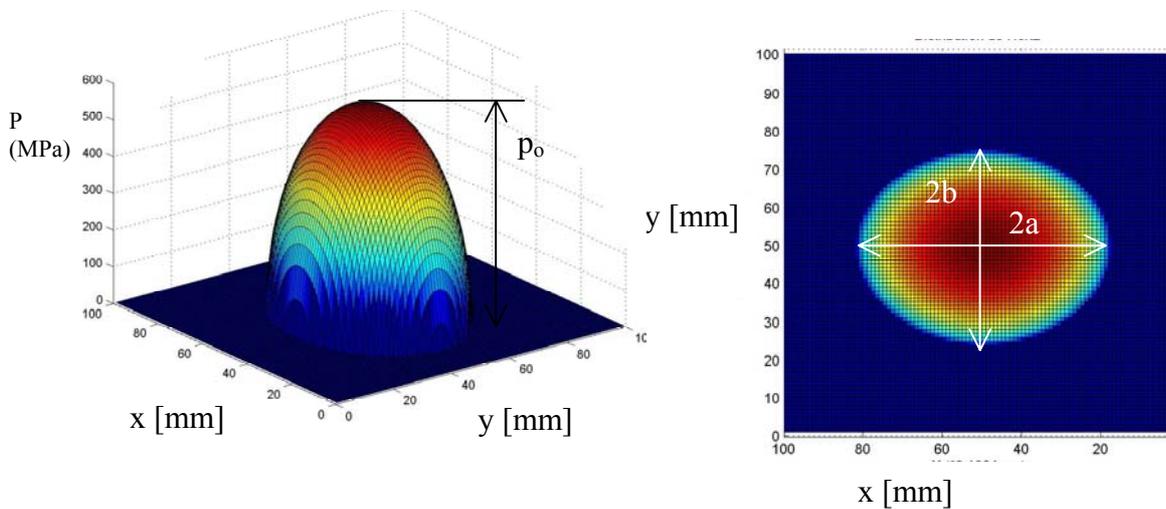
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{11}$$

dove a e b sono i semiassi dell'ellisse di contatto.

Applicando le formule di Hertz si trova:

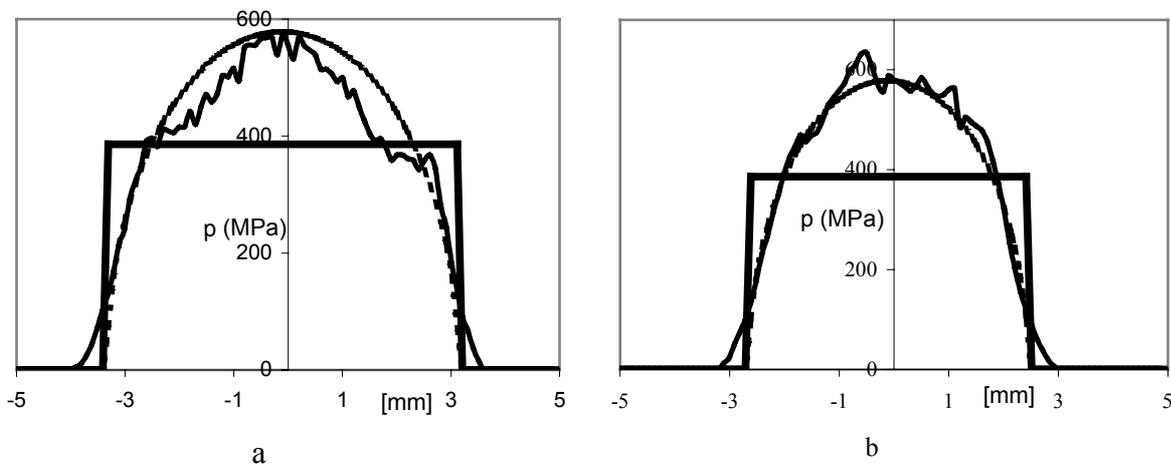
$a=3,24mm$      $b=2,55mm$     semiassi dell'ellisse di contatto  
 $p_0=579MPa$     pressione massima

In Figura 5 è riportato l'andamento della distribuzione di pressione e l'area di contatto che si ottengono utilizzando le formule di Hertz.



**Figura 5:** a) Distribuzione delle pressioni di contatto secondo Hertz; b) area di contatto

In Figura 6 è riportato il confronto, nei piani medi longitudinale e trasversale, tra le tre diverse distribuzioni: sperimentale, ellittica hertziana e costante.



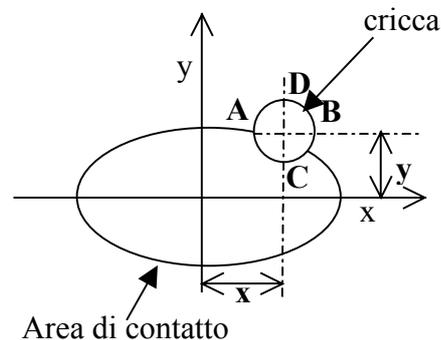
**Figura 6:** Confronto tra le diverse distribuzioni di pressione: a) nel piano longitudinale; b) nel piano trasversale

#### 4. RISULTATI

Considerando le diverse distribuzioni di pressione sono state eseguite numerose analisi numeriche per calcolare i fattori di intensificazione degli sforzi nei punti A, B, C e D lungo il contorno di una cricca circolare di raggio  $a=0,33\text{mm}$  e posta ad una distanza  $d=1,5\text{mm}$  rispetto alla superficie esterna. I punti A, B sono gli estremi del diametro longitudinale rispetto alla direzione ( $x$ ) del moto (in particolare A è più vicino all'asse della distribuzione di pressione), C e D sono gli estremi del diametro trasversale, sempre rispetto alla direzione del moto (direzione  $y$ ), come è possibile osservare nello schema di Figura 7.

Le analisi numeriche simulano un ciclo di contatto completo, ottenuto variando la distanza tra l'asse della cricca e quello della distribuzione di pressione.

In Figura 8 sono illustrati gli andamenti di  $K_{II}$  e  $K_{III}$  in funzione dell'eccentricità in direzione  $x$  della pressione rispetto all'asse della cricca.



**Figura 7:** Schema della posizione della cricca rispetto alla distribuzione di pressione, definizione dell'eccentricità rispetto a  $x$  e a  $y$ .

Come si può notare l'andamento del  $K_{II}$  sembra risentire maggiormente del massimo valore della pressione di contatto; le distribuzioni di pressione sperimentale ed hertziana danno, infatti, luogo a risultati analoghi, mentre il massimo valore di  $K_{II}$  dovuto alla distribuzione costante delle pressioni risulta essere marcatamente inferiore. Per quanto riguarda il  $K_{III}$ , nullo qualora la cricca presenti l'asse  $x$  coincidente con l'analogo asse del carico applicato, è invece interessante notare che la distribuzione di pressioni sperimentale, il cui baricentro risulta leggermente eccentrico in direzione  $y$  rispetto alla cricca, dà luogo a valori di  $K_{III}$  non trascurabili, anche se inferiori ai massimi valori di  $K_{II}$ .

In Figura 9 sono invece riportati gli andamenti delle stesse quantità nel punto C, sempre in funzione dell'eccentricità in direzione del moto tra cricca e pressioni di contatto.

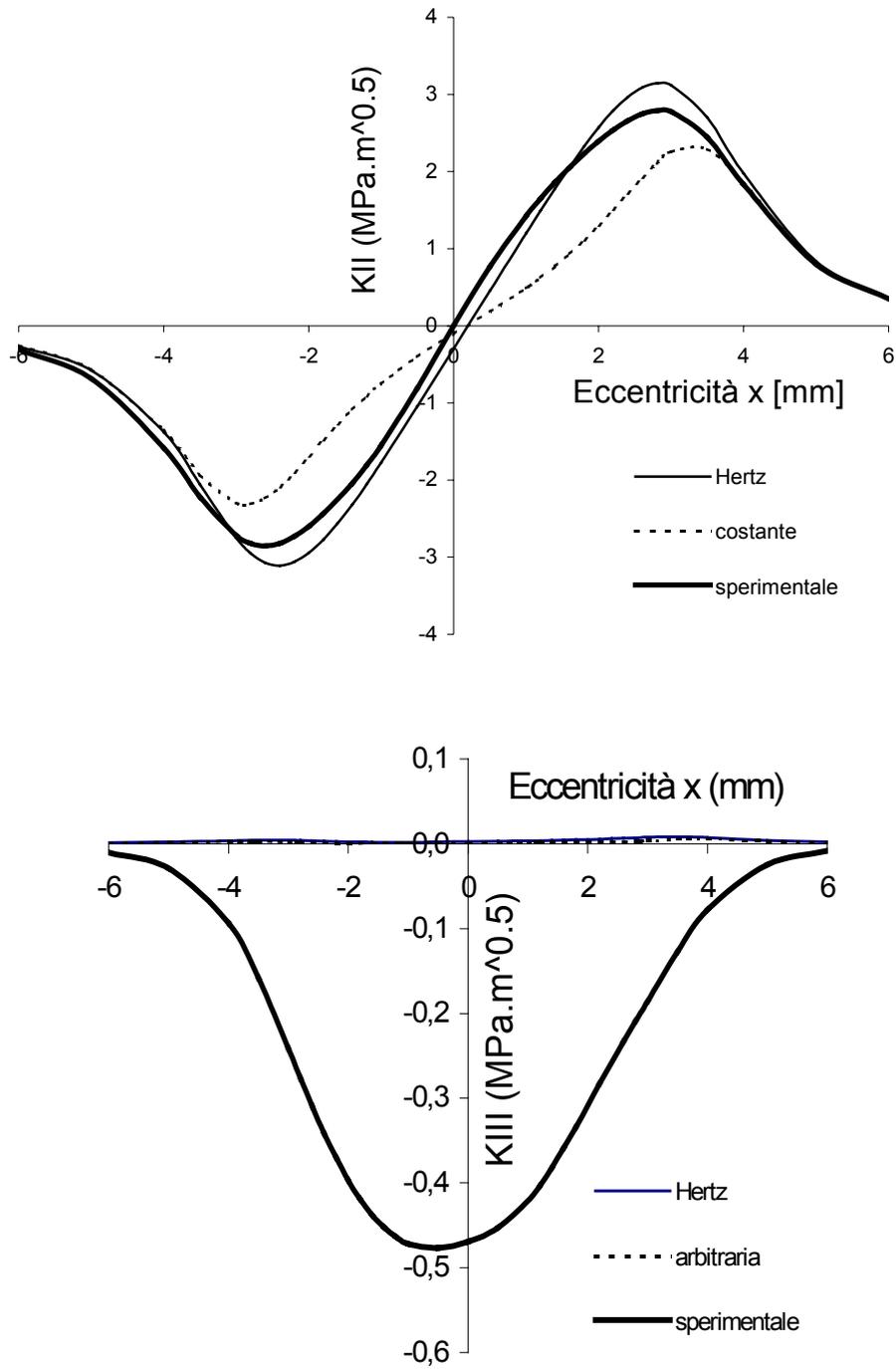
Anche in questo caso è possibile notare la somiglianza degli andamenti hertziani e sperimentale e l'influenza della posizione del baricentro delle pressioni sperimentali relativamente al valore di  $K_{II}$ .

Per approfondire l'importanza dell'eccentricità in direzione trasversale,  $y$ , sull'entità dei valori dei fattori di intensificazione degli sforzi lungo il fronte della frattura, i calcoli relativi alla distribuzione hertziana di pressioni sono stati ripetuti facendo variare anche l'eccentricità in tale direzione. I risultati ottenuti, relativi al punto A, sono riportati in Figura 11.

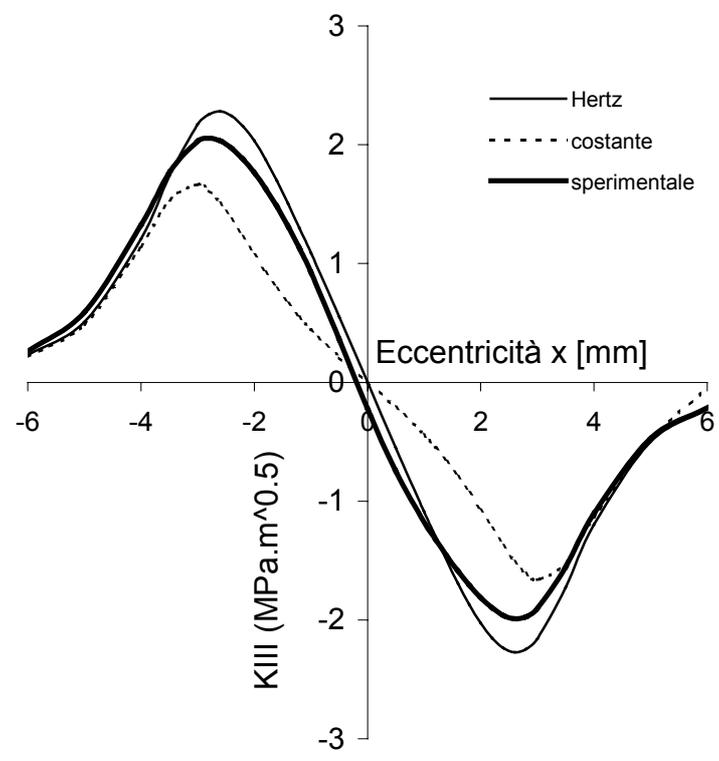
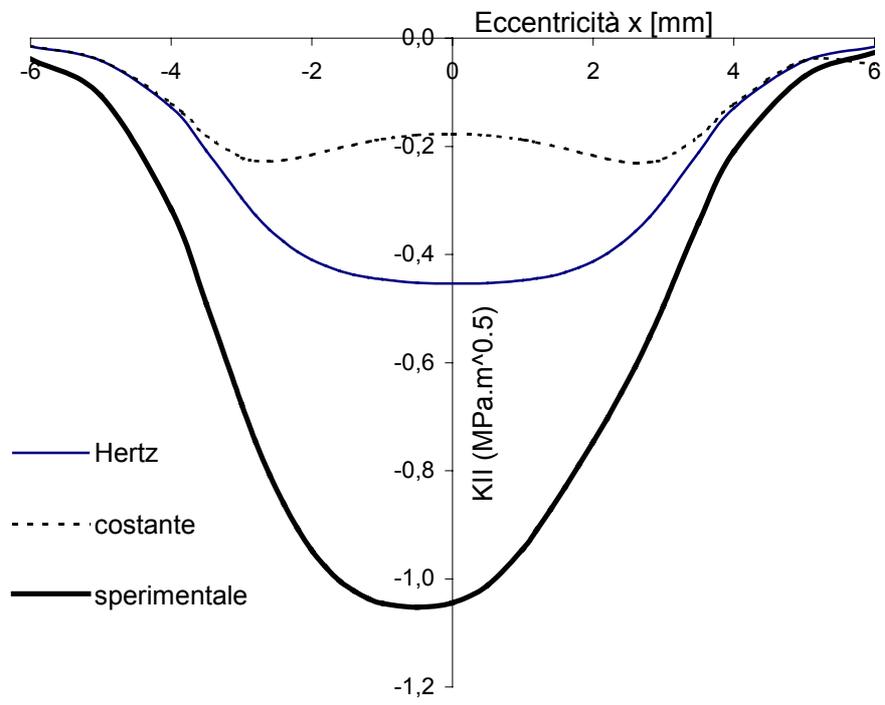
Come si può notare le considerazioni che prima erano state fatte per giustificare i risultati relativi alla distribuzione sperimentali delle pressioni di contatto trovano una conferma. Infatti l'eccentricità trasversale.

In particolare si può notare che esiste un valore di eccentricità  $y$  che rende massimi  $K_{III}$  nel punto A ed un valore di eccentricità  $x$  che rende massimo  $K_{II}$  in C. Tali valori massimi sono comparabili, rispettivamente, con  $K_{II}$  in A e con  $K_{III}$  in C e possono quindi concorrere in maniera all'evoluzione del danneggiamento della ruota.

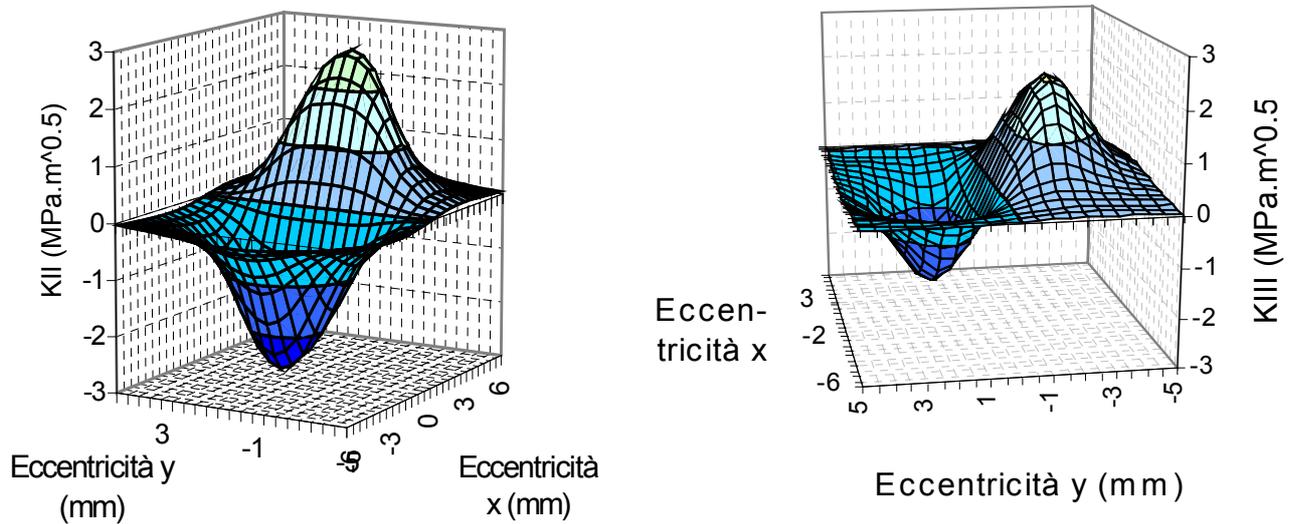
E' questo un aspetto non esaurientemente trattato in letteratura e che sarà oggetto di approfondimento al fine di verificarne il valore e come questi possano concorrere alla eventuale propagazione di un difetto iniziale.



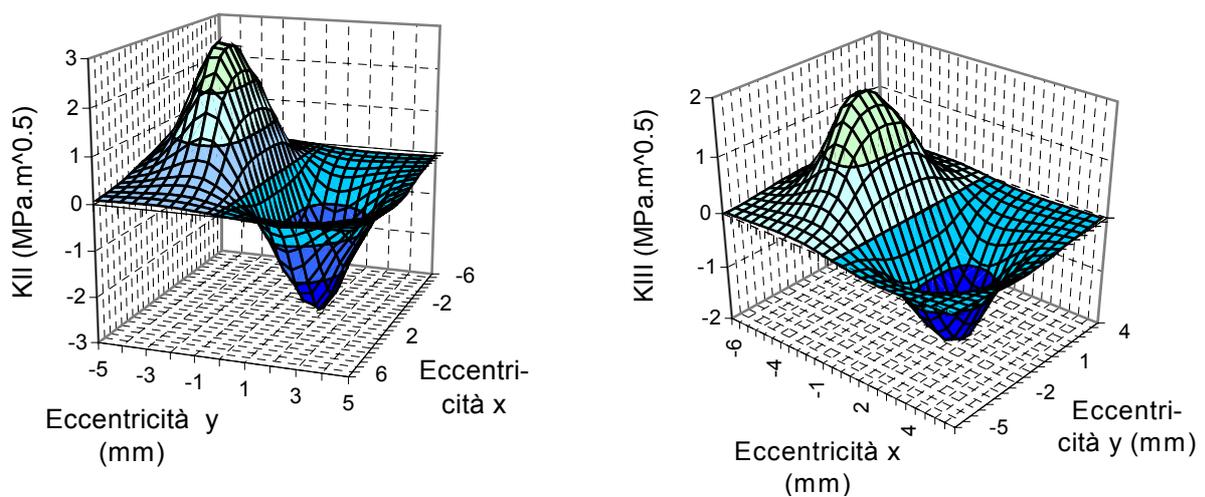
**Fig.8:** Andamento di  $K_{II}$  e  $K_{III}$  nel punto A al variare delle distribuzioni di pressione considerate



**Fig.9:** Andamento di  $K_{II}$  e  $K_{III}$  nel punto C al variare delle distribuzioni di pressione considerate.



**Figura 10:** Andamento di  $K_{II}$  e  $K_{III}$  nel punto A in funzione dell'eccentricità in direzione x e y (distribuzione di pressione hertziana).



**Figura 11:** Andamento di  $K_{II}$  e  $K_{III}$  nel punto C in funzione dell'eccentricità in direzione x e y (distribuzione di pressione hertziana).

## CONCLUSIONI

Nel presente lavoro è stato affrontato il problema della determinazione dei fattori di intensificazione degli sforzi in ruote ferroviarie in presenza di cricche interne, tipiche del fenomeno dello shelling, in presenza di andamenti delle pressioni di contatto non conformi alla teoria di Hertz. L'approccio utilizzato consiste nella generalizzazione di una procedura sviluppata per carichi hertziani ed è stato verificato utilizzando casi di riferimento.

L'applicazione a distribuzioni di pressione rilevate sperimentalmente o ipotizzate ha permesso di valutare quanto, a pari risultante, le condizioni di contatto possano influenzare i fattori di intensificazione degli sforzi. Dai risultati ottenuti emerge che l'importanza dell'eccentricità delle pressioni rispetto alla cricca in direzione trasversale rispetto al moto. Eccentricità non nulle in questa direzione, infatti, possono causare una sollecitazione della cricca secondo i modi II e III, ed influenzare, conseguentemente le condizioni di propagazione di cricche interne.

Ulteriori studi sono tuttora in corso per approfondire questo aspetto e giungere a quantificare l'effetto sopra citato per le dimensioni iniziali dei difetti cricche che caratterizzano questo tipo di danneggiamento delle ruote ferroviarie.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Polushkin E.P. (1956) *Defects and Failures of Metals*. London: Elsevier Publishing Company.
- [2] Kaneta M., Murakami Y. and Okazaki T. (1986) Growth Mechanism of Subsurface Crack Due to Hertzian Contact. *ASME J. Tribol.* **108**, 134-139.
- [3] Kaneta M., Yatsuzuka H. and Murakami Y. (1985) Mechanism of Crack Growth in Lubricated Rolling/Sliding Contact. *ASLE Transactions* **28**, 407-414.
- [4] Bastias, P.C., Hahn, G.T., and Rubin, C.A., "Finite Element Modeling of Subsurface Mode II Cracks under Contact Loads," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 33, 1989, pp. 143-152.
- [5] Lunden R. (1992) Cracks in Railway Wheels under Rolling Contact Load. Proc. International Wheelset Congress, Sydney, 163-167.
- [6] Orringer O. (1996) Crack Propagation and Fracture in Contacting Bodies. *Fatigue Fracture Engng Mater. Struct.* **19**, 1329-1338.
- [7] Datsyshyn O.P., Panasyuk (2001) Pitting of the rolling bodies contact surface. *Wear* **251**, 1347-1355.
- [8] Glodez S., Ren Z., Flaker J. (1998) Simulation of surface pitting due to contact loading. *Int. J. Num. Meth. Engng.* **43**, 33-50.
- [9] Guagliano M., Sangirardi M., Vergani L. (2003) A Hybrid Approach for Subsurface Crack Analyses in Railway Wheels under Rolling Contact Loads. In: *Fatigue and Fracture Mechanics*, Vol. 33; **ASTM STP 1417**; Edited by W. G. Reuter and R. S. Piascik, 161-175.
- [10] Guagliano M. and Vergani L. (2005) Experimental and Numerical Analysis of Subsurface Cracks in Railway Wheels. *Engng. Frac. Mech.* **72**, 255-269.
- [11] Pau M., Aymerich F. and Ginesu F. (2002) Distribution of contact pressure in wheel-rail contact area. *Wear* **253**, 265-274.
- [12] Cerrutti V. (1882) *Memorie fisiche e matematiche*, Acc. Lincei, Roma.
- [13] Boussinesq J. (1885) *Application des Potentiels à l'Etude de l'Equilibre et du Mouvement des Solides Elastiques*. Gauthiers-Villars, Paris.

[14] Bryant M. D., Keer L. M. (1982) Rough Contact Between Elastically and Geometrically Identical Curved Bodies. ASME J. Appl. Mech. **49**, 345-352.