



## Stime numeriche di resistenza a fatica in saldature per punti attraverso modellazione solida

R. Tovo, P. Livieri, S. Capetta

*Università di Ferrara, Dipartimento di Ingegneria, via Saragat 1, 44100 Ferrara*  
*roberto.tovo@unife.it; paolo.livieri@unife.it; simone.capetta@unife.it*

---

**RIASSUNTO.** Nel presente lavoro vengono messe a confronto due metodi di verifica a fatica adatti allo studio di giunzioni saldate. Il primo è relativo al metodo del raggio fittizio che impone un raggio di raccordo al piede o alla radice del cordone di saldatura, il secondo è il metodo del gradiente implicito che considera, invece, la saldatura come un intaglio acuto. Il confronto è fatto sulla capacità di prevedere l'affidabilità di giunti saldati per punti in acciaio aventi piccolo spessore variabile da 0.8 a 1.5 mm. Tali giunti sono sollecitati o a taglio (giunti a semplice sovrapposizione) o a trazione (giunti a tazza). Inoltre, viene discussa la condizione di convergenza delle analisi numeriche per entrambi i metodi.

**PAROLE CHIAVE.** Saldature per punti; Gradiente implicito; Metodi numerici.

---

### INTRODUZIONE

Nelle strutture saldate l'effetto d'intaglio dovuto al cordone di saldatura gioca un ruolo fondamentale nella previsione della resistenza a fatica. Come ben noto, le normative [1, 2] o le procedure di riferimento internazionali [3] propongono le curve di progetto dei più comuni particolari saldati in funzione della tensione nominale. Tuttavia, nei casi assai frequenti che la geometria del giunto non rientrasse nelle classi di resistenza prescritte dalle normative, risulta problematico per il progettista determinare la curva di Wöhler del dettaglio strutturale, e di conseguenza, un indice di affidabilità per il componente saldato. È comunque ampiamente riconosciuto in letteratura che per affrontare il problema dell'effetto d'intaglio delle saldature nella sua generalità si debba far ricorso ad una procedura di tipo locale che ritenga critico, ai fini della resistenza a fatica, il campo di tensione nelle immediate vicinanze del cordone di saldatura anziché la tensione nominale (si veda ad esempio la trattazione sui metodi locali presentata da Radaj et al. [4]). Nel presente lavoro verranno presi in esame due metodi ritenuti capaci di integrarsi con la moderna progettazione assistita dal calcolatore. Il primo è il metodo del raggio di raccordo originariamente proposto da Neuber e successivamente applicato da Radaj alle saldature di grosso spessore [5] ed il secondo è il metodo del gradiente implicito di recente sviluppo [6, 7]. Tali metodi, sono entrambi in grado di fornire un indice sulla affidabilità strutturale basato sui risultati di analisi numeriche agli elementi finiti di tipo lineare elastico. Ovviamente, per la costruzione del modello tridimensionale, entrambi gli approcci si possono avvalere di modelli 3D di tipo commerciale. Tuttavia, mentre con il metodo del gradiente implicito le saldature sono considerate come intagli acuti a spigolo vivo indipendentemente dallo spessore, il metodo del raggio fittizio impone, in primis, una variazione del modello geometrico (introduzione del raggio di raccordo al piede o alla radice del cordone di saldatura) e in secondo luogo, sulla base di una recente proposta presentata in [8], il valore del raggio di raccordo dipende dallo spessore del giunto.

La presente memoria metterà in luce alcune problematiche nell'impiego di modelli tridimensionali per la valutazione della resistenza a fatica di giunti di piccolo spessore. Verranno esaminate alcune serie di giunzioni saldate per punti aventi spessore variabile da 0.8 a 1.5 mm. I dati sperimentali sono tratti dalla letteratura e fanno riferimento a giunzioni in acciaio.

---



## INQUADRAMENTO TEORICO DEL METODO DEL GRADIENTE IMPLICITO APPLICATO ALLE GIUNZIONI SALDATE

**N**ei corpi con intagli a spigolo vivo l'ipotesi di materiale lineare elastico, come ben noto, porta ad avere campi di tensione singolari in corrispondenza dell'apice intaglio [9]. Il metodo del gradiente implicito, applicato di recente alla progettazione meccanica [6] e [7], è capace di trasformare un campo tensionale preso a riferimento (tensione equivalente locale) in un campo di tensione continuo (tensione equivalente non-locale) in modo da rendere possibile l'applicazione dei criteri di resistenza che necessitano di un campo di tensione regolare.

In questo paragrafo si richiamano le equazioni fondamentali alla base del metodo del gradiente implicito. Assegnato un corpo di volume  $V$ , la tensione non locale  $\bar{\bar{\sigma}}(\bar{x})$  nel punto  $\bar{x}=(x_1, x_2, x_3)$  di  $V$  può essere ottenuta dalla media pesata del tensore degli sforzi locale  $\bar{\sigma}(\bar{y})$  attraverso l'espressione:

$$\bar{\bar{\sigma}}(\bar{x}) = \frac{1}{V_r(\bar{x})} \int_V \alpha(\bar{x}, \bar{y}) \cdot \bar{\sigma}(\bar{y}) d\bar{y} \quad (1)$$

Nell'Eq. (1) il simbolo  $\alpha(\bar{x}, \bar{y})$  indica un valore scalare della funzione peso che dipende dalla distanza Euclidea  $\|\bar{x} - \bar{y}\|$  tra il punto  $\bar{x}$  ed ogni punto  $\bar{y}=(y_1, y_2, y_3)$  di  $V$ . Inoltre il volume di riferimento  $V_r(\bar{x})$  può essere calcolato per mezzo della condizione di normalizzazione della funzione peso sul dominio  $V$ :

$$V_r(\bar{x}) = \int_V \alpha(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{y} \quad (2)$$

$V_r(\bar{x})$  è quindi l'integrale della funzione peso  $\alpha(\bar{x}, \bar{y})$  esteso a tutto il volume del corpo. Senza entrare nel dettaglio della trattazione matematica dei modelli non locali, il problema del calcolo della tensione equivalente non locale  $\bar{\bar{\sigma}}(\bar{x})$  può essere trasferito alla risoluzione di una equazione differenziale del secondo ordine [10]. Indicata con  $\sigma_{\text{eff}}$  la tensione efficace ai fini della resistenza a fatica, la (1) equivale a risolvere la seguente equazione differenziale:

$$\sigma_{\text{eff}}(\bar{x}) - c^2 \nabla^2 \sigma_{\text{eff}}(\bar{x}) \cong \sigma_{\text{eq}}(\bar{x}) \quad (3)$$

$$\nabla \sigma_{\text{eff}} \cdot \bar{n} = 0 \quad (4)$$

dove  $c$  è una dimensione intrinseca legata al materiale in esame,  $\nabla^2$  è l'operatore di Laplace e  $\sigma_{\text{eq}}$  è la tensione equivalente locale ritenuta responsabile del danno a fatica (per una trattazione più approfondita del problema si rimanda ai riferimenti bibliografici [6,7]). Il parametro  $c$  è legato in modo univoco alla lunghezza intrinseca  $a_0$  di El Haddad et al. [11]; nel caso di tensione efficace ottenuta dalla tensione principale massima e imponendo come condizioni al bordo le condizioni di Neumann ( $\nabla \sigma_{\text{eff}} \cdot \bar{n} = 0$  su tutto  $\partial V$ ) vale la relazione:  $c = 0.54 \cdot a_0$  [12]. Nella memoria [6] e' stata messa a punto una procedura di carattere numerico capace di risolvere il problema (3) della non-località della tensione su un dominio tridimensionale anche nel caso di modelli con geometrie complesse con campi di tensione singolari. Con queste ipotesi, utilizzando diverse serie di dati sperimentali prese dalla letteratura, è stato possibile tracciare una banda di dispersione per le saldature di grosso spessore nel campo della vita a termine fra  $10^4$  e  $5 \cdot 10^6$  cicli. La banda di dispersione è espressa in termini di variazione della tensione equivalente non locale massima  $\Delta \sigma_{\text{eff}, \text{max}}$  calcolata in prossimità del punto di innesco della cricca. Gli spessori del piatto principale e degli irrigidimenti, dei giunti usati per tracciare la curva di riferimento, variavano da 3 a 100 mm. Il valore della pendenza della curva di Woehler risulta pari a 3 ed il valore di riferimento a  $2 \cdot 10^6$  cicli al 97.7% di probabilità di sopravvivenza è di 212 MPa. La banda di dispersione è stata identificata dopo aver calcolato che per le saldature in acciaio  $c$  assume un valore di 0.2 mm [6].

## IL METODO DEL RAGGIO FITTIZIO APPLICATO ALLE GIUNZIONI SALDATE

**I**l metodo del raggio fittizio, inizialmente proposto da Neuber, è basato sull'assunzione che una tensione mediata su una lunghezza microstrutturale caratteristica del materiale potesse essere utilizzata per descrivere la gravosità dello stato tensionale in presenza di intagli con raggio di raccordo ridotto. Nel riferimento bibliografico [6] Radaj propone



di utilizzare tale metodo nello studio della resistenza a fatica delle giunzioni saldate dove, l'effetto d'intaglio, viene studiato introducendo un raggio fittizio  $\rho_f$  pari alla somma del raggio  $\rho$  di raccordo reale ed il prodotto  $s \cdot \rho^*$ , dove  $\rho^*$  è un parametro dipendente dal solo materiale, mentre,  $s$  è definito come il coefficiente di multiassialità dipendente dal criterio di cedimento assunto per il materiale [6]. L'espressione del raggio fittizio è data da:

$$\rho_f = \rho + s \cdot \rho^* \quad (5)$$

Utilizzando l'espressione (5), la resistenza a fatica di un intaglio viene relegata al calcolo del solo picco di tensione in prossimità del raggio di raccordo. Nel caso delle saldature  $\rho$  è assunto pari a zero (ipotesi in vantaggio di sicurezza e coerente con il metodo del gradiente implicito) mentre il prodotto  $s \cdot \rho^*$  per acciai assume un valore unitario, perciò si ottiene:  $\rho_f \approx 1$  mm.

Tale approccio è applicabile ai giunti di grosso spessore ( $t \geq 5$  mm [8, 13]) per i quali è data la curva di progetto in termini di tensione di picco [3]. Tuttavia, quando lo spessore del giunto è ridotto ( $t \leq 5$  mm) l'introduzione di un raggio fittizio pari ad 1 mm potrebbe risultare eccessivo comportando delle variazioni geometriche non più trascurabili. In tal caso è stato proposto di recente da Karakas et al. [8] una variante del metodo originariamente presentato da Radaj. Il valore del raggio fittizio di raccordo viene ridotto da 1 mm a 0.05 mm. Tale modifica, tuttavia, comporta una notevole complicazione dal punto di vista del calcolo del picco di tensione da porre a confronto con la curva di riferimento. Come si vedrà nel seguito, la condizione di convergenza della soluzione lineare elastica in prossimità del raggio di raccordo richiede un numero elevato di elementi con un costo, in termini computazionali, notevole anche per particolari saldati di piccole dimensioni.

## GEOMETRIE ANALIZZATE

Il confronto proposto in questo lavoro fra il metodo del raggio fittizio ed il metodo del gradiente implicito è sviluppato su due tipologie di giunti saldati di piccolo spessore tratti dalla letteratura. La Fig. 1 mostra la geometria di una giunzione a tazza in cui il punto di saldatura è sollecitato a sola trazione [14]. La Fig. 2 invece riporta la geometria di un classico giunto a semplice sovrapposizione ottenuto con un solo punto di saldatura [15]. In questo caso il punto di saldatura è sollecitato a taglio e a flessione qualora nel piatto principale sia applicata una tensione nominale di trazione.

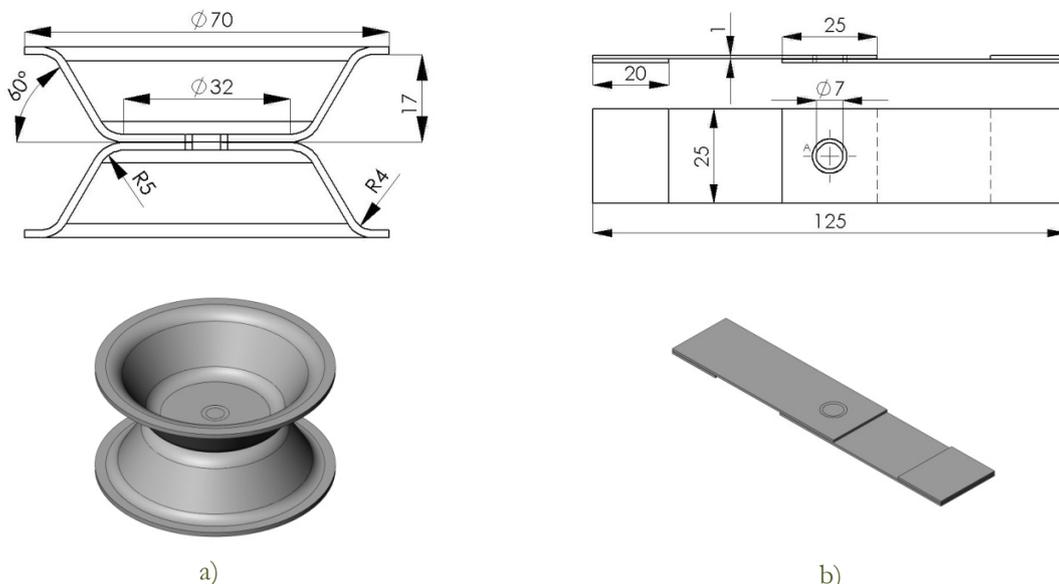


Figura 1: Geometrie analizzate: a) giunto a tazza assialsimmetrico [14]; b) giunto a semplice sovrapposizione [15].

Tutte le analisi FEM sono state eseguite in ipotesi di piccoli spostamenti mantenendo un comportamento lineare elastico del materiale indipendentemente dal livello di carico raggiunto nella sezione nominale. Saranno esaminate quattro serie di dati sperimentali: tre relative ai giunti a tazza aventi spessore variabile da 0.8 mm a 1.5 mm e una serie relativa a giunti a sovrapposizione aventi spessore di 1 mm. Tutti i giunti sono sollecitati da un carico nominale di trazione.

## ANALISI NUMERICHE

### *Sintesi dei risultati numerici con il metodo del gradiente implicito*

I giunti saldati illustrati al paragrafo precedente possono essere esaminati con il metodo del gradiente implicito applicando esattamente la stessa metodologia descritta per i giunti di grosso spessore senza variare i parametri legati alla resistenza del materiale (si mantiene costante  $c$  anche per giunti di piccolo spessore). Assunta la tensione principale come parametro responsabile del danneggiamento a fatica, risolvendo l'Eq. (3) in ogni punto del giunto saldato è possibile calcolare la tensione efficace  $\sigma_{\text{eff}}$  da porre a confronto con la curva di Wöhler del materiale. Le mesh tipicamente usate nell'analisi delle quattro serie sono mostrate nelle Fig. 2a e 3a, mentre le curve di livello della  $\sigma_{\text{eff}}$  è evidenziato nelle Fig. 2b e 3b. Le zone evidenziate in rosso, sono quelle dove effettivamente si ha la nucleazione della cricca per fatica.

La Fig. 4 riporta i valori del massimo di  $\sigma_{\text{eff,max}}$  al variare della dimensione dell'elemento più piccolo usato nell'analisi tridimensionale (l'adimensionalizzazione è fatta rispetto al valore limite  $\sigma_{\text{eff,max}}|_{\text{lim}}$  ottenuto quando la dimensione dell'elemento più piccolo della mesh tende a zero). Il metodo si dimostra numericamente stabile anche con discretizzazioni che impiegano un solo elemento nello spessore (in questo caso la differenza è inferiore al 5% rispetto a mesh molto accurate). La Fig. 5 analizza la resistenza a fatica delle quattro serie di dati sperimentali in termini di valore massimo del range di  $\sigma_{\text{eff,max}}$ . La banda tracciata è relativa alle connessioni di grosso spessore [6] mentre i simboli fanno riferimento ai giunti saldati per punti aventi spessore variabile da 0.8 a 1.5 mm.

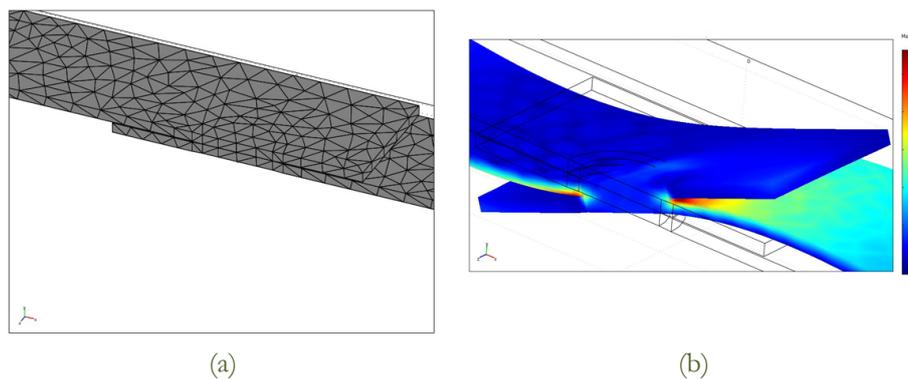


Figura 2: a) Esempio di mesh usata per il calcolo di  $\sigma_{\text{eff}}$ ; b) Tensione efficace  $\sigma_{\text{eff}}$  per il giunto a sovrapposizione (tensione nominale di 1 MPa).

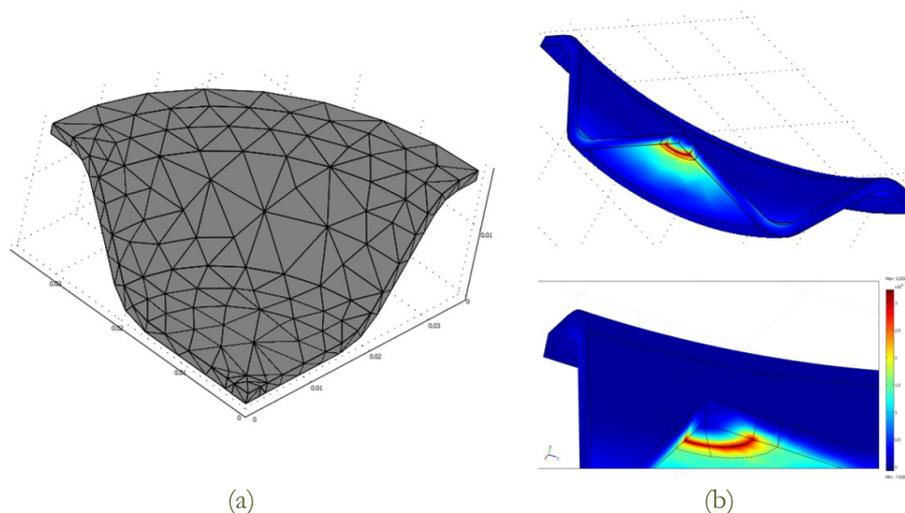


Figura 3: a) Esempio di mesh usata per il calcolo di  $\sigma_{\text{eff}}$ ; b) Tensione efficace  $\sigma_{\text{eff}}$  per il giunto a sovrapposizione (tensione nominale di 1 MPa sul collare).



### Analisi di convergenza

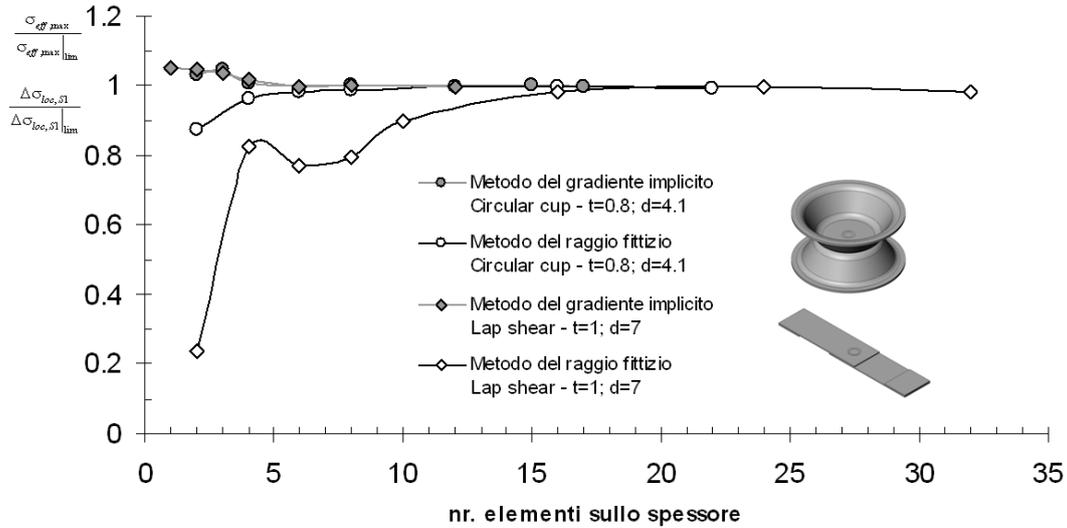


Figura 4: Picco di tensione efficace normalizzato rispetto al valore limite al variare delle dimensioni della mesh  $\left( \frac{\Delta\sigma_{loc,s1}}{\Delta\sigma_{loc,s1}|_{lim}}, \frac{\sigma_{eff,max}}{\sigma_{eff,max}|_{lim}} \right)$ .

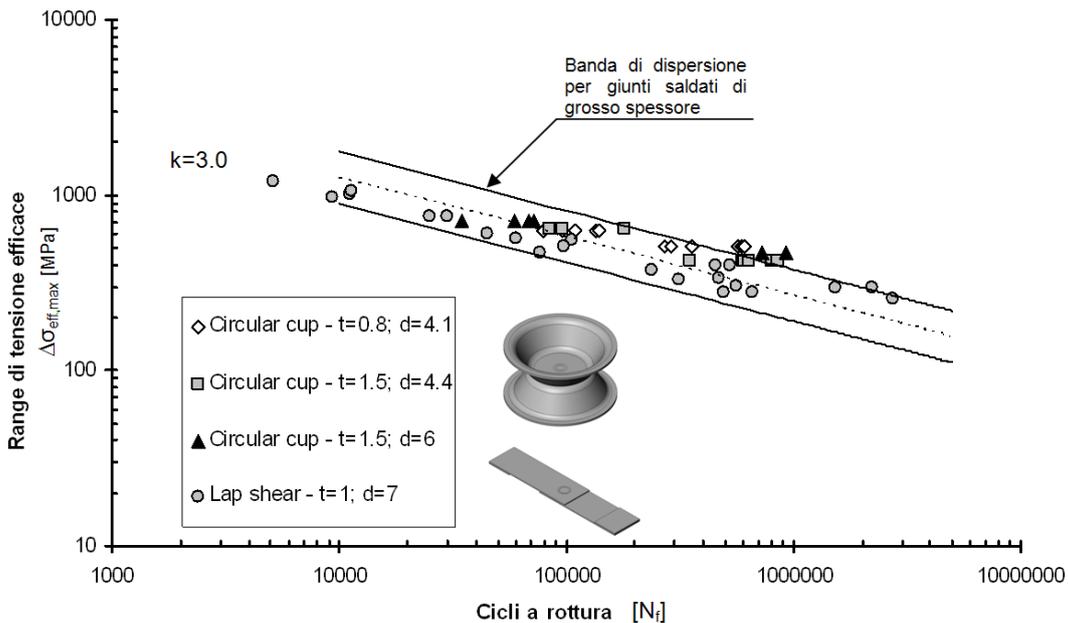


Figura 5: Previsione della resistenza a fatica di giunzioni saldate per punti fra  $10^4$  e  $5 \cdot 10^6$  cicli. La banda di dispersione è quella dei giunti saldati ad arco in acciaio di grosso spessore relativa al valore medio  $\pm 2$  deviazioni standard.

#### Sintesi dei risultati numerici con il metodo del raggio fittizio $r_f=0.05$ mm

L'analisi dei giunti di Fig. 1 con il metodo del raggio di raccordo fittizio deve necessariamente prevedere l'adozione di un raggio di raccordo inferiore ad 1 mm per non alterare completamente la geometria del giunto in quanto risulterebbe non compatibile con lo spessore del giunto stesso ( $\rho > t$ ). Poiché lo spessore del giunto è minore di 5 mm il raggio di raccordo dell'apice del punto di saldatura è stato posto pari a 0.05 mm come indicato in [8]. Le Fig. 6a e 7a mostrano due tipiche mesh impiegate nell'analisi FEM, mentre le figure 6b e 7b evidenziano la dimensione degli elementi in prossimità del raggio di raccordo. Le dimensioni degli elementi più piccoli risultano inferiori al centesimo di millimetro. Le Fig. 8 e 9 riportano i risultati, a curve di livello, del valore della tensione principale massima.

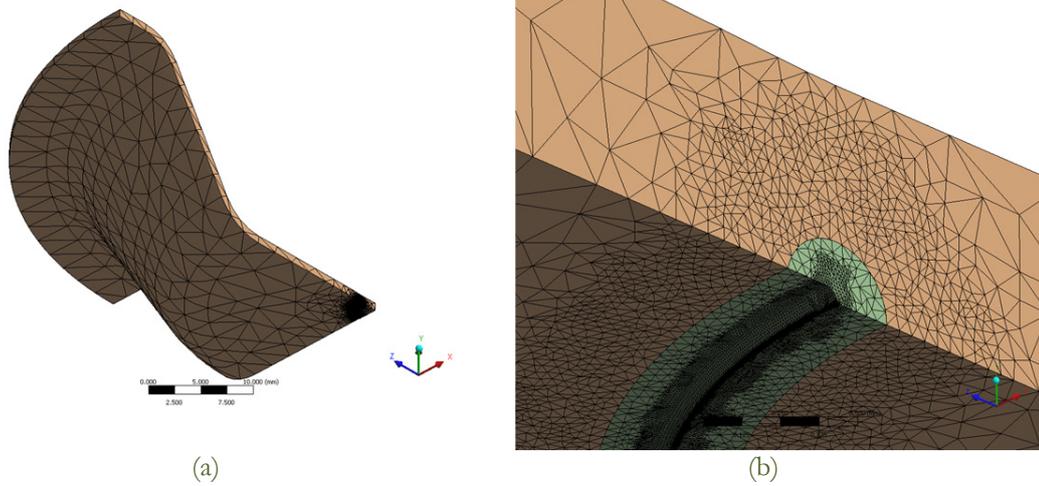


Figura 6: a) Esempio di mesh usata per il calcolo della tensione di picco; b) Zoom nella zona di raccordo.

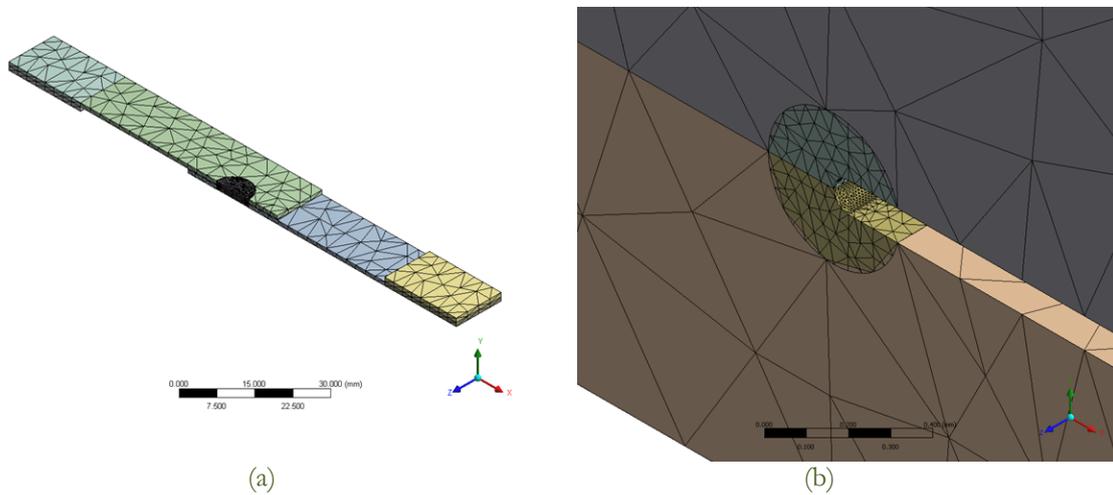


Figura 7: a) Esempio di mesh usata per il calcolo della tensione di picco; b) Zoom nella zona di raccordo.

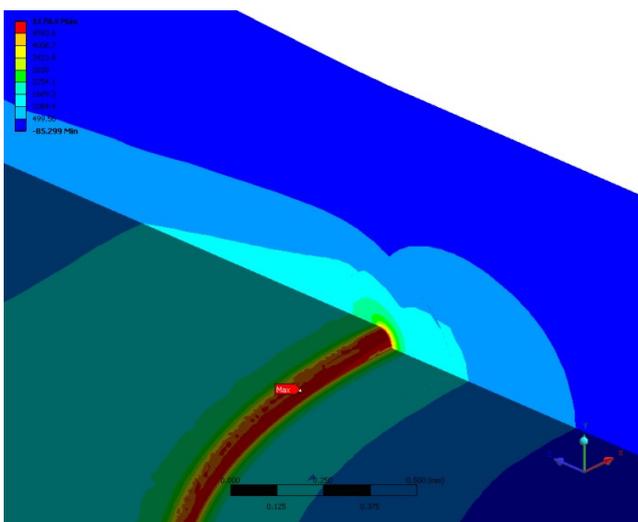


Figura 8: Tensione principale massima per il giunto a tazza di Fig. 1a (tensione nominale di 1 MPa sul collare).

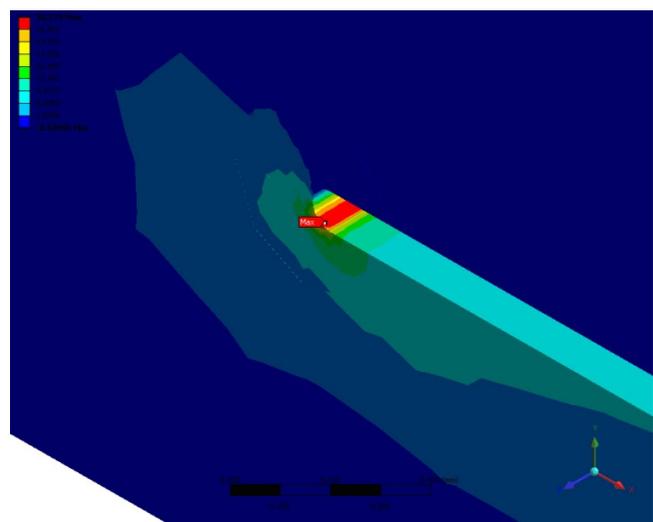


Figura 9: Tensione principale massima per il giunto a sovrapposizione di Fig. 1b (tensione nominale di 1 MPa).



L'analisi di convergenza è riassunta nella Fig. 10. Il picco della tensione principale massima normalizzata è riportato in funzione del numero totale di nodi usato per discretizzare il giunto. Per il giunto a tazza, in Fig. 10 quando il numero di elementi nello spessore è pari a due la differenza rispetto ad un modello molto accurato è del 12%, mentre con il metodo del gradiente implicito l'errore è inferiore al 4% con l'adozione di un solo elemento nello spessore (vedi Fig. 4). Relativamente al giunto a sovrapposizione, la differenza fra una mesh rada e una mesh fitta è considerevole. Con il metodo del raggio fittizio, utilizzando due elementi nello spessore, l'errore è del 76%, mentre, con il gradiente implicito usando uno o due elementi nello spessore l'errore è del 5% e scende al di sotto del 2% con 4 elementi nello spessore.

Infine, per quanto riguarda la previsione della resistenza a fatica in termini di tensione principale massima o di tensione di von Mises, le figure, rispettivamente 11 e 12, riportano le variazioni del picco di tensione valutate per le due geometrie di Fig. 1. Ad alto numero di cicli i punti sperimentali tendono a posizionarsi al di fuori della banda di dispersione dei giunti spessi [13].

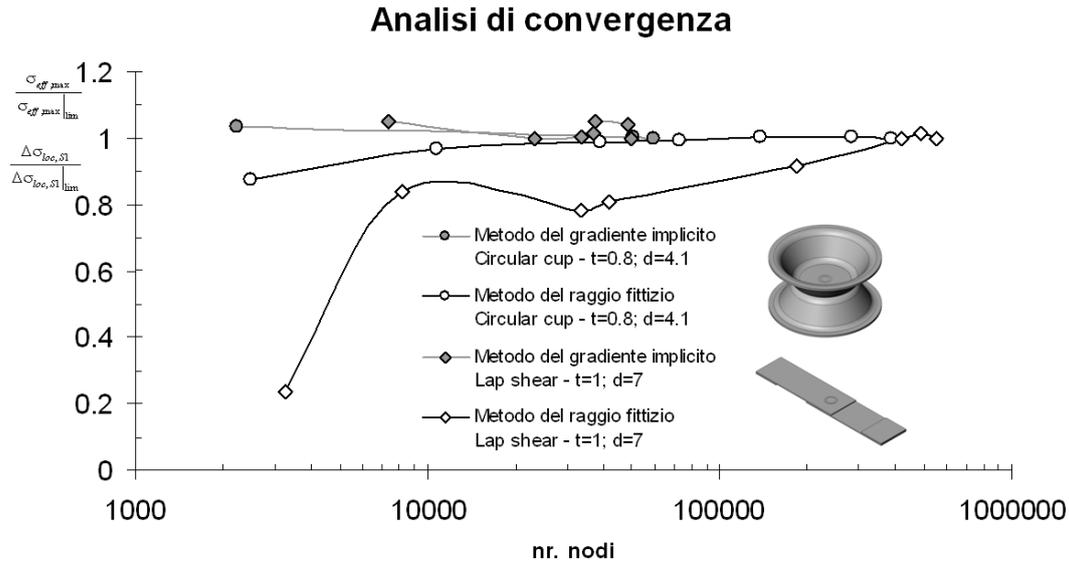


Figura 10: Picco di tensione principale massima normalizzato rispetto al valore limite al

variare delle dimensioni della mesh  $\left( \frac{\Delta\sigma_{loc,S1}}{\Delta\sigma_{loc,S1}|_{lim}}, \frac{\sigma_{eff,max}}{\sigma_{eff,max}|_{lim}} \right)$ .

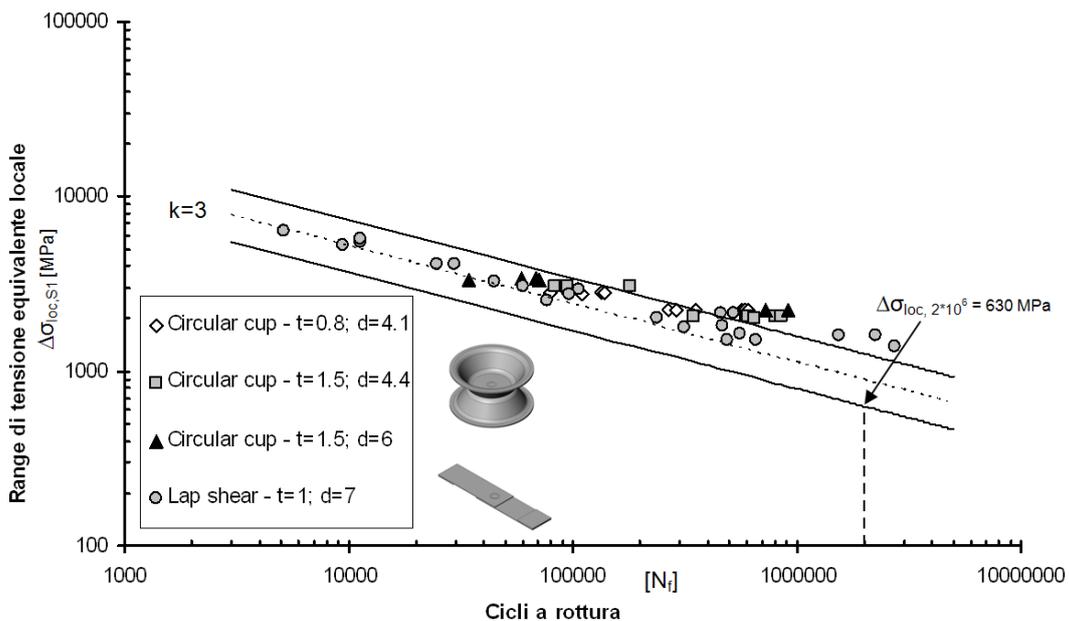


Figura 11: Range della tensione principale massima di picco in funzione della resistenza a fatica.

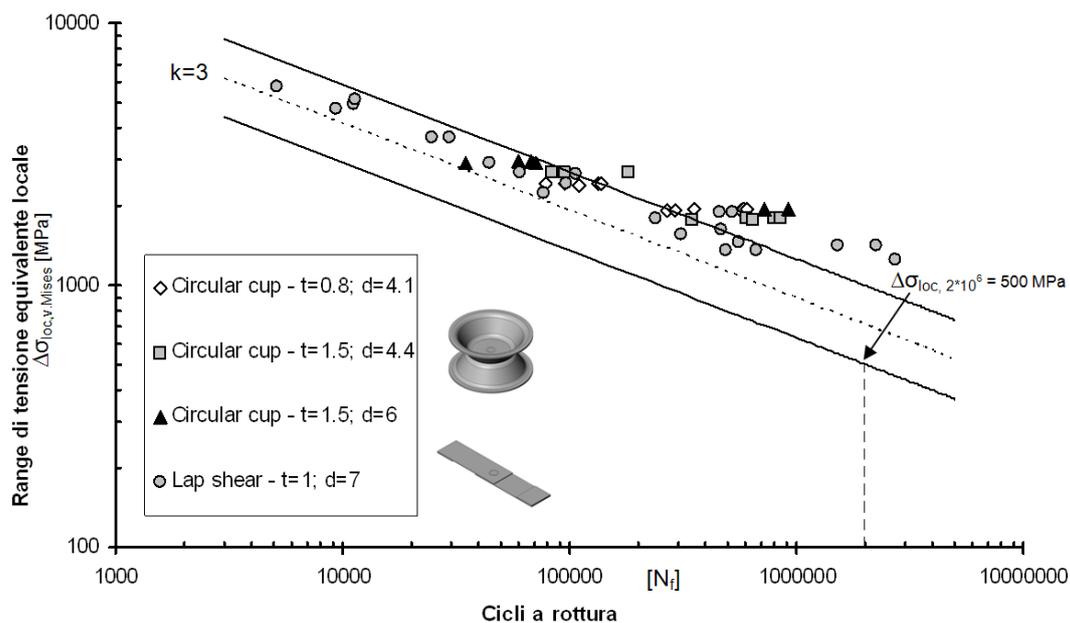


Figura 12: Range della tensione di von Mises di picco in funzione della resistenza a fatica.

## CONCLUSIONI

Le analisi numeriche sulla previsione della vita a fatica di giunzioni di piccolo spessore eseguite con il metodo del gradiente implicito o con il metodo del raggio di raccordo fittizio ha portato alle seguenti conclusioni:

- ✓ Adottando il metodo del gradiente implicito è possibile affrontare lo studio delle strutture saldate senza apportare esemplificazioni di tipo geometrico.
- ✓ L'effetto scala con il metodo del gradiente implicito è pienamente considerato. Infatti, i punti sperimentali relativi al comportamento a fatica di giunti di piccolo spessore vanno a cadere all'interno della banda di dispersione proposta in precedenza per i giunti di grosso spessore.
- ✓ Dal punto di vista concettuale il metodo del raggio di raccordo è semplice da applicare ma impone di usare un raggio di raccordo relativamente piccolo rispetto allo spessore. Ciò consegue che le mesh devono risultare sufficientemente accurate in corrispondenza del raggio di raccordo.
- ✓ La condizione di convergenza sul metodo del gradiente implicito è ottenuta rapidamente all'aumentare del numero di elementi sebbene le saldature siano considerati come intagli acuti a V.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Eurocode 3: Design of steel structures; General rules. 1993-1-1.
- [2] British Standard Published Document, Code of practice for fatigue design and assessment of steel structures, BS 7608, (1993).
- [3] A. Hobbacher, Recommendation on fatigue of welded components, IIW Document XIII-1539-95/ XV-845-95 (1995).
- [4] D. Radaj, C. M. Sonsino, W. Fricke, Fatigue assessment of welded joints by local approaches, 2<sup>nd</sup> ed. Cambridge: Woodhead Publishing and Boca Raton Fla: CRC Press (2006).
- [5] D. Radaj, Design and analysis of fatigue resistant welded structures, Abington Publishing, Abington, Cambridge (1990).
- [6] R. Tovo, P. Livieri, Engineering Fracture Mechanics, 74 (2007) 515.
- [7] R. Tovo, P. Livieri, Engineering Fracture Mechanics, 75 (7) (2008) 1804.
- [8] Ö. Karakas, C. Morgenstern, C.M. Sonsino, Int. J. of Fatigue, 30(12) (2008) 2210.
- [9] M.L. Williams, ASME J. of Applied Mechanics, 19 (1952) 526.



- [10] R.H.J. Peerlings, R. de Borst, W.A.M. Brekelmans, J.H.P. de Vree, *Int. J. of Numerical Methods in Engineering*, 39 (1996) 3391.
- [11] M. H. El Haddad, T. H. Topper, K. N. Smith, *ASME, J. of Engineering Material and Technology*, 101 (1979) 42.
- [12] R. Tovo, P. Livieri, E. Benvenuti, *Int. J. of Fracture*, 141(3) (2006) 497.
- [13] C.M. Sonsino, T. Bruder, J. Baumgartner, SN-curves for welded thin joints- Suggested slopes and FAT-Values for applying the notch stress concept with various reference radii. IIW-Doc. No. XIII-2280 (2009)/XV-1325 (2009)
- [14] O. Hahn, J. R. Kurzok, A. Rohde (In German: Investigation of the transferability of characteristic values determined on a single-spot-weld specimen to multi-spot-welded specimens or structures). 1998, *FAT Schriften Reihe* 142 reported in G. Zhang , B. Richter, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 23 (2000) 499.
- [15] J. A. Newman, N. E. Dowling, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 21 (1998) 1123.