

# Determination of a cohesive law for polymers from three-point bending experiments

*Luca Andena, Marta Rink*

*Politecnico di Milano*

*Il comportamento a frattura dei materiali polimerici può essere efficacemente descritto mediante l'uso di modelli coesivi, basati su una legge che correla sforzo e apertura della cricca. In questo lavoro si applica un metodo per l'individuazione della legge coesiva di due polimeri amorfi a partire da prove sperimentali di flessione a tre punti.*

## **1. INTRODUZIONE**

La natura viscoelastica dei materiali polimerici ne caratterizza il comportamento manifestandosi attraverso la dipendenza dal tempo delle proprietà meccaniche. La teoria della viscoelasticità lineare fornisce una valida ed elegante descrizione del comportamento a piccole deformazioni di questi materiali. A grandi deformazioni si assiste alla comparsa di fenomeni complessi, quali snervamento e frattura: anch'essi, nel caso dei polimeri, devono essere descritti considerando la loro dipendenza dal tempo. Per quanto riguarda la frattura un quadro di riferimento è quello della Meccanica della Frattura che si è mostrata in grado di descrivere adeguatamente la frattura di materiali con comportamento elastico lineare. L'estensione di

questo approccio a materiali viscoelastici non è ancora consolidata.

Risultati promettenti sono stati ottenuti applicando la teoria di Schapery [1-3], che descrive innesco e propagazione della frattura in un mezzo viscoelastico lineare, a partire da un difetto assimilabile ad una cricca piatta acuta. Schapery riprende il concetto di zona di processo, introdotto originariamente da Dugdale e Barenblatt: immagina l'esistenza di una piccola zona antistante l'apice della cricca, che si trova ad essere sede di importanti deformazioni e dissipazione di energia nel materiale. Nessuna ipotesi viene fatta sul comportamento del materiale nella zona di processo; le sollecitazioni che ivi si concentrano portano alla sua decoesione e alla propagazione della frattura. Il fenomeno è promosso dal lavoro svolto dal continuo viscoelastico circostante, che Schapery esprime in funzione dei parametri viscoelastici del materiale e della storia di carico applicata. L'innesco della frattura si ha quando questo lavoro raggiunge un valore critico per il materiale, definito come l'energia di frattura  $\Gamma$ .

La teoria di Schapery è stata applicata in diversi lavori svolti negli anni '90 [4-7], fornendo una descrizione soddisfacente dei dati relativi ad innesco e propagazione ottenuti su materiali diversi. Sperimentalmente è emerso che  $\Gamma$  è una proprietà intrinseca del materiale indipendente dalla geometria di prova ma che il tempo e la temperatura possono o meno influenzare i valori misurati di energia di frattura, al variare del materiale in esame. Questa dipendenza, ammessa da Schapery, è associata alla dipendenza da queste variabili dei meccanismi che avvengono all'interno della zona di processo, di cui la teoria non rende ragione.

Negli ultimi anni un approccio che ha trovato larga applicazione nello studio della frattura è stato quello legato a modelli coesivi. Questo tipo di modello mira a descrivere il comportamento del materiale all'interno della zona di processo mediante la formulazione di un legame tra sforzo e apertura della cricca, detto appunto legge coesiva. Tradizionalmente questi modelli vengono applicati mediante metodi numerici, quali ad esempio il metodo degli elementi finiti. Si ipotizza una certa forma funzionale per questo legame e se ne definiscono i parametri attraverso procedure di identificazione. Molto più interessante è la prospettiva di una determinazione sperimentale diretta della legge coesiva. In alcuni recenti lavori Pandya e Williams [8-10] hanno proposto un metodo apparentemente semplice ed efficace per la determinazione sperimentale della legge coesiva. Interessati allo studio del comportamento a frattura di diversi tipi di polietilene per tubi in pressione, essi hanno messo a punto un

metodo basato sull'utilizzo di provini con geometria di tipo *full notch* sottoposti a trazione. La presenza di un intaglio profondo intorno alla sezione resistente del campione promuove la formazione di un unico, esteso *craze*, precursore della frattura: misurando l'apertura dello stesso è possibile ottenere direttamente la legge coesiva. Per tutti i polietilene indagati la legge mostra un tratto crescente, un massimo e poi una caduta fino a quando il valore dello sforzo torna a zero in corrispondenza della completa decoesione.

Sfortunatamente questo metodo non è applicabile a materiali che esibiscono un comportamento significativamente più fragile di quello del polietilene, per i quali non è possibile ottenere una propagazione stabile della frattura in seguito alla trazione di provini *full notch*.

In questo lavoro si è utilizzato un metodo che permette la determinazione della legge coesiva a partire da prove sperimentali di flessione a tre punti su provini intagliati. Questa configurazione consente di ottenere una propagazione stabile anche su polimeri amorfi vetrosi, per i quali non è applicabile il metodo basato sulla trazione di provini *full notch*. In flessione, tuttavia, lo sforzo e lo spostamento di apertura della cricca non sono uniformi sulla sezione resistente: per questo motivo la determinazione della legge coesiva non può avvenire direttamente. Allo scopo è stata sviluppata una procedura iterativa che consente di individuare il legame tra sforzo e apertura della cricca; essa è basata sull'impiego di un modello ad elementi finiti nel quale il legame coesivo è riprodotto da una

serie di elementi di interfaccia disposti lungo il fronte della cricca.

Questo metodo è stato applicato per la prima volta sulla Polieterimmide (PEI) da Bianchi [11,12]. Nel presente lavoro si sono studiati altri due polimeri amorfi che avessero caratteristiche strutturali diverse con lo scopo di verificare la validità del metodo per materiali che presentassero differenti meccanismi di deformazione all'interno della zona di processo. La scelta è caduta su un Polimetilmetacrilato tenacizzato con gomma (RT-PMMA) e un polimero reticolato a base di allilcarbonica (RAV-7) con temperatura di transizione vetrosa inferiore a quella ambiente. Per ciascun materiale è stata determinata la legge coesiva. La validità dei risultati ottenuti è stata verificata attraverso il confronto con una serie di osservazioni sperimentali.

## 2. ANALISI TEORICA

Lo schema proposto da Bianchi [11,12] consente di individuare la legge sforzo – apertura della cricca a partire dalla misura sperimentale di due grandezze: la forza globale applicata sul provino e lo spostamento di apertura all'apice della cricca. Per determinare l'intera legge coesiva occorre conoscere il loro andamento durante tutto l'arco della prova.

Come detto il metodo si fonda sull'impiego di un modello ad elementi finiti. Il modello riproduce il provino attraverso la descrizione di un continuo elastico lineare; questa ipotesi appare giustificata se le uniche non linearità si concentrano

nella zona di processo. Sulla mezzeria sono disposti elementi di interfaccia: essi sono deputati a riprodurre le discontinuità di spostamenti che si hanno in seguito alla formazione di un *craze* e alla successiva decoesione conseguente l'innescò del fenomeno di frattura. Nei materiali polimerici solitamente si considerano leggi coesive con un andamento per cui lo sforzo cresce all'aumentare dell'apertura, raggiunge un massimo e successivamente diminuisce fino ad annullarsi. L'annullamento dello sforzo in un elemento di interfaccia coincide con l'innescò della frattura; il criterio individua quindi un valore critico dello spostamento di apertura. L'area sottesa alla curva rappresenta l'energia di frattura del materiale.

Per gli elementi di interfaccia è stata implementata da Bianchi una descrizione che permette di esprimere il legame tra lo sforzo  $S$  e l'apertura  $d$  con una successione di tratti lineari. Quando il provino viene sottoposto a flessione, sulla sezione resistente nel piano dell'intaglio si ha una distribuzione di sforzi che inizialmente vede il suo massimo proprio in corrispondenza dell'apice dell'intaglio. A questo punto corrisponderà anche il massimo valore di apertura mentre i punti seguenti avranno valori via via inferiori, fino ad annullarsi in corrispondenza dell'asse neutro. Con l'aumentare del carico  $P$  questi punti si muoveranno lungo il cammino descritto dalla legge coesiva (v. Fig. 1).

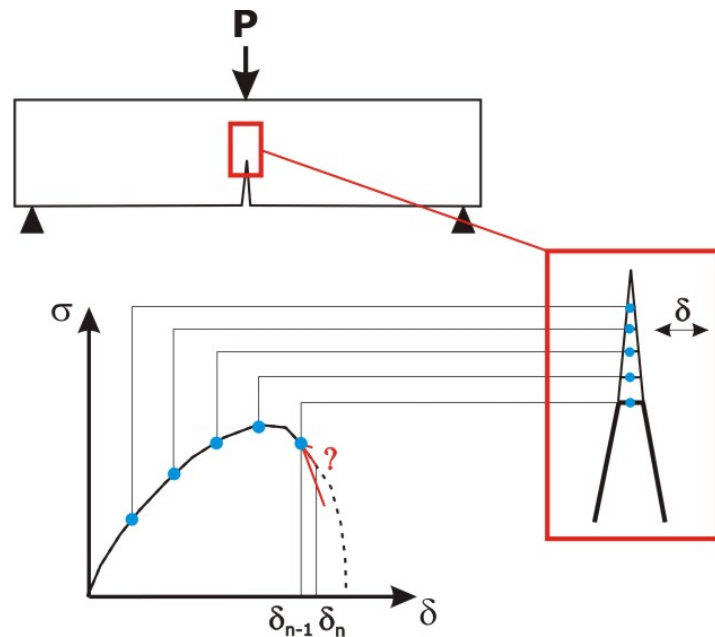


Fig. 1: Schema dell'andamento di sforzo e spostamento di apertura sulla sezione mediana di un provino sottoposto a flessione su tre punti.

Si immagini di conoscere la legge sforzo – apertura fino ad certo valore  $d_{n-1}$ ; esisterà un valore del carico  $P$  per il quale durante la prova lo spostamento di apertura misurato all'apice ha raggiunto proprio il valore  $d_{n-1}$ . Assegnando un carico  $P+DP$  e un valore arbitrario per la pendenza  $b_n$  del tratto lineare che descrive la successiva porzione – ancora incognita – della legge coesiva, il

modello restituisce un certo spostamento di apertura  $d_n$  all'apice. Se  $DP$  è sufficientemente piccolo, l'elemento all'apice è l'unico che si trova ad avere uno spostamento di apertura superiore a  $d_{n-1}$ .

Esisterà un unico valore  $b_n$  per cui  $d_n$  all'apice ottenuto dal modello coincida con il valore sperimentalmente misurato in corrispondenza dello stesso carico  $P+DP$ . Imponendo l'uguaglianza tra il  $d_n$  misurato e quello calcolato è possibile determinare  $b_n$ : la legge coesiva viene così ad essere nota fino al nuovo valore di apertura  $d_n$ . È possibile assegnare un nuovo incremento di carico e ripetere iterativamente la procedura fino ad individuare completamente la legge sforzo – apertura. Naturalmente è necessario inizializzare la procedura con un primo incremento di carico che coinvolge l'apertura di più elementi.

L'elemento all'apice è l'unico per cui si ha la misura sperimentale dello spostamento di apertura: ecco perché in linea di principio questo dovrebbe essere l'unico ad esplorare il tratto ancora incognito di legge coesiva. Il metodo è stato in realtà applicato senza attenersi rigidamente a questo criterio. Si può comunque ottenere una ottima approssimazione della legge coesiva purché i  $DP$  siano abbastanza piccoli e conseguentemente il numero di passi che la descrive sia abbastanza elevato.

Ciò porta ad esaurire rapidamente i tratti lineari a disposizione nell'implementazione degli elementi di interfaccia, nonostante il loro numero sia stato aumentato dai 10 originariamente introdotti da Bianchi ai 30 del presente lavoro. Per questo motivo il legame

di interfaccia permette di inserire anche un polinomio di nono grado prima della successione lineare. Quando si esaurisce il numero di tratti a disposizione, la legge individuata fino a quel momento viene interpolata dal polinomio e la procedura può riprendere con i successivi trenta passi.

La legge di interfaccia risulta dunque essere espressa in questa forma:

$$\begin{aligned}
 &\text{per } 0 < d \leq d_0 \\
 &S = a_1 d + a_2 d^2 + a_3 d^3 + a_4 d^4 + a_5 d^5 + a_6 d^6 + a_7 d^7 + a_8 d^8 + a_9 d^9 \\
 &\text{per } d_0 < d \leq d_1 \quad S = S(d_0) + b_1 (d - d_0) \\
 &\text{per } d_1 < d \leq d_2 \quad S = S(d_1) + b_2 (d - d_1) \\
 &\quad \dots \\
 &\text{per } d_{29} < d \leq d_{30} \quad S = S(d_{29}) + b_{30} (d - d_{29}) \\
 &\text{per } d > d_{30} \quad S = 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

### 3. DETTAGLI SPERIMENTALI

In questo lavoro sono mostrati i risultati ottenuti applicando il metodo visto a tre diversi polimeri amorfi:

- Poli-eter-immide (**PEI**) con  $T_G = 220 \text{ }^\circ\text{C}$  [11]
- Poli-dietilenglicol-bis-allil-carbonato con un elevato grado di reticolazione, avente  $T_G$  pari a  $5 \text{ }^\circ\text{C}$ , che verrà indicato con il suo nome commerciale (**RAV-7**)

- Poli-metil-metacrilato con  $T_G = 105 \text{ }^\circ\text{C}$  modificato con il 22% in peso di gomma acrilica (**RT-PMMA**)

I tre materiali sono stati sottoposti a prove di flessione a tre punti su provini con intaglio singolo (SENB), come mostrato in Fig. 2. La Tab. 1. riassume le dimensioni dei provini per i diversi materiali.

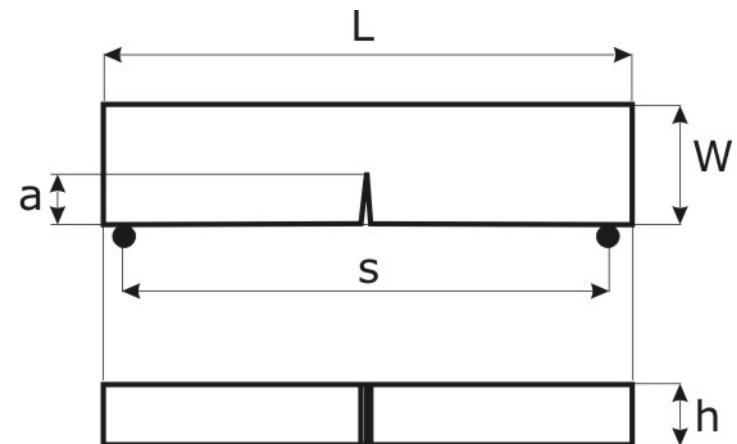


Fig. 2: Dimensioni caratteristiche dei provini SENB.

Tab. 1: Dimensioni dei provini per i materiali oggetto di studio. Tutti i valori sono espressi in millimetri [mm].

Materiale	W	L	s	h
RAV-7	6.5	30	26	3
PEI	7.5	30	15	5.8
RT-PMMA	16	70	64	8

Gli intagli sono stati praticati facendo penetrare nel materiale una lama di rasoio in moto alternativo: la profondità di intaglio, espressa come rapporto  $a/W$ , è stata variata da 0.267 a 0.667. Le prove sono state condotte su due dinamometri elettromeccanici (Instron 1185 e Instron 1121), alla temperatura di 23 °C, imponendo una velocità di spostamento costante compresa tra 0.1 e 0.2 mm/min.

Per la misura dello spostamento di apertura all'apice si è fatto ricorso ad un videoestensometro Trio VE5000. Il sistema consente di misurare con una telecamera digitale gli spostamenti di quattro punti disposti a formare un piccolissimo quadrato in prossimità dell'apice della cricca. Lo spostamento di apertura all'apice è stato determinato attraverso una procedura di interpolazione. Nel caso del RT-PMMA le immagini acquisite dalla telecamera sono state registrate in modo da poter determinare a posteriori l'esatto istante in cui si è avuto l'innesco della frattura.

#### 4. DETTAGLI NUMERICI

Tutte le simulazioni sono state condotte utilizzando il codice di libera distribuzione FEAPpv. Si sono utilizzati elementi finiti

triangolari a tre nodi per la descrizione del continuo circostante la zona di frattura. A questi elementi è stato attribuito un comportamento elastico lineare isotropo. Il modulo di Young della PEI è stato ricavato da dati di letteratura. Per quanto riguarda RAV e RT-PMMA si è utilizzata una procedura di calibrazione a partire da dati ottenuti da prove di flessione eseguite su provini non intagliati, in condizioni identiche a quelle indicate nel paragrafo 3. Per il coefficiente di Poisson ci si è affidati a stime ottenute da dati di letteratura o da bollettini tecnici. In Tab. 2 sono riportati i parametri elastici usati per descrivere i tre diversi materiali.

Tab. 2: Parametri elastici usati nelle simulazioni.

Materiale	E [MPa]	$\nu$
RAV-7	62.5	0.40
PEI	3000	0.36
RT-PMMA	1900	0.39

In Fig. 3 è mostrata a titolo di esempio una mesh usata per rappresentare un provino di PEI: la simmetria del sistema permette di considerarne solo metà. Si può facilmente osservare come la dimensione degli elementi non sia costante: la mesh è molto più fitta in prossimità dell'intaglio, onde descrivere in modo più accurato lo sforzo e lo spostamento di apertura all'apice. Per l'interfaccia sono stati usati elementi quadrangolari a quattro

nodi, in cui era implementata la legge costitutiva descritta nel paragrafo 2.

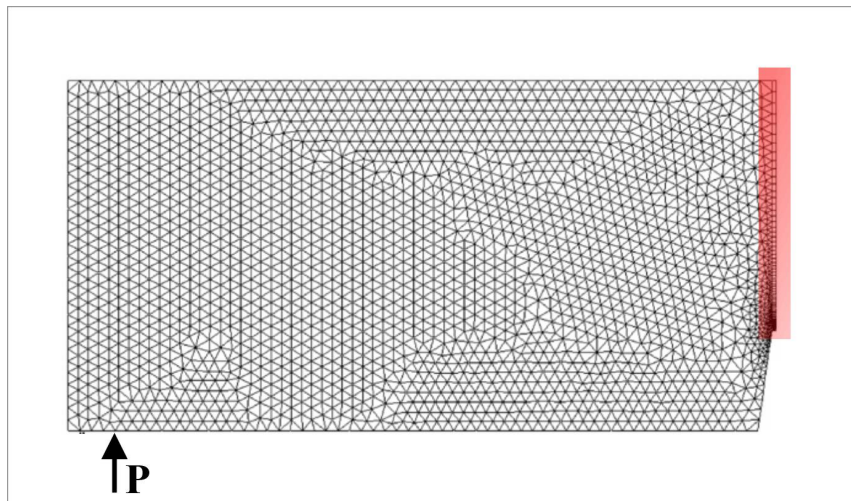


Fig. 3: Esempio di mesh usata per la PEI. In rosso è evidenziata la zona in cui si trovano gli elementi di interfaccia (su cortesia di Bianchi)

È stato condotto uno studio sul RAV-7 per verificare una eventuale dipendenza dalla finezza della mesh ed in particolare dalle dimensioni degli elementi adiacenti alla zona di interfaccia. L'analisi eseguita per tre mesh, aventi rispettivamente 1200, 5200 e 12000 elementi, ha portato all'individuazione della stessa legge coesiva nei tre casi. Per garantire una buona accuratezza dei risultati si è deciso di effettuare tutte le simulazioni con mesh di circa 5000 elementi, di cui un centinaio di interfaccia.

## 5. RISULTATI E DISCUSSIONE

La Fig. 4 mostra la legge coesiva ottenuta per il RAV-7.

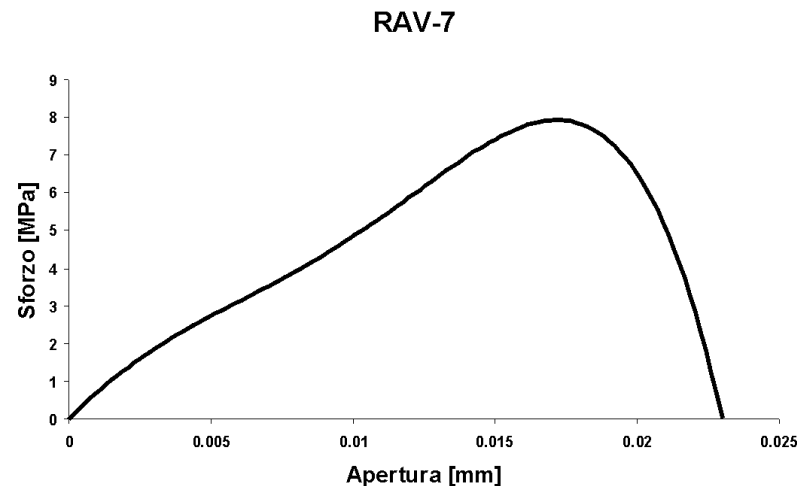


Fig. 4: Legge coesiva determinata per il RAV-7

L'apertura critica è di poco superiore ai 20  $\mu\text{m}$  mentre lo sforzo massimo è di 8 MPa; l'area sottesa alla curva equivale ad un'energia di 65  $\text{J/m}^2$ . Questo valore è in buon accordo con i risultati di un precedente lavoro sullo stesso materiale [5]: l'applicazione della teoria di Schapery a prove condotte alla temperatura di 5  $^{\circ}\text{C}$  aveva individuato una energia di frattura pari a 55  $\text{J/m}^2$ .

Si ritiene che la legge coesiva sia una proprietà intrinseca del materiale (per una data temperatura e velocità di prova): pertanto essa deve essere indipendente dalla geometria. Questa ipotesi è stata verificata dalle prove condotte su campioni di PEI aventi differenti profondità di intaglio [11]. Le curve carico – spostamento relative alle prove con i due valori estremi di  $a/W$  sono mostrate in Fig. 5.

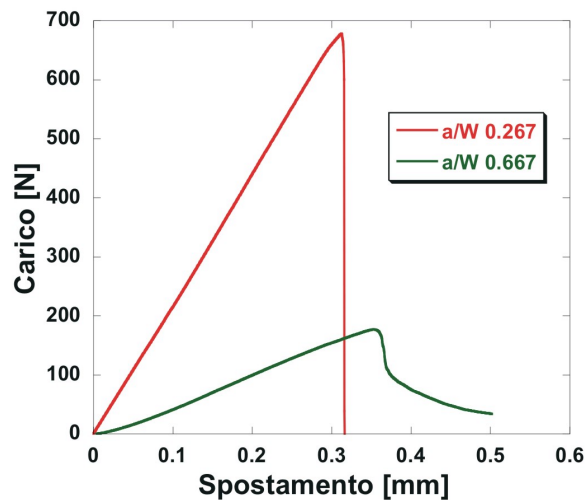


Fig. 5: Curve sperimentali per provini di PEI aventi intagli di profondità differente (su cortesia di Bianchi)

In effetti l'applicazione del metodo proposto ha sostanzialmente portato all'individuazione della stessa legge coesiva (v. Fig. 6). Bianchi ha ottenuto una curva con una forma assai differente da quella trovata per il RAV-7; il valore di apertura critica è vicino ai  $40 \mu\text{m}$  mentre lo sforzo massimo si situa poco oltre i 150 MPa.

L'energia corrispondente all'area sottesa è di  $4.5 \text{ kJ/m}^2$ , valore in buon accordo con quello di  $4 \text{ kJ/m}^2$  ottenuto da misure indipendenti di  $G_c$  [13].

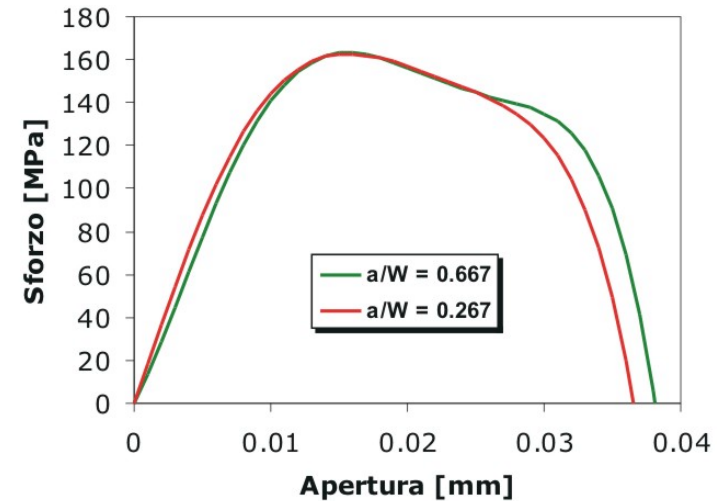


Fig. 6: Legge coesiva determinata per la PEI (su cortesia di Bianchi)



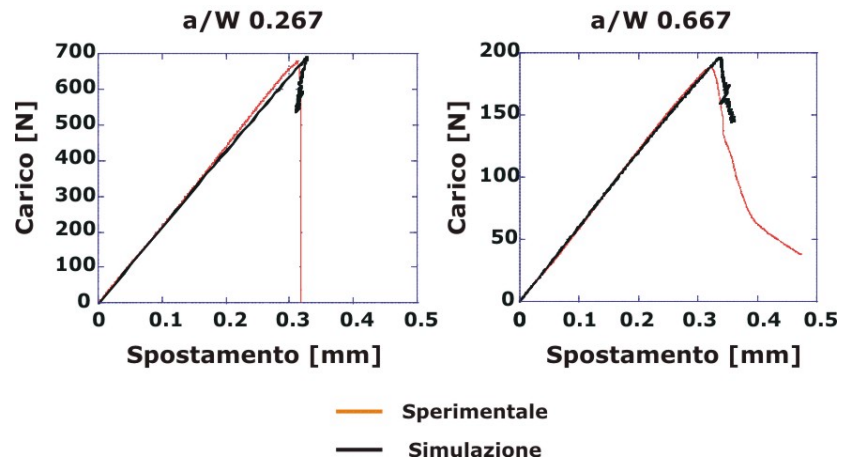


Fig. 7: Simulazione della fase di propagazione (su cortesia di Bianchi)

Per quanto visto nel paragrafo 2, la procedura di identificazione della legge coesiva ha termine quando l'elemento all'apice raggiunge il valore critico dello spostamento di apertura, corrispondente in teoria all'innesco della frattura. Bianchi ha verificato come la legge coesiva, determinata dai dati sperimentali rilevati fino all'innesco, consenta di prevedere il comportamento anche durante la propagazione. A questo scopo Bianchi ha simulato le prove di flessione originarie usando la legge coesiva di Fig. 6; in questo caso non è stato imposto il carico bensì lo spostamento al contorno. Il valore di carico ottenuto dal modello è stato confrontato con le misure

sperimentali: in Fig. 7 è possibile osservare come la legge individuata consenta di descrivere correttamente anche la fase di propagazione. In particolare è possibile discriminare la situazione stabile del caso  $a/W=0.267$  da quella per cui  $a/W=0.667$ , in cui la comparsa di un ramo di *snap-back* giustifica l'instabilità manifestatasi durante l'esperimento.

Da ultimo, in Fig. 8 è riportata la legge coesiva determinata per il RT-PMMA. La forma della curva differisce da quanto visto per gli altri materiali, con la comparsa di un tratto a sforzo costante dopo il massimo a 70 MPa; lo spostamento di apertura critico è di 28  $\mu\text{m}$ .

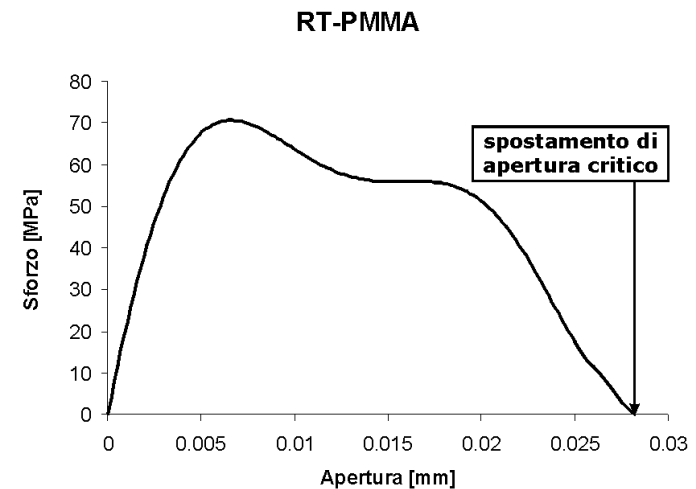


Fig. 8: Legge coesiva determinata per il RT-PMMA

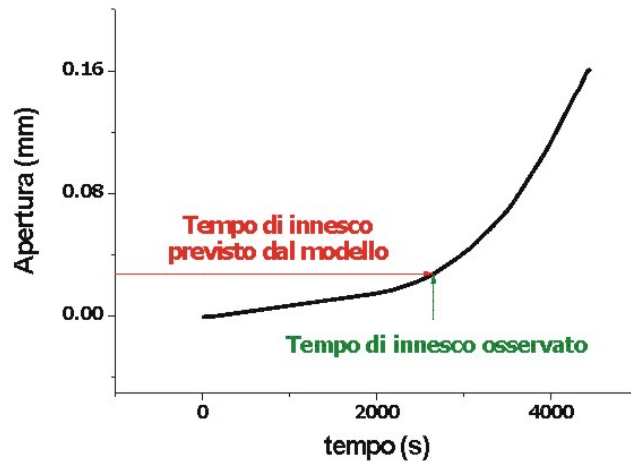


Fig. 9: Confronto tra il tempo di innesco previsto ed osservato nel caso del RT-PMMA

Come ricordato nel paragrafo 2, il modello coesivo individua un valore critico dello spostamento di apertura come criterio di frattura per il materiale. Dal modello è possibile ricavare un tempo di innesco. La procedura di identificazione ha infatti termine quando per l'apice si raggiunge un valore massimo di apertura, corrispondente ad un certo livello del carico globalmente applicato. L'istante in cui questo valore di carico è stato raggiunto durante l'esperimento individua il tempo di innesco previsto dal modello. Questo tempo è stato confrontato con quello determinato osservando le immagini registrate con la

videocamera. Per i materiali visti i due tempi coincidono esattamente; la Fig. 9 illustra il confronto nel caso del RT-PMMA.

## 6. CONCLUSIONI

In questo lavoro si è utilizzato un metodo per individuare la legge coesiva propria di un materiale a partire da dati sperimentali. I dati possono essere ottenuti effettuando prove di flessione su provini intagliati e misurando il carico globale e lo spostamento di apertura della cricca all'apice; queste due grandezze devono essere note dall'inizio della prova fino all'istante dell'innesco della frattura. L'utilizzo di una procedura iterativa basata sull'impiego di un modello ad elementi finiti del provino consente la determinazione della legge coesiva. Il modello si avvale di elementi di interfaccia per l'implementazione del legame coesivo. Questo metodo è stato originariamente proposto da Bianchi [11,12]. Il suo lavoro sulla PEI ha permesso di individuare una legge coesiva in accordo con misure di energia di frattura note in letteratura; questa legge si è rivelata indipendente dalla profondità di intaglio e capace di prevedere il comportamento a frattura anche durante la fase di propagazione.

Questo metodo è stato applicato a due altri polimeri amorfi, RAV-7 e RT-PMMA, con lo scopo di verificarne la validità per materiali aventi caratteristiche diverse. Il RAV-7 è infatti un materiale fortemente reticolato, con temperatura di transizione vetrosa inferiore a quella ambiente. Dalla letteratura è noto per questo materiale un comportamento molto fragile; la frattura procede senza la formazione di una zona di processo visibile, neppure al

microscopio. Il RT-PMMA a temperatura ambiente ha invece una matrice che si trova nello stato vetroso, come la PEI; tuttavia, la presenza di una elevata percentuale di gomma acrilica dispersa promuove la formazione di meccanismi di frattura peculiari quali ad esempio la cavitazione delle particelle gommose.

L'applicazione del metodo ha portato all'individuazione di una legge coesiva per questi due materiali. Da un confronto con osservazioni sperimentali, svolte a complemento di quelle necessarie all'applicazione del metodo e dati disponibili in letteratura è stato possibile ottenere importanti riscontri:

- I. I valori di energia corrispondenti alle leggi coesive individuate si sono mostrati in buon accordo con i valori di energia di frattura noti per gli stessi materiali;
- II. Il tempo di innesco previsto dal modello a partire dalla legge coesiva individuata è in ottimo accordo con quello osservato sperimentalmente.

Una prospettiva molto interessante è la possibilità di correlare la forma delle leggi coesive con i meccanismi di frattura propri dei singoli materiali. Questo tipo di interpretazione richiede tuttavia un'indagine che è al di là degli scopi di questo lavoro.

Questo lavoro fa parte di un progetto di dottorato di ricerca che si concluderà nel 2005. I risultati mostrati sono quindi preliminari e parziali. Ulteriori sviluppi riguarderanno lo studio della dipendenza dal tempo e dalla temperatura delle leggi coesive e l'estensione del metodo ad altre geometrie di prova. Si prevede inoltre un'estensione del metodo allo studio di materiali polimerici semicristallini.

## BIBLIOGRAFIA

1. R.A. Schapery, **A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media I. Theoretical development**, *International Journal of Fracture*, 11, 141-159 (1975)
2. R.A. Schapery, **A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media II. Approximate methods of analysis**, *International Journal of Fracture*, 11, 369-388 (1975)
3. R.A. Schapery, **A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media III. Analysis of continuous growth**, *International Journal of Fracture*, 11, 549-562 (1975)
4. R. Frassine, M. Rink, A. Pavan, **On the viscoelastic fracture criteria for polymers: experiments and analysis**, *Colloid & Polymer Science*, 270, 1159-1167 (1992)
5. R. Frassine, M. Rink, A. Leggio, A. Pavan, **Experimental analysis of viscoelastic criteria for crack initiation and growth in polymers**, *International Journal of Fracture*, 81, 55-75 (1996)
6. P. Mariani, R. Frassine, M. Rink, A. Pavan, **Viscoelasticity of Rubber-Toughened Poly(Methyl Methacrylate). Part I: Deformational Behavior**, *Polymer Engineering and Science*, 36, 22, 2750-2757 (1996)
7. P. Mariani, R. Frassine, M. Rink, A. Pavan, **Viscoelasticity of Rubber-Toughened Poly(Methyl Methacrylate). Part II: Fracture Behavior**, *Polymer Engineering and Science*, 36, 22, 2758-2764 (1996)
8. K.C. Pandya, J.G. Williams, **Measurement of Cohesive Zone Parameters in Tough Polyethylene**, *Polymer Engineering and Science*, 40, 8, 1765-1776 (2000)
9. K.C. Pandya, J.G. Williams, **Cohesive zone modelling of crack growth in polymers Part 1 – Experimental measurement of cohesive law**, *Plastics, Rubber and Composites*, 29, 9, 439-446 (2000)

10. K.C. Pandya, A. Ivankovic, J.G. Williams, **Cohesive zone modelling of crack growth in polymers Part 2 – Numerical simulation of crack growth**, *Plastics, Rubber and Composites*, 29, 9, 447-452 (2000)
11. S. Bianchi, **Frattura per Delaminazione in un Composito a Matrice Termoplastica: Simulazione Numerica ed Identificazione della Legge Coesiva di Interfaccia**, Tesi di Laurea, Politecnico di Milano (2002)
12. S. Bianchi, A. Corigliano, R. Frassine, M. Rink, **Modelling of Interlaminar Fracture Processes in Composites using Interface Elements**, submitted to *Composites Science and Technology* (2003)
13. R. Moroni, M. Carli, **Resistenza a Delaminazione in un Composito a Matrice Termoplastica: Identificazione Sperimentale di Modelli Costitutivi e Analisi Numerica**, Tesi di Laurea, Politecnico di Milano (1999)