



Applicazioni di meccanica della frattura all'analisi di stabilità delle fessure nelle dighe in calcestruzzo

Marco Paggi, Giuseppe Ferro

Politecnico di Torino, Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, C.so Duca degli Abruzzi 24, 10129 Torino, Italia

RIASSUNTO. Nel presente lavoro si propone una disamina delle applicazioni di meccanica della frattura all'analisi del processo fessurativo nelle dighe in calcestruzzo. In tale contesto, ripercorrendo gli studi pionieristici e i casi di studio affrontati negli anni 1980 e 1990, si illustra nel dettaglio come applicare le metodologie proprie della meccanica della frattura elastica lineare alla valutazione della stabilità delle fessure e della loro lunghezza critica. Tale disamina riguarderà sia sollecitazioni quasi-statiche, quali il peso proprio e la pressione idrostatica esercitata dall'acqua, che sollecitazioni sismiche, tema di particolare complessità ed attualità. Infine, si illustreranno le problematiche relative alla corretta valutazione dei parametri meccanici per strutture ciclopiche quali le dighe, tenendo propriamente in conto i forti effetti di scala osservati sperimentalmente.

ABSTRACT. In the present study, a detailed analysis of the applications of fracture mechanics to the phenomenon of fracture taking place in concrete dams is proposed. In this context, recalling the pioneering approaches and the case studies proposed in the 1980s and in the 1990s, it will be shown how to apply the methodologies of linear elastic fracture mechanics to the assessment of crack stability and to the determination of the corresponding critical crack length. Such an analysis will concern both quasi-static loads, such as the weight load and the hydraulic pressure, as well as seismic actions, a topic of high complexity and actuality. Finally, the problems related to the proper evaluation of the mechanical parameters of huge structures such as dams will be analyzed, taking into account the strong size-scale effects observed in experimental tests.

PAROLE CHIAVE. Dighe a gravità; Meccanica del calcestruzzo; Meccanica della Frattura; Analisi di stabilità delle fessure; Effetti di scala.

INTRODUZIONE

I primi tentativi di applicare i principi ed i metodi della meccanica della frattura alle strutture in calcestruzzo risalgono al 1960. Tali indagini erano basate sulla meccanica della frattura elastica lineare (LEFM, Linear Elastic Fracture Mechanics, secondo la terminologia Anglosassone), assumendo che il comportamento fessurativo del calcestruzzo fosse analogo a quello dei materiali metallici. In particolare, affinché ciò sia plausibile, è importante che la zona non lineare di processo all'apice della fessura, ove avviene una parziale trasmissione degli sforzi a causa del danneggiamento e del parziale ingranamento degli inerti, sia piccola rispetto alle dimensioni della struttura. Questa condizione, spesso non verificata nella maggior parte delle strutture cementizie, è valida con buona approssimazione nelle grandi strutture, quali ad esempio le dighe a gravità.

La prima applicazione della meccanica della frattura all'ingegneria delle dighe risale al 15° Congresso Internazionale delle Grandi Dighe (15th International Congress on Large Dams, ICOLD) tenutosi a Losanna nel 1985 (si vedano ad esempio le linee guida proposte da Linsbauer [1] in tale occasione per l'applicazione della LEFM alle dighe). A quell'epoca, il problema della fessurazione nelle dighe in calcestruzzo era parso un problema fondamentale sia per i manufatti esistenti, laddove era necessario trovare rimedi per garantirne l'integrità strutturale, sia per la progettazione di nuove dighe, sviluppando opportune prescrizioni e metodologie di analisi che tenessero esplicitamente in conto il problema della

fessurazione. In particolare, gli studi portarono alla conclusione che il fenomeno di fessurazione nelle dighe dovuto agli stati tensionali di trazione fosse da ritenersi inevitabile sia nelle fasi di realizzazione, che in esercizio [2]. Le principali cause sono da attribuirsi alle variazioni termiche tra la superficie e l'interno della diga, a stati di coazione presenti all'interfaccia tra diga e fondazione rocciosa, ai cedimenti, nonché alle variazioni di volume del calcestruzzo causate dall'interazione della struttura con gli agenti atmosferici.

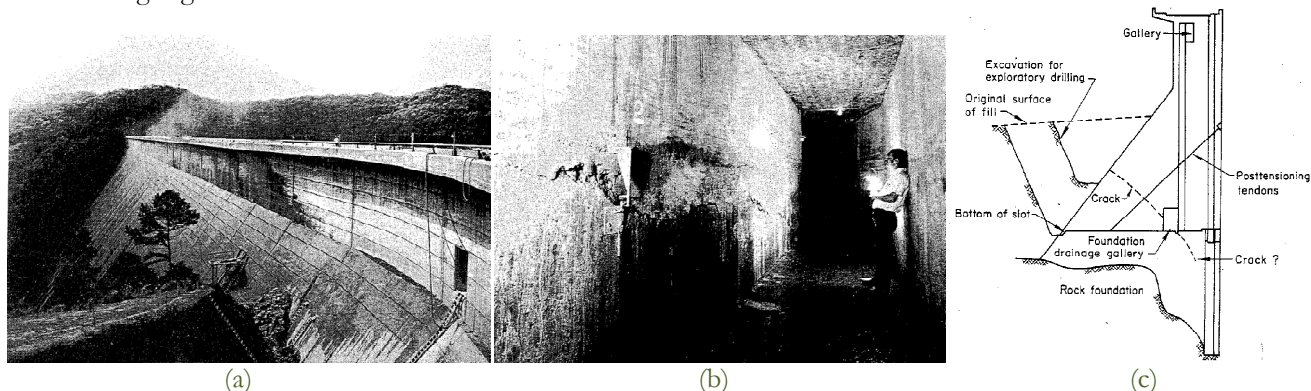


Figura 1: Fessurazione della diga di Fontana (figure e schemi tratti da [4]): (a) Vista aerea della diga; (b) Vista del punto di emersione della fessura nella galleria di ispezione; (c) Sezione trasversale di un elemento monolitico fessurato.

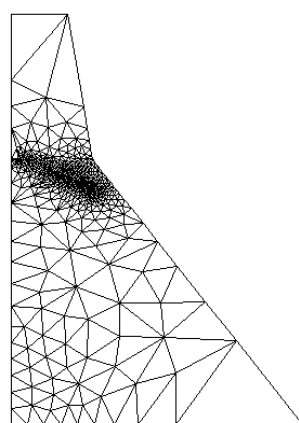


Figura 2: Modello ad elementi finiti della diga di Koyna [7].

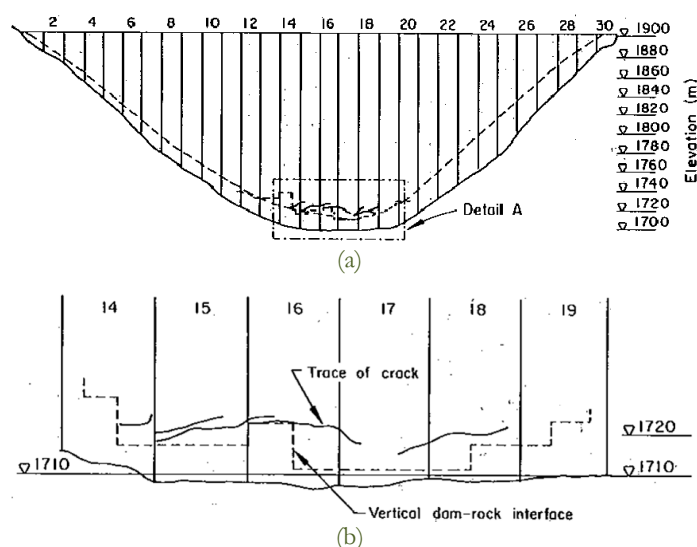


Figura 3: Fessurazione della diga di Köhlbrein (schemi tratti da [9]): (a) Sezione longitudinale dei blocchi monolitici della diga; (b) Dettaglio degli elementi fessurati.



Successivamente a tale congresso, le teorie basate sulla LEFM sono state applicate a diversi casi di studio, riguardanti l'analisi della fessurazione della diga a gravità di Fontana nel North Carolina (USA) [3, 4] (Fig. 1), della diga di Koyna in India [5-7] (Fig. 2), della diga ad arco di Köhlsbrein in Austria [8-10] (Fig. 3), nonché all'analisi del collasso della diga di Malpasset in Francia [11] (Fig. 4).



Figura 4: Foto della diga di Malpasset dopo il crollo.

ANALISI DI STABILITÀ DELLE FRATTURE PER SOLLECITAZIONI QUASI-STATICHE

Uno dei principali campi di applicazione della LEFM riguarda lo studio del fenomeno fessurativo nelle dighe ed in particolar modo l'analisi della stabilità delle fratture. In base alla LEFM, lo stato tensionale all'apice di una fessura presenta una singolarità. In particolare, se si considera un sistema di coordinate polari (r, θ) centrato nell'apice della frattura, le componenti di tensione σ_{ij} dipendono da r e θ in base alla seguente formula:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \sum_{n=1}^3 K_n f_{ij}^n(\theta) \quad (1)$$

dove n denota il modo elementare con cui una frattura può essere sollecitata ($n=1$: Modo I o sollecitazione di pura trazione; $n=2$: Modo II o sollecitazione di taglio nel piano; $n=3$: Modo III o sollecitazione di taglio fuori dal piano), $f_{ij}^n(\theta)$ sono funzioni angolari note, mentre i coefficienti K_n sono i cosiddetti *fattori di intensificazione delle tensioni* che misurano l'intensità della singolarità tensionale. Per $r \rightarrow 0$ si ha una divergenza delle componenti del tensore delle tensioni, essendo $\sigma_{ij} \propto r^{-1/2}$. Trattandosi di un problema elastico lineare, i fattori di intensificazione delle tensioni sono linearmente dipendenti dai carichi applicati e il principio di sovrapposizione degli effetti può essere proficuamente applicato.

In tutti i casi in cui la frattura possa estendersi liberamente all'interno della diga, ovvero non si tratti di una frattura all'interfaccia tra diga e fondazione in roccia, allora la condizione di propagazione risulta essere la seguente:

$$K_I = K_{IC} \quad (2)$$

dove K_I è il fattore di intensificazione delle tensioni in Modo I e K_{IC} è una proprietà del materiale che misura la tenacità a frattura dello stesso. Per $K_I < K_{IC}$ la frattura è stabile e non propaga, mentre per $K_I = K_{IC}$ le sollecitazioni esterne sono di intensità tale da permettere una propagazione della frattura. Utilizzando questo semplice criterio, il gruppo di ricerca coordinato dal Prof. Ingraffea ha studiato quale fosse la lunghezza stabile di una fessura orizzontale che propaga da monte verso valle in una diga a gravità, in funzione della sua quota rispetto al livello di fondo della diga [4, 8]. Il risultato è sintetizzato nel diagramma in Fig. 5 nel caso di una diga a sezione triangolare di base 80 m e altezza 100 m. Le sollecitazioni considerate sono il peso proprio del calcestruzzo (che riduce K_I opponendosi all'apertura della fessura), la pressione dell'acqua all'interno della fessura (che accresce K_I), nonché la pressione idrostatica dell'acqua agente lungo l'intera altezza della diga (che accresce K_I). I risultati sono riportati per due valori di tenacità del materiale. Data una certa

quota H , si può entrare nel grafico con una retta orizzontale e determinare la lunghezza L^* di fessura stabile. Per $L < L^*$ le fessure sono tollerate dalla diga e sono quindi stabili, mentre esse propagano per $L > L^*$. Maggiore è la tenacità del calcestruzzo, maggiore è la capacità di tollerare i difetti.

Tale indagine ha riguardato anche fessure con inclinazione diversa da quella orizzontale, dal momento che tali difetti possono scaturire dai giunti a freddo dei getti di calcestruzzo che compongono i blocchi monolitici realizzati in fasi successive. In questo caso si ottiene una superficie di risposta che caratterizza le lunghezze stabili delle fratture in funzione della loro quota H e dell'angolo di inclinazione β (positivo se misurato in senso antiorario rispetto all'orizzontale) [4, 8] (vedasi Fig. 6). Dal momento che la frattura tende naturalmente a propagare verso la fondazione, un'inclinazione dei giunti verso l'alto, seppur contenuta, comporta una significativa riduzione di K_I ed un conseguente aumento della lunghezza delle fratture considerate stabili.

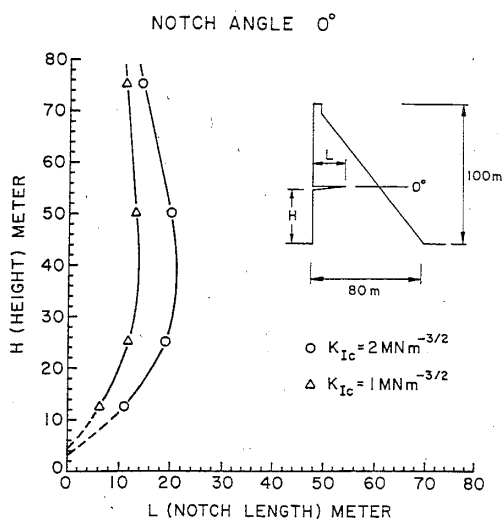


Figura 5: Lunghezza stabile di una frattura orizzontale per diverse altezze (tratta da [4]).

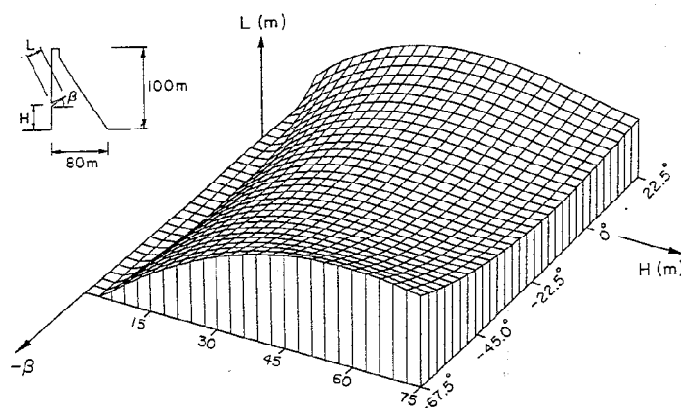


Figura 6: Lunghezza stabile di una frattura per diverse altezze e diversi angoli di inclinazione rispetto all'orizzontale (tratta da [4]).

Infine, è degno di nota lo studio parametrico proposto da Linsbauer [12] in cui viene messo in risalto l'effetto della tenacità del materiale. Nel diagramma in Fig. 7, infatti, si può determinare la lunghezza stabile di una fessura orizzontale (riportata in ascissa) in funzione della sua quota Z rispetto alla sommità della diga (in ordinata) per diversi valori di tenacità K_{Ic} del calcestruzzo. Per una data altezza, maggiore è la tenacità, maggiore è la lunghezza della frattura iniziale che può essere tollerata dalla diga senza che propaghi.

Questi concetti sono stati applicati in [9] all'analisi della stabilità delle fratture nella diga di Köhlbrein. In questo caso di studio, gli autori hanno simulato la propagazione di due fessure prossime alla fondazione della diga con il metodo degli elementi finiti. Calcolando il fattore di intensificazione degli sforzi di Modo I per ogni step di propagazione (vedasi Fig. 8), hanno osservato come la frattura 1 (quella più prossima alla fondazione) tenda a stabilizzarsi, riducendosi K_I fino ad



eguagliare K_{IC} . All'opposto, la frattura 2 continua a propagare a fronte dei carichi applicati senza stabilizzarsi, essendo sempre $K_I > K_{IC}$.

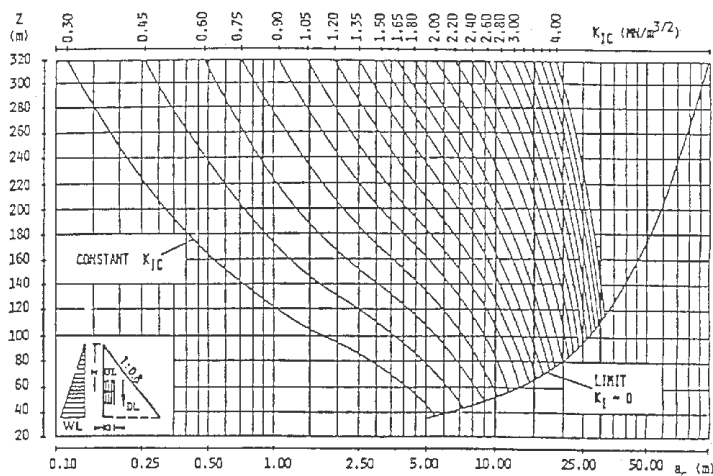


Figura 7: Lunghezza stabile di una frattura orizzontale in funzione della sua quota rispetto la sommità della diga e della tenacità del calcestruzzo (tratta da [12]).

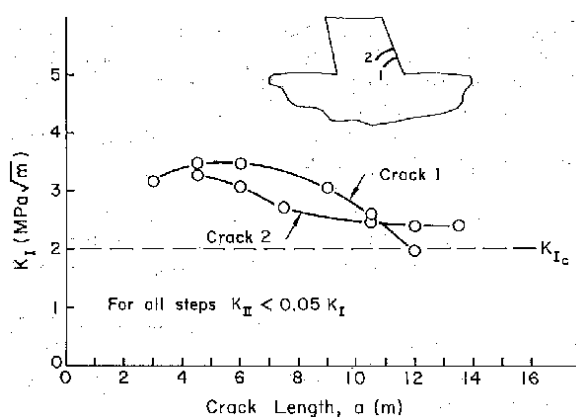


Figura 8: Fattori di intensificazione di Modo I delle fratture 1 e 2 in funzione della loro lunghezza.

ANALISI DI STABILITÀ DELLE FRATTURE PER SOLLECITAZIONI SISMICHE

Nel caso in cui si considerino sollecitazioni di tipo sismico, un'analisi dettagliata ad elementi finiti richiederebbe lo studio passo dopo passo della propagazione della frattura a fronte di carichi ciclici di intensità variabile nel tempo. La modellazione dell'apertura e della richiusura delle fratture rende il problema fortemente non lineare, pur considerando un legame costitutivo elastico lineare per il calcestruzzo e trascurando l'esistenza della zona non lineare di processo [6]. In questi casi, le sollecitazioni possono essere tali da indurre dei fattori di intensificazione delle tensioni inferiori al K_{IC} del materiale, per cui la teoria precedentemente esposta suggerirebbe che la propagazione non debba avvenire. Tuttavia, a causa di fenomeni di fatica e di danneggiamento diffuso, tali fessure possono egualmente propagare, come riscontrato nel collasso della diga di Koyna [6]. Sebbene tali considerazioni suggeriscano la necessità di condurre delle analisi dinamiche non lineari, si può tuttavia pensare di proporre una procedura di analisi di stabilità semplificata in base alla metodologia presentata nella precedente sezione. A tal fine, si supponga di poter ricondurre le azioni del sisma ad una sollecitazione S_e quasi-statica equivalente che si sovrapponga alle sollecitazioni preesistenti, quali il peso proprio PP della struttura, il carico idrostatico I dell'acqua a monte della diga, nonché il carico idrostatico IF agente sulle facce della frattura. In base alla LEFM, ciascun carico dà origine ad un fattore di intensificazione delle tensioni di Modo I. In base al principio di sovrapposizione degli effetti, il fattore di intensificazione delle tensioni totale sarà dato dalla somma dei singoli contributi:



$$K_I = K_I(S_e) + K_I(PP) + K_I(I) + K_I(IF) \quad (3)$$

dove $K_I(S_e)$, $K_I(PP)$, $K_I(I)$ e $K_I(IF)$ sono, rispettivamente, i fattori di intensificazione degli sforzi dovuti alle singole sollecitazioni agenti sulla diga. Data una certa lunghezza della frattura iniziale, la condizione critica di stabilità sarà la seguente:

$$K_I = K_I(S) + K_I(PP) + K_I(I) + K_I(IF) = K_{IC,d} \quad (4)$$

dove si è introdotta una tenacità in regime dinamico, $K_{IC,d}$, che tenga in conto del danneggiamento strutturale dovuto ai carichi ciclici ed alle sollecitazioni di natura dinamica.

Pertanto, essendo il fattore di intensificazione delle tensioni dovuto ai carichi sismici proporzionale ai carichi stessi per la presunta linearità, ovvero sia $K_I(S_e) = kS_e$, si può determinare il valore critico $S_{e,c}$ delle sollecitazioni sismiche quasi-statiche equivalenti a partire dall'Eq. (4):

$$S_{e,c} = \frac{K_{IC,d} - [K_I(PP) + K_I(I) + K_I(IF)]}{k} \quad (5)$$

Pertanto, la fessura è da considerarsi stabile se la disequazione $S_e < S_{e,c}$ risulta soddisfatta. Il coefficiente moltiplicativo k è un fattore di proporzionalità che dipende dalla geometria della diga e delle condizioni al contorno. Tale coefficiente è determinabile da una analisi ad elementi finiti.

EFFETTI DI SCALA SULLE PROPRIETÀ MECCANICHE

La simulazione numerica del comportamento meccanico delle dighe richiede la conoscenza delle proprietà meccaniche del calcestruzzo con cui sono realizzate. Tra di esse si annoverano la resistenza a trazione, σ_u , la resistenza a compressione, σ_c , l'energia di frattura, G_F (correlabile alla tenacità del materiale mediante la formula di Irwin, $K_{IC} = \sqrt{G_F E}$), nonché la densità di energia dissipata in compressione, S . Relativamente a strutture ciclopiche quali le dighe, l'utilizzo di calcestruzzi con un elevato diametro degli inerti rende il problema degli effetti di scala ancor più marcato e l'applicabilità dei risultati sperimentali ottenuti alla scala di laboratorio alquanto discutibile. A tal fine, è necessario sviluppare campagne sperimentali *ad hoc* per la valutazione delle proprietà meccaniche al variare della dimensione del provino, in modo da determinare utili correlazioni da poter poi estrapolare alla scala strutturale di interesse. Ciò consente di utilizzare parametri meccanici appropriati come input delle simulazioni numeriche.

In tale contesto, un'estesa campagna sperimentale condotta da Carpinteri e Ferro [13] presso il Laboratorio di Materiali e Strutture del Politecnico di Torino su provini di calcestruzzo a diverse scale ha messo in luce come la resistenza a trazione, σ_u , si riduca fortemente con il crescere della dimensione strutturale, b . In particolare, la dipendenza della resistenza a trazione dalla scala segue con ottima approssimazione una legge di potenza con esponente negativo pari a -0.14 , come si può evincere dalla Fig. 9. Studi analoghi condotti da Carpinteri e Ferro [13] hanno altresì dimostrato come l'energia di frattura segua un trend opposto rispetto alla resistenza a trazione. In questo caso, infatti, l'energia di frattura è una funzione crescente della scala dimensionale, come illustrato in Fig. 10. Anche in questo caso, nel range dimensionale esplorato, la legge di potenza ben approssima i risultati sperimentali, con un esponente positivo pari a 0.38 . Questo trend è in ottimo accordo con l'evidenza sperimentale in [14] relativa alla valutazione dell'energia di frattura per le dighe.

Infine, è degno di nota osservare come anche la densità di energia dissipata in compressione sia dipendente dalla scala dimensionale, come recentemente analizzato in [15]. Una ampia campagna sperimentale condotta presso il Laboratorio di Materiali e Strutture del Politecnico di Torino su provini in calcestruzzo in compressione dotati di snellezza unitaria e di un elevato rapporto di scala tra il più piccolo ed il più grande (1:19), hanno messo in luce come l'energia dissipata nel volume non sia una proprietà del materiale (la geometria dei provini è illustrata in Fig. 11). Le curve tensione-deformazione relative a 4 provini diversi (C13 corrisponde a $b=10$ mm; C21 a $b=23$ mm; C33 a $b=46$ mm; C44 a $b=100$ mm) sono riportate in Fig. 12a. L'area sottesa da tali curve definisce la densità di energia S dissipata in compressione. Tale quantità, se diagrammata in funzione della dimensione del provino, mostra un marcato effetto di scala che può essere approssimato anche in questo caso con una legge di potenza con esponente negativo (vedasi Fig. 12b). Essendo l'esponente prossimo all'unità, ciò suggerisce una forte localizzazione delle deformazioni in compressione e dunque una dissipazione dell'energia su di una superficie anziché all'interno del volume.

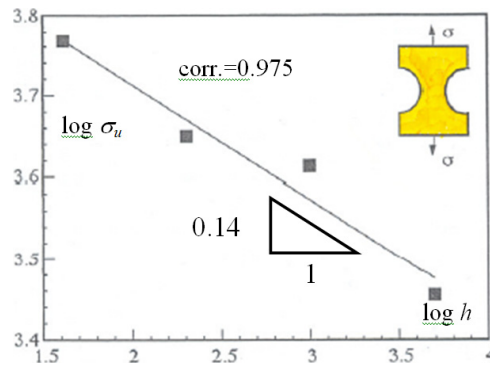


Figura 9: Effetti di scala sulla resistenza a trazione [13].

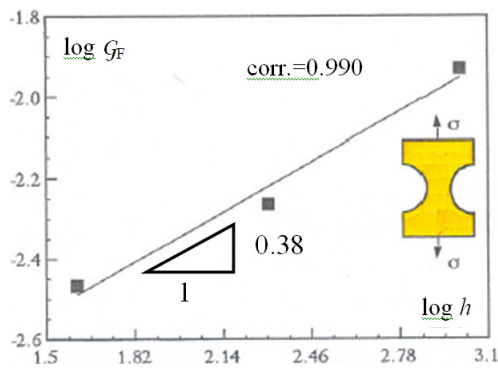


Figura 10: Effetti di scala sull'energia di frattura [13].

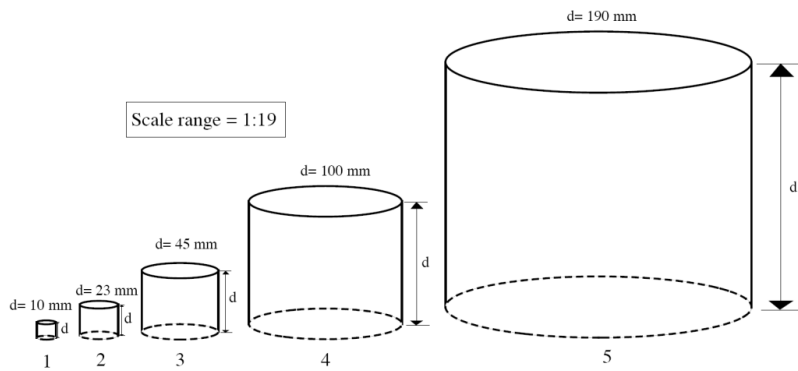


Figura 11: Geometria e dimensioni dei provini testati in compressione in [15].

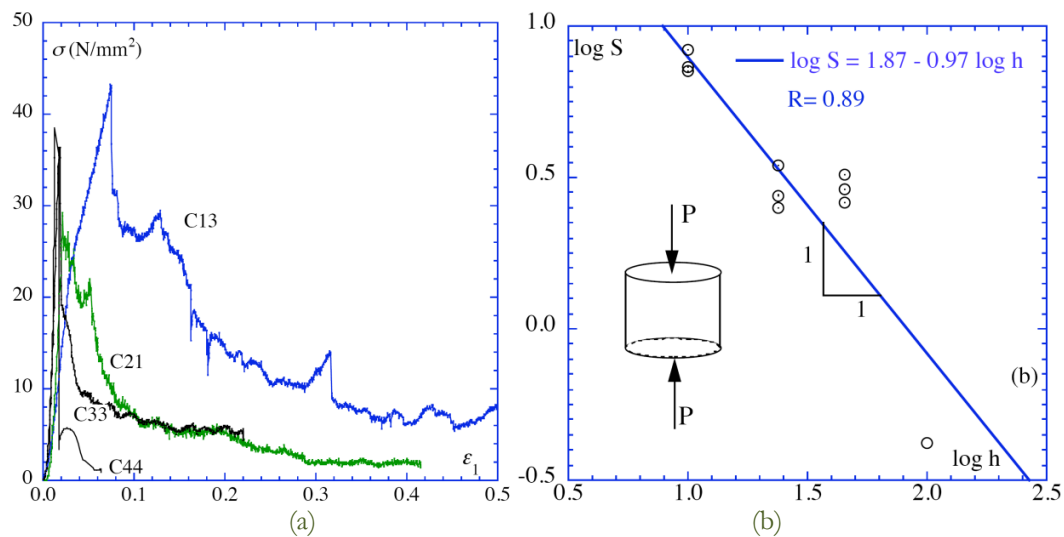


Figura 12: Effetti di scala sulla densità di energia dissipata in compressione [15]:
 (a) Curve tensione-deformazione; (b) Densità di energia dissipata.

BIBLIOGRAFIA

- [1] H.N. Linsbauer, In: 15th ICOLD, Lausanne, 2 (1985) 279.
- [2] M. Fanelli, G. Giuseppetti, *Engineering Fracture Mechanics*, 35 (1990) 525.
- [3] J.F. Chappell, A.R. Ingraffea, A fracture mechanics investigation of the cracking of Fontana dam, Department of Structural Engineering, Report 81-7, Cornell University, Ithaca, New York (1981).
- [4] A.R. Ingraffea, *Engineering Fracture Mechanics*, 35 (1990) 553.
- [5] J. Chapuis, B. Reborá, T. Zimmermann, In: 15th ICOLD, Lausanne, 2 (1985) 451.
- [6] M.L. Ayari, V.E. Saouma, *Engineering Fracture Mechanics*, 47 (1990) 587.
- [7] M. Jirásek, T. Zimmermann, *J. of Engineering Mechanics ASCE*, 124 (1998) 842.
- [8] Shan-Wern S. Lin, A.R. Ingraffea, Case studies of cracking of concrete dams-a linear elastic approach, Department of Structural Engineering, Report 88-2, Cornell University, Ithaca, New York (1981).
- [9] H.N. Linsbauer, A.R. Ingraffea, H.P. Rossmannith, P.A. Wawrzynek, *ASCE J. Struct. Eng.* 115 (1989) 1599.
- [10] H.N. Linsbauer, A.R. Ingraffea, H.P. Rossmannith, P.A. Wawrzynek, *ASCE J. Struct. Eng.* 115 (1989) 1616.
- [11] Z.P. Bazant, J.-L. Le, M.Z. Bazant, In: *Natl. Acad. Sci. USA* 106 (2009) 11484.
- [12] H.N. Linsbauer, *Engineering Fracture Mechanics*, 35 (1990) 541.
- [13] A. Carpinteri, G. Ferro, *Mater. Struct.* 27 (1994) 563.
- [14] A. Ghaemmaghami, M. Ghaemian, *Int. J. Fracture*, 141 (2006) 247.
- [15] G. Ferro, *Engineering Fracture Mechanics*, 73 (2006) 1510.