

# Deformation effect on the behavior of hydrodynamic journal bearing

# Effetto della deformabilità sul comportamento di un cuscinetto idrodinamico

D. Benasciutti, M. Gallina, M. Gh. Munteanu

Dip. di Ingegneria Elettrica Gestionale Meccanica (DIEGM), Università di Udine, via delle Scienze 208, 33100, Udine

F. Flumian

Centro Ricerche Danieli (CRD), Danieli Officine Meccaniche S.p.A., via Nazionale 41, 33042, Buttrio (UD)

**ABSTRACT.** This paper presents the preliminary results of a study on the effect of the shaft and bush deformability on the pressure distribution within the oil film in a journal bearing. The Reynolds's equation is solved numerically using an iterative algorithm, including the viscosity to pressure dependency. The lubrication gap deformed shape is obtained by a bidimensional finite element structural analysis. A typical configuration is studied for two different inlet oil temperatures. The solutions obtained show that structural deformation of the bearing components modifies the oil pressure distribution. In comparison to a model with ideally rigid components the maximum oil peak pressure, and consequently the mechanical peak stresses, are reduced. This results in a less conservative estimate of the bearings load capacity.

**SOMMARIO.** Questo articolo presenta i risultati preliminari di uno studio sull'effetto della deformabilità di albero e supporto sulla distribuzione di pressione all'interno del film d'olio in un cuscinetto idrodinamico. Con un procedimento iterativo si è risolta numericamente l'equazione di Reynolds, includendo la dipendenza della viscosità dalla pressione. Il profilo deformato del meato è ottenuto mediante un'analisi strutturale bidimensionale agli elementi finiti. E' stata studiata una configurazione tipica, con due differenti temperature di ingresso dell'olio. Le simulazioni mostrano come la deformazione strutturale modifichi la distribuzione di pressione nel film d'olio. Rispetto ad un modello di cuscinetto completamente rigido, si riduce il valore del picco di pressione e di conseguenza la sollecitazione meccanica sui componenti. Questo quindi permette un incremento della capacità di carico.

KEYWORD. Journal bearing, finite elements; Pressure distribution; Deformation; Lubrication.

#### INTRODUZIONE

Lostudio fluidodinamico basato sulla soluzione numerica dell'equazione di Reynolds è stato affrontato già dagli anni '50 nei classici articoli di Raimondi e Boyd (R&B) [1] e sintetizzato in diagrammi adimensionalizzati, peraltro recepiti anche dalle normative [2].



Tra le ipotesi semplificative, tali lavori assumono una viscosità costante all'interno del meato ed indipendente da pressione e temperatura, ed elementi dell'accoppiamento (albero-supporto) non deformabili sotto l'azione delle pressioni generate. La deformazione dovuta alle pressioni in gioco determina, tuttavia, una variazione della geometria del meato con conseguente redistribuzione delle pressioni rispetto al caso non deformato trattato da R&B. In aggiunta, è noto sperimentalmente che la viscosità dipende, oltre che dalla temperatura, anche dalla pressione come ad esempio nel modello di Vogel-Barus [3]. Risulta pertanto di interesse valutare tali correlazioni alla luce degli aspetti progettuali. In questo articolo ci si propone di sviluppare una metodologia numerica per calcolare la distribuzione di pressione

includendo la deformabilità degli elementi dell'accoppiamento. Con un procedimento iterativo, si risolverà con il metodo delle differenze finite l'equazione di Reynolds utilizzando il profilo deformato del meato, ricavato mediante un'analisi strutturale agli elementi finiti. Nell'analisi si includerà anche esplicitamente l'effetto della sensibilità della viscosità alla pressione. I risultati ottenuti mostreranno come la deformazione strutturale riduca il picco massimo di pressione nel film di lubrificante, e quindi la sollecitazione meccanica, permettendo un incremento della capacità di carico.

#### CUSCINETTI IDRODINAMICI: CONCETTI BASE

In a tipica configurazione di cuscinetto idrodinamico radiale consiste in un albero rotante all'interno di un supporto fisso (guarnitura), su cui è solitamente calettata una boccola (bronzina), vedi Fig. 1. Il gioco radiale nominale fra albero (diametro d=2r) e supporto (diametro D=2R) è definito come e=R-r. L'equazione fondamentale alla base della teoria della lubrificazione è la nota equazione di Reynolds:

$$\mu \frac{h^3}{r^2} \frac{\partial}{\partial \mathcal{G}} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial \mathcal{G}} \right) + \frac{3h^2}{r^2} \frac{\partial h}{\partial \mathcal{G}} \frac{\partial p}{\partial \mathcal{G}} = \frac{6U\mu}{r} \frac{\partial h}{\partial \mathcal{G}}$$
(1)

dove  $h(\theta)=e \cdot e \cos(\theta)$  è l'altezza del meato variabile in funzione della coordinata polare  $\theta$ , il simbolo *e* indica l'eccentricità,  $U=\omega r$  è la velocità periferica relativa fra albero e supporto,  $p(\theta)$  è la pressione che si sviluppa nel meato,  $\mu$  è la viscosità dinamica dell'olio. La risoluzione numerica dell'equazione di Reynolds permette di determinare la distribuzione della pressione  $p(\theta)$  all'interno del meato e le condizioni di funzionamento del sistema.



| diametro albero       | <b>d</b> [mm]               | 500   |
|-----------------------|-----------------------------|-------|
| diametro supporto     | <b>D</b> [mm]               | 500.5 |
| lunghezza cuscinetto  | <b>L</b> [mm]               | 300   |
| carico radiale        | <b>F</b> [kN]               | 3600  |
| velocità di rotazione | N [rpm]                     | 65    |
| pressione media       | <b>p</b> <sub>m</sub> [MPa] | 24    |

Figura 1: Schema di cuscinetto idrodinamico e parametri utilizzati nelle simulazioni numeriche.

Figure 1: Sketch of a hydrodynamic journal bearing and parameters used in numerical simulations

A seguito della rotazione relativa fra albero e supporto, l'olio nel meato sviluppa una pressione di sostentamento  $p(\theta)$  che si sviluppa su di un angolo  $\beta$  ("attitude angle"), caratterizzata dal valore massimo  $p_{\text{max}}$ . Inoltre, il sistema si porta in una configurazione di equilibrio, in cui l'eccentricità e individua la posizione dell'asse dell'albero rispetto all'asse del supporto lungo la direzione definita dall'angolo  $\theta_{n0}$ , che individua quindi la direzione di meato minimo  $h_0$ .



In letteratura sono reperibili diagrammi di sintesi [1] che forniscono i parametri di funzionamento del cuscinetto in funzione del numero di Sommerfeld  $S = (r/c)^2 (\mu N/p_m)$ , in cui *r* è il raggio ed N la velocità di rotazione dell'albero, mentre  $p_m = F/(L D)$  è la pressione media (nominale), definita in funzione del carico radiale *F* e dell'area in pianta del cuscinetto (*L* è la lunghezza del cuscinetto). Tali diagrammi sono stati ricavati nell'ipotesi di viscosità e temperatura costante all'interno del meato e di elementi dell'accoppiamento (albero-supporto) non deformabili sotto l'azione della pressione dell'olio.

Un possibile perfezionamento del modello può ottenersi includendo la dipendenza della viscosità dalla temperatura, peraltro osservata sperimentalmente, sintetizzata ad esempio dall'equazione di Vogel-Barus  $\mu = \mu_0 \exp(\alpha p)$ , in cui  $\mu_0$  è la parte di viscosità funzione della sola temperatura (ma non della pressione *p*), mentre  $\alpha$  è un parametro di sensibilità alla pressione caratteristico dell'olio (con valori tipici  $\alpha=0$  ed  $\alpha=0.01$  MPa<sup>-1</sup>) [3]. Secondo il modello di Vogel-Barus, l'olio aumenta la viscosità all'aumentare della pressione e per pressioni molto elevate assume un comportamento simile ad un solido. Questo effetto, noto nel campo della lubrificazione elasto-idrodinamica (es. contatti lubrificati), è stato poco studiato nell'ambito dei cuscinetti idrodinamici.

In questo lavoro si svilupperà un approccio numerico per calcolare la distribuzione di pressione includendo gli effetti sopra menzionati. A titolo di esempio, si presenteranno i risultati con riferimento ad una configurazione geometrica tipica (vedi Fig. 1), considerando due differenti valori di temperatura in ingresso dell'olio ( $T_{in}$ =40 e 70 °C). Per entrambe si farà riferimento alle proprietà tipiche di un olio ISO VG 680, come riportato in [4].

### SIMULAZIONI NUMERICHE

elle simulazioni numeriche, per il cuscinetto si adotta un modello bidimensionale. In una prima parte del lavoro si ipotizzano i componenti non deformabili e la viscosità variabile con pressione e temperatura secondo l'equazione di Vogel-Barus. L'equazione di Reynolds è risolta con il metodo delle differenze finite con approccio alle differenze centrali. Il problema risulta non lineare in quanto l'Eq. (1) dipende dall'eccentricità e non direttamente dal carico applicato; inoltre, i valori di pressione negativi sono posti uguali a zero.

Per valutare l'effetto della temperatura sulla viscosità e sulla risultante distribuzione di pressione nel meato, si analizzano due configurazioni (C1, C2) aventi una diversa temperatura in ingresso dell'olio ( $T_{in}$ =40, 70 °C). Il termine di viscosità  $\mu_0$  indipendente dalla pressione è calcolato in funzione della temperatura nel meato secondo le seguenti due ipotesi: nel primo caso si considererà una temperatura media costante  $T_m$  risultante da un bilancio termico (ipotesi di R&B) [4], mentre nel secondo caso si ipotizzerà una temperatura variabile linearmente dal valore in ingresso  $T_{in}$  al valore in uscita  $T_{out}$ , ricavato dal precedente bilancio termico.

|    | Configurazione   | T <sub>in</sub><br>[°C] | T <sub>m</sub><br>[°C] | <b>T</b> ₀ut<br>[°C]                             | μ<br>[Pa·s]     | <b>S</b><br>[−] | e<br>[mm] | <b>p</b> <sub>max</sub><br>[MPa] | <b>θ</b> <sub>pmax</sub><br>[deg] | <b>h</b> ₀<br>[mm] | θ <sub>h0</sub><br>[deg] |
|----|--|-------------------------|------------------------|--|-----------------|-----------------|-----------|----------------------------------|-----------------------------------|--------------------|--------------------------|
| C1 | R&B $(L/D \sim \infty)$                                | ↑<br>40<br>↓            | ↑<br>60<br>↓           | $\stackrel{\uparrow}{\underset{\downarrow}{80}}$ | ↑               | <b>↑</b>        | 0.2352    | 87.30                            | 15.50                             | 0.0148             | -                        |
|    | $T_{\rm m} \cos t.$ $\alpha = 0$                       |                         |                        |  | 0.1678          | 0.00786         | 0.2335    | 82.26                            | 15.62                             | 0.0165             | 26.29                    |
|    | $T_{\rm m}$ cost. $\alpha = 0.01$                      |                         |                        |  | $\downarrow$    | $\downarrow$    | 0.2286    | 83.74                            | 15.03                             | 0.0214             | 27.03                    |
|    | $T_{\text{in}}$ - $T_{\text{out}}$ lin. $\alpha=0$     |                         |                        |  | Non<br>definito | Non             | 0.2392    | 83.17                            | 22.82                             | 0.0108             | 32.15                    |
|    | $T_{\text{in}}$ - $T_{\text{out}}$ lin. $\alpha$ =0.01 |                         |                        |  |                 | definito        | 0.2350    | 80.18                            | 22.43                             | 0.0150             | 33.76                    |
|    |  |                         |                        |  |                 |                 |           |                                  |                                   |                    |                          |
| C2 | R&B $(L/D \sim \infty)$                                | ↑<br>70<br>↓            | ↑<br>80<br>↓           | ↑<br>90<br>↓                                     | <b>↑</b>        | <b>↑</b>        | 0.2447    | 205.50                           | 6.60                              | 0.0053             | -                        |
|    | $T_{\rm m} \operatorname{cost.}  \alpha = 0$           |                         |                        |  | 0.0655          | 0.00298         | 0.2440    | 136.92                           | 10.27                             | 0.0060             | 16.27                    |
|    | $T_{\rm m}$ cost. $\alpha = 0.01$                      |                         |                        |  | $\downarrow$    | $\downarrow$    | 0.2412    | 149.54                           | 9.34                              | 0.0088             | 16.67                    |
|    | $T_{\text{in}}$ - $T_{\text{out}}$ lin. $\alpha=0$     |                         |                        |  | Non             | Non             | 0.2453    | 151.08                           | 10.85                             | 0.0047             | 16.18                    |
|    | $T_{\text{in}}$ - $T_{\text{out}}$ lin. $\alpha$ =0.01 |                         |                        |  | definito        | definito        | 0.2431    | 173.29                           | 9.80                              | 0.0069             | 16.47                    |

Tabella 1: Confronto dei risultati delle simulazioni numeriche per il caso di elementi non deformabili.

Table 1: Overall comparison of results from numerical simulations for rigid components.



Per entrambe le due distribuzioni di temperatura nel meato ( $T_m$  ed  $T_{in}$ - $T_{out}$  lineare), si studieranno due casi per l'equazione di Vogel-Barus:  $\alpha=0$  ed  $\alpha=0.01$ . Le soluzioni numeriche per il caso di  $T_m$  costante ed  $\alpha=0$  sono state inoltre confrontate con i risultati forniti dai diagrammi di R&B. In Tab. 1 è mostrata la comparazione dei risultati, mentre la Fig. 2 illustra le distribuzioni di pressione calcolate per il caso di temperatura variabile linearmente nel meato.

Con riferimento alla configurazione C1 di Tab. 1, il raffronto fra il caso di temperatura costante e variabile linearmente nel meato, considerando sia  $\alpha$ =0 che  $\alpha$ =0.01, evidenzia una differenza trascurabile. Nel caso invece della configurazione C2, considerando sia  $\alpha$ =0 che  $\alpha$ =0.01, si registrano variazioni considerevoli (es. sul valore di  $p_{max}$ ). Questo mostra che la variazione di temperatura nel meato può influire sulla distribuzione di pressione, pertanto l'ipotesi di temperatura costante adottata dal calcolo di R&B può risultare eccessivamente semplificata. Nei confronti dei risultati delle simulazioni numeriche con R&B, si nota che nel caso della configurazione C1 si ha una buona concordanza, mentre nel caso di C2 i risultati sono diversi. In questo secondo caso, dato il numero di Sommerfeld molto piccolo (S=0.00298), tali calcoli alla R&B sono di difficile utilizzo in quanto il punto di funzionamento giace vicino all'origine degli assi, dove i punti ottenuti per interpolazione sono soggetti ad un errore.

Limitando ora il confronto dei risultati al caso di temperatura variabile linearmente ( $T_{in}$ - $T_{out}$  lin.), si nota che a causa dell'effetto della sensibilità della viscosità alla pressione (caso  $\alpha$ =0.01), si genera una variazione della distribuzione stessa di pressione (variazione dell'angolo di sviluppo  $\beta$ ) e del suo valore massimo ( $p_{max}$ ); questo con entità strettamente correlata al picco di pressione raggiunto. Ad esempio, per valori di  $p_{max}$ <100 MPa (caso C1), questo effetto risulta di fatto trascurabile; si osserva infatti un leggero decremento della  $p_{max}$ ~3.5%, vedi Fig. 2(a),(b). Nel caso di pressioni superiori (caso C2), si osserva invece un aumento della  $p_{max}$ ~12%, vedi Fig. 2(c),(d). L'aumento dell'altezza minima di meato ( $b_0$ = $\epsilon$ -e) prodotta dall'effetto della pressione risulta rilevante in entrambi i casi, con variazioni rispettivamente del 28 e del 32%.



Figura 2: Effetto della sensibilità della viscosità alla pressione sulla distribuzione di pressione nel meato, calcolata a due differenti intervalli lineari di temperatura dell'olio: (a),(b)  $T_{in}=60$  °C –  $T_{out}=80$  °C; (c),(d)  $T_{in}=70$  °C –  $T_{out}=90$  °C

Figure 2: Effect of viscosity-to-pressure sensitivity on pressure distribution, calculated at two different linear range oil temperatures: (a),(b)  $T_{in}=60 \text{ °C} - T_{out}=80 \text{ °C}$ ; (c),(d)  $T_{in}=70 \text{ °C} - T_{out}=90 \text{ °C}$ 

I risultati ottenuti mostrano che l'effetto della pressione sulla viscosità è minore rispetto all'influenza della temperatura, almeno per i valori di pressione massima riscontrati nel meato. Pertanto nel proseguo del lavoro la dipendenza dalla pressione verrà trascurata.

Nella seconda parte del lavoro si intende valutare la distribuzione di pressione considerando l'effetto della deformabilità di albero e supporto sulla geometria effettiva del meato. La pressione ricavata risolvendo l'equazione di Reynolds è utilizzata come carico imposto nel modello strutturale ad elementi finiti. La soluzione dell'analisi strutturale permette di determinare la geometria deformata dell'accoppiamento e la conseguente geometria deformata del meato, che è quindi utilizzata per risolvere nuovamente l'equazione di Reynolds, il tutto con un procedimento accoppiato di tipo iterativo. Per l'analisi strutturale si è utilizzato un modello di tipo piano. Il modello ad elementi finiti di albero e supporto è mostrato in Fig. 3. Per l'albero si è utilizzata una *mesh* strutturata con elementi isoparametrici lineari a 4 nodi, mentre per il supporto si sono adottati elementi triangolari a 3 nodi (elementi CST) a disposizione libera.



Albero e supporto sono sollecitati dalla stessa distribuzione di pressione  $p(\theta)$  generata dall'olio lubrificante, applicata rispettivamente alla superficie interna ed esterna. Per il materiale sono state utilizzate le proprietà tipiche di un acciaio strutturale, ipotizzando un comportamento elastico lineare. C'è da osservare che l'analisi strutturale dell'accoppiamento mediante un modello piano pone qualche problema nella schematizzazione appropriata dei vincoli, in quanto in un cuscinetto reale il carico F applicato all'albero e la pressione nel meato che lo bilancia agiscono, in realtà, su posizioni longitudinali differenti. Nel modello bidimensionale, il carico F che equilibra la pressione dell'olio è quindi sostituito da un opportuno vincolamento dell'albero stesso.



Figura 3: Modello agli elementi finiti di (a) albero e (b) supporto. Figure 3: Finite element model of (a) shaft and (b) bushing.

A tal proposito, si osserva che, per esigenze di risoluzione numerica, la sezione dell'albero è stata modellata inserendo un foro centrale e vincolando (annullando) gli spostamenti radiali dei nodi sulla circonferenza interna, mentre il supporto è stato vincolato su tutti i lati esterni. Da un punto di vista strutturale, tuttavia, la presenza del foro influenza la deformabilità dell'albero; in particolare, si è osservato che un foro di raggio troppo elevato determina un incremento anomalo della rigidezza dell'albero, mentre valori troppo piccoli determinano un'eccessiva deformabilità e conseguenti reazioni vincolari troppo elevate.



Figura 4: (a) Distribuzione di pressione per il caso di componenti deformabili; (b) confronto della geometria del meato fra caso in deformato e deformato; (c) tensione di Von Mises nel supporto (in MPa).

Figure 4: (a) Pressure distribution in deformable components; (b) comparison of lubrication gap geometries for rigid and deformable components; (c) Von Mises stress in support (MPa units)

Per lo studio dell'effetto della deformazione sulla distribuzione di pressione nel meato, si è sviluppata un'analisi accoppiata fluidodinamico-strutturale, integrate in un'unica procedura numerica iterativa sviluppata con il codice Matlab<sup>®</sup>. Il primo passo dell'analisi consiste nel calcolo della pressione  $p(\theta)$  e dell'eccentricità e per il caso di componenti non deformabili, risolvendo Eq. (1). La pressione così ottenuta, utilizzata come carico nella successiva analisi strutturale ad elementi finiti,



permette di ricavare le deformazioni radiali relative dei componenti, il gioco dell'accoppiamento  $g(\theta)$  e quindi la nuova geometria del meato  $h(\theta)=c-e\cos(\theta)+g(\theta)$  diversa rispetto al caso non deformato. Tale nuova geometria di meato è inserita nuovamente nell'Eq. (1) per ricavare una successiva distribuzione di pressione; la procedura è ripetuta in modo iterativo fino a convergenza per una prefissata tolleranza sul carico imposto.

In Fig. 4(a) è mostrata la distribuzione di pressione per il caso di componenti deformabili rispetto alla configurazione C1 ( $T_{in}$ - $T_{out}$  lin,  $\alpha=0$ ). Il confronto con il caso di elementi perfettamente rigidi di Fig. 2(a) evidenzia chiaramente come la deformabilità dei componenti determina un notevole abbassamento (~48%) del picco massimo di pressione (da 83 MPa a 43 MPa) e conseguentemente un incremento dell'angolo  $\beta$ , per avere la stessa risultante F. Il profilo di pressione, più uniforme rispetto al caso di elementi non deformabili, tende a confermare l'utilizzo della pressione media  $p_m$  come parametro operativo di progetto strutturale, come indicato nelle normative tecniche [2].

Per quanto riguarda lo stato di sollecitazione, sulla superficie interna del supporto si ha uno stato di tensione circa equibiassiale, dove le tensioni circonferenziale e radiale sono confrontabili con la pressione massima dell'olio  $(\sigma_0 \approx \sigma_r = p_{max} = 43 \text{ MPa})$ , mentre la tensione assiale in deformazione piana è  $\sigma_z = \nu(\sigma_0 + \sigma_r)$  ( $\nu$  è il coefficiente di Poisson). Questo giustifica il valore non elevato (~35 MPa) della tensione massima di Von Mises calcolata nel supporto, vedi Fig. 4(c), di fatto compatibili con le proprietà di resistenza dei materiali usualmente impiegati nelle bronzine (ad esempio, il metallo bianco utilizzato come rivestimento del supporto ha valori di carico unitario di snervamento di circa 50 MPa).

Figura 4(b) confronta infine la geometria del meato per il caso di elementi rigidi e deformabili; si fa osservare come nel caso deformato l'eccentricità possa assumere valori maggiori del gioco radiale nominale, perché in questo caso sono presenti anche le deformazioni dei componenti che modificano i profili di contatto.

## CONCLUSIONI

o scopo del presente lavoro è stato quello di studiare l'influenza della pressione sulla viscosità e l'effetto della deformabilità dei componenti (albero e supporto) di un cuscinetto idrodinamico sulla distribuzione di pressione all'interno del film d'olio. Si è studiata una configurazione tipica per due differenti temperature di ingresso dell'olio. L'equazione di Reynolds è stata risolta numericamente con un procedimento iterativo, includendo la dipendenza della viscosità dalla pressione, mentre mediante un'analisi strutturale agli elementi finiti è stato ottenuto il profilo deformato del meato e le tensioni meccaniche. Per quanto concerne l'effetto della dipendenza della viscosità dalla pressione, i risultati confermano che tale fenomeno è minimo per valori di pressione non elevati, come usualmente riscontrato nei cuscinetti idrodinamici. Per quanto riguarda l'effetto della deformabilità, i risultati delle simulazioni numeriche mostrano che la deformazione strutturale determina una redistribuzione della pressione nel film d'olio nel meato, con riduzioni del valore di picco massimo di pressione di circa il 48% rispetto a quanto calcolato nel caso di elementi perfettamente rigidi (es. soluzione di R&B). Anche i corrispondenti valori di sollecitazione di Von Mises risultano non eccessivamente elevati e confrontabili con i valori di resistenza dei materiali usualmente impiegati nelle bronzine. Infine, si osserva che l'eccentricità, considerando la deformabilità dei componenti, può assumere un valore maggiore al gioco radiale nominale, a causa della deformazione del meato.

#### **BIBLIOGRAFIA**

- [1] A.A. Raimondi, J. Boyd, ASLE Transactions, 1(1958) 159.
- [2] DIN 31652 (Part 1-3), Hydrodynamic plain journal bearings designed for operation under steady-state conditions, 1983.
- [3] G. W. Stachowiak, A. W. Batchelor, Engineering Tribology (Third Edition), Elsevier Butterworth-Heinemann, Burlington (2005).
- [4] G. Niemann, H. Winter, B.-R. Höhn, Manuale degli organi delle macchine, Tecniche Nuove, 2006.