

PREVISIONE DI VITA A FATICA CON IL MODELLO DI COLLIPRIEST

M. Cavallini, F. Iacoviello
Università di Cassino - Dipartimento di Ingegneria Industriale

SOMMARIO

Diversi sono i modelli empirici che permettono di interpolare i punti sperimentali $\log(da/dn)$ - $\log(\Delta K)$ ottenuti da prove di fatica, utilizzando delle rette o delle curve sigmoidali. Fra queste ultime, la relazione di Collipriest, che descrive la propagazione della cricca dalla zona di soglia (ΔK_{th}) fino alla rottura di schianto [$\Delta K = (1-R) K_{IC}$], risulta molto versatile, soprattutto per le leghe di Al.

Se, ad ampiezza ed a rapporto di carico costante, si eseguono più prove di fatica e si trattano i dati sperimentali con il metodo dei minimi quadrati, si ottengono coppie di parametri "C" ed "m" del modello di Collipriest. I due parametri, anche per prove effettuate con diversi rapporti di carico, sono legati da una semplice relazione. La variabilità dei risultati delle prove di fatica può essere trasferita in una distribuzione di m. Nota la distribuzione statistica del parametro m, si può valutare la probabilità di vita a fatica per una generica geometria di cricca.

RELAZIONE DI COLLIPRIEST

In letteratura sono disponibili diverse relazioni empiriche [1-5] che permettono di correlare la velocità di avanzamento della cricca da/dn con la variazione del fattore di intensità degli sforzi ΔK . I modelli più semplici mettono in relazione da/dn con ΔK mediante formule tipo "Paris-Erdogan" [1], la cui validità è limitata alla sola regione centrale delle tre regioni caratteristiche di propagazione della cricca di fatica. Altri modelli introducono il concetto di valore efficace di ΔK attraverso la misura del K di chiusura. La relazione di Collipriest considera la velocità di avanzamento della cricca al variare dell'ampiezza del fattore di intensità degli sforzi

ΔK , in funzione del rapporto di carico $R (= P_{\min} / P_{\max})$, della tenacità K_{IC} , del ΔK di soglia ΔK_{th} :

$$\frac{da}{dn} = C (K_{IC} \Delta K_{th})^{\frac{m}{2}} \exp \left\{ \ln \left(\frac{K_{IC}}{\Delta K_{th}} \right)^{\frac{m}{2}} \tanh^{-1} \left[\frac{\ln \left[\frac{\Delta K^2}{(1-R) K_{IC} \Delta K_{th}} \right]}{\ln \left[\frac{(1-R) K_{IC}}{\Delta K_{th}} \right]} \right] \right\} \quad (1)$$

Per poter applicare la (1) ai dati sperimentali ed ottenere la coppia di parametri "C-m" col metodo dei minimi quadrati, devono essere noti sia il ΔK_{th} che il K_{IC} .

Tale relazione deriva da quella di Paris-Erdogan, permettendo però di elaborare i dati contenuti in tutte e tre le regioni di propagazione di una cricca di fatica, dalla soglia alla rottura di schianto.

Se, per un dato materiale, si eseguono più prove di fatica, le diverse coppie "C-m" saranno correlate fra loro da una relazione del tipo [6]:

$$\text{Log } C = - A - B m \quad (2)$$

TABELLA I: Valori dei parametri A e B della relazione (2) per varie leghe di Al.
Le unità di misura adottate sono *m/ciclo* per *da/dn* e *MPa√m* per ΔK

Lega	A	B	Rif.
2091 LT	6.49	1.14	7
2091 TL	6.72	1.04	7
2024 LT	6.49	1.06	8
7075 LT	6.51	0.97	8
2090 TL	8.36	0.79	9
2090 LT	7.74	0.97	9
2090 TS	8.59	0.73	9
8090 SL	7.49	0.69	10
8090 ST	7.45	0.78	10

Tale relazione è indipendente dalla geometria adottata. In tabella I sono elencati i coefficienti A e B per diverse leghe di Al.

Diversi autori [11,12] sono concordi nel ritenere che essa è caratteristica del materiale, anche se non si è individuato un significato fisico. Per una stessa lega, i coefficienti A e B sembrano non cambiare in funzione delle dimensioni del grano, del trattamento termico, della frequenza e della temperatura di prova.

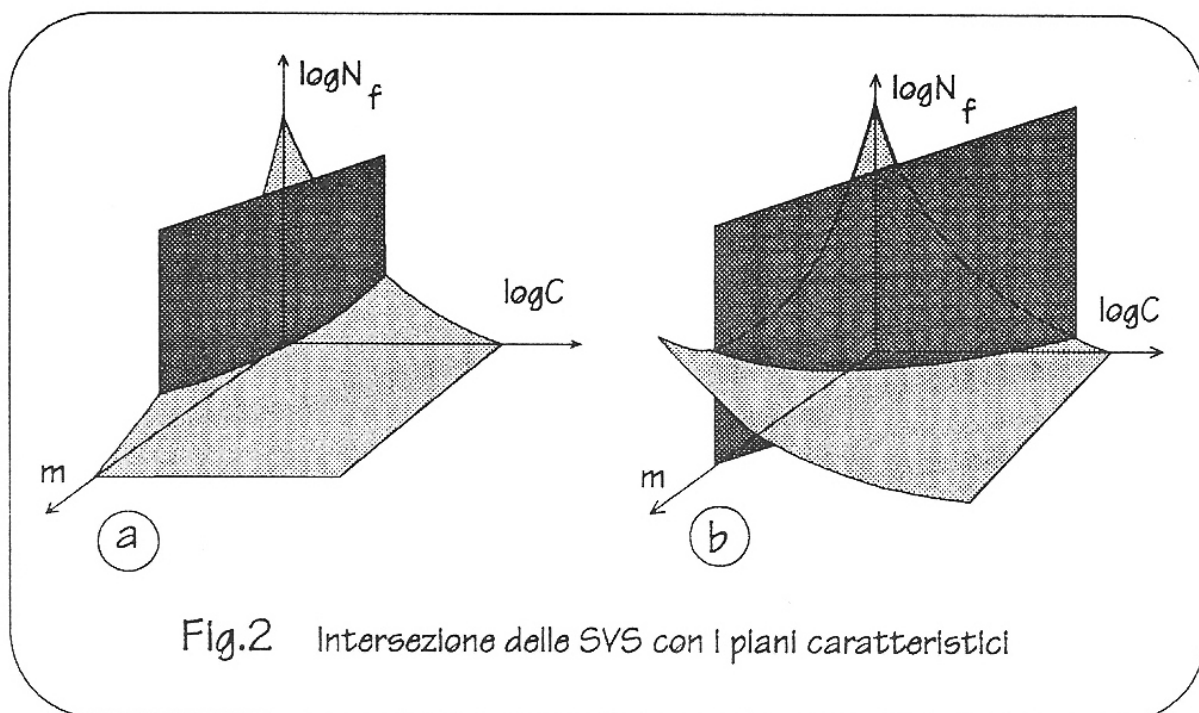
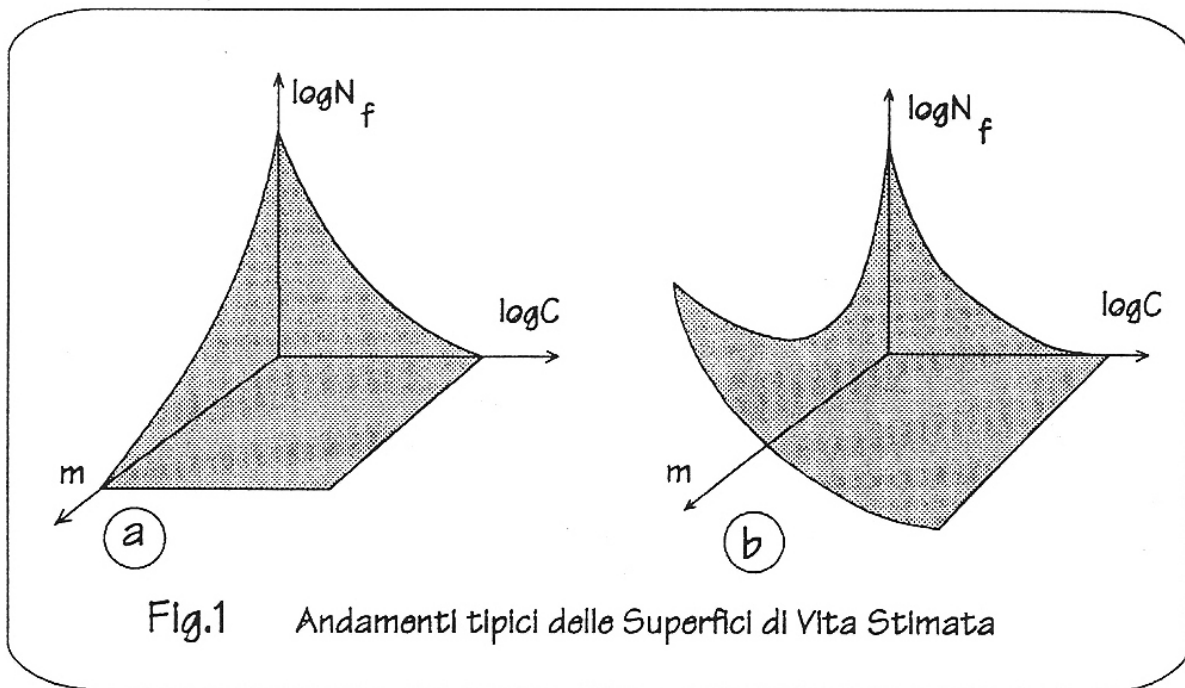
Se si effettuano diverse prove di fatica, le coppie "C-m" possono variare anche di molto, sempre seguendo la relazione (2). Se ci si riferisce solo al parametro m, esso varierà fra due estremi m_1 ed m_2 . Ditlevsen [13,14] ha proposto per il parametro "m", della correlazione di Paris-Erdogan, una distribuzione di tipo gaussiano. La similitudine fra le relazioni di Paris-Erdogan e quella di Collipriest, ed i primi risultati sperimentali su leghe di Al, permettono di ritenere che tale andamento sia valido anche per il parametro "m" di Collipriest.

SUPERFICIE DI VITA STIMATA

E' stato simulato il comportamento a fatica di un provino CT sollecitato ad ampiezza di carico costante, con rapporto di carico R costante, per valori di m compresi fra "0.5" e "4.5" e valori di logC compresi fra "-7" e "-10", esprimendo la lunghezza della cricca "a" in metri e ΔK in $MPa\sqrt{m}$. Per ognuna delle coppie C-m prese all'interno dell'intervallo suddetto, e che quindi non soddisfano necessariamente la (2), si è eseguita una integrazione della (1) dalla soglia alla rottura di schianto, utilizzando come relazione fra ΔK e la lunghezza della cricca quella della norma ASTM E647-81.

Per ogni coppia C-m si è così calcolato il corrispondente valore della vita a fatica N_f , pari al numero di cicli necessario a far avanzare una cricca di fatica dalla soglia alla rottura di schianto. Tali valori sono solo soluzioni numeriche della integrazione. Le terne di valori C-m- N_f così ottenute hanno una interessante rappresentazione grafica nello spazio tridimensionale logC-m-log N_f . In tale spazio 3D:

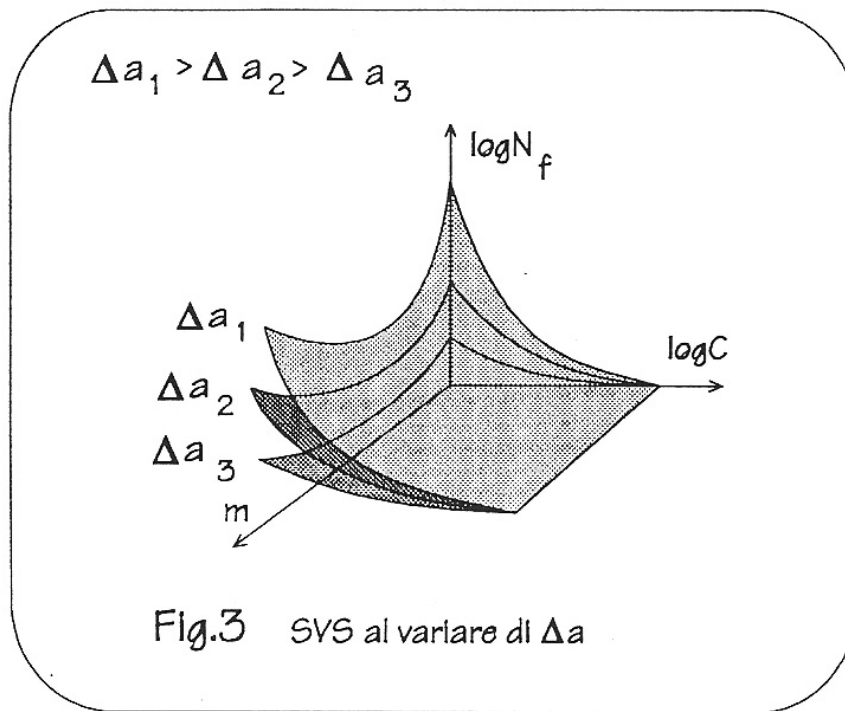
- le suddette terne formano una superficie semplice e regolare ("Superficie di Vita Stimata" o "SVS"); per individuare tale SVS basta definire i tre parametri R, K_{IC} , ΔK_{th} ; la SVS varia al variare della geometria considerata, in quanto varia la relazione che lega il ΔK al ΔP ($= P_{max} - P_{min}$) ed alla lunghezza della cricca;
- la relazione (2) rappresenta un piano parallelo all'asse log N_f ("piano caratteristico");
- l'intersezione fra la SVS ed il piano caratteristico è la "curva caratteristica"; tale curva varia con la lega considerata, con il rapporto di carico, con la geometria analizzata. Solo i punti di questa curva, o, più realisticamente, quelli nell'intorno di



questa curva, possono rappresentare dei valori attendibili di N_f , paragonabili ai valori sperimentali.

La SVS può assumere le forme delle figure 1a ed 1b.

Nelle figure 2a e 2b si ha l'intersezione fra ognuna delle precedenti SVS ed un piano caratteristico. Se si considerano intervalli di integrazione limitati, N_f



assumerà il significato di numero di cicli necessario affinché la cricca di fatica avanzi da un valore iniziale a_i ad un valore finale a_f .

Le SVS così ottenute per uno stesso materiale tenderanno ad abbassarsi al diminuire dell'intervallo $\Delta a = a_f - a_i$, variando la loro forma come in figura 3.

I risultati della simulazione per un intervallo di integrazione ridotto corrispondono bene ai risultati sperimentali per una cricca reale nel caso di leghe di Al (2091, 2024, 7075) [15].

PROCEDURA PROPOSTA

Effettuando più prove di fatica, si ottengono i coefficienti della relazione (2) e la distribuzione del parametro m .

Si consideri ora il pezzo criccato da analizzare: utilizzando l'opportuna correlazione fra ΔK , ΔP e la lunghezza della cricca, ed integrando secondo la procedura esposta nel precedente paragrafo, si ottiene la SVS caratteristica della geometria considerata, del carico applicato e degli estremi di integrazione scelti. Dall'intersezione tra la SVS ed il piano caratteristico si ha la curva caratteristica. Nota la distribuzione di m (D_m), indipendente dalla geometria del sistema, si ricava una distribuzione di N_f (D_{N_f}), dipendente invece da tale geometria. Si può quindi scegliere il valore di N_f in modo che esso sia associato ad una probabilità di evento p .

Se l'intervallo di integrazione scelto va dalla soglia alla rottura, il valore N_f ottenuto

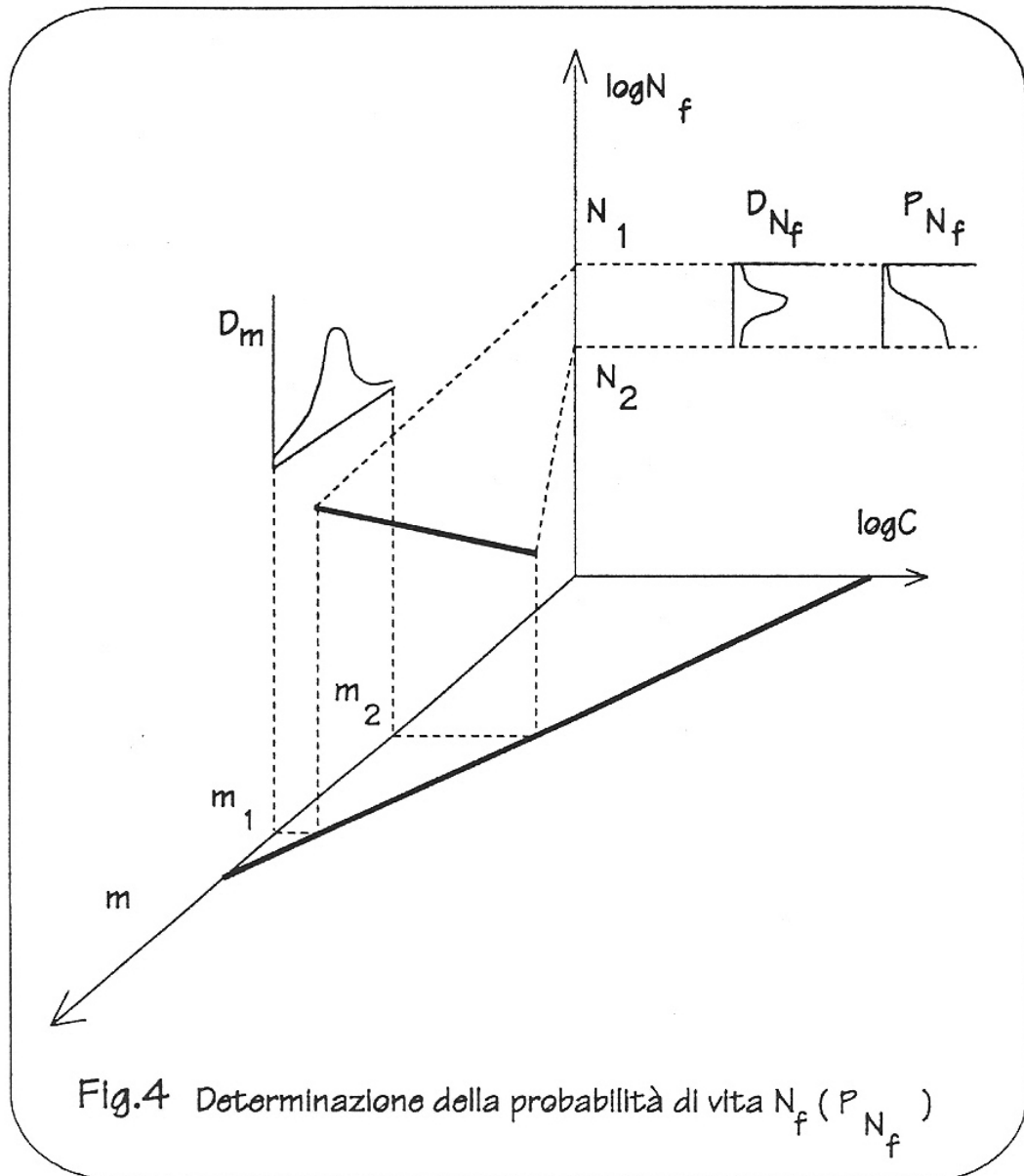


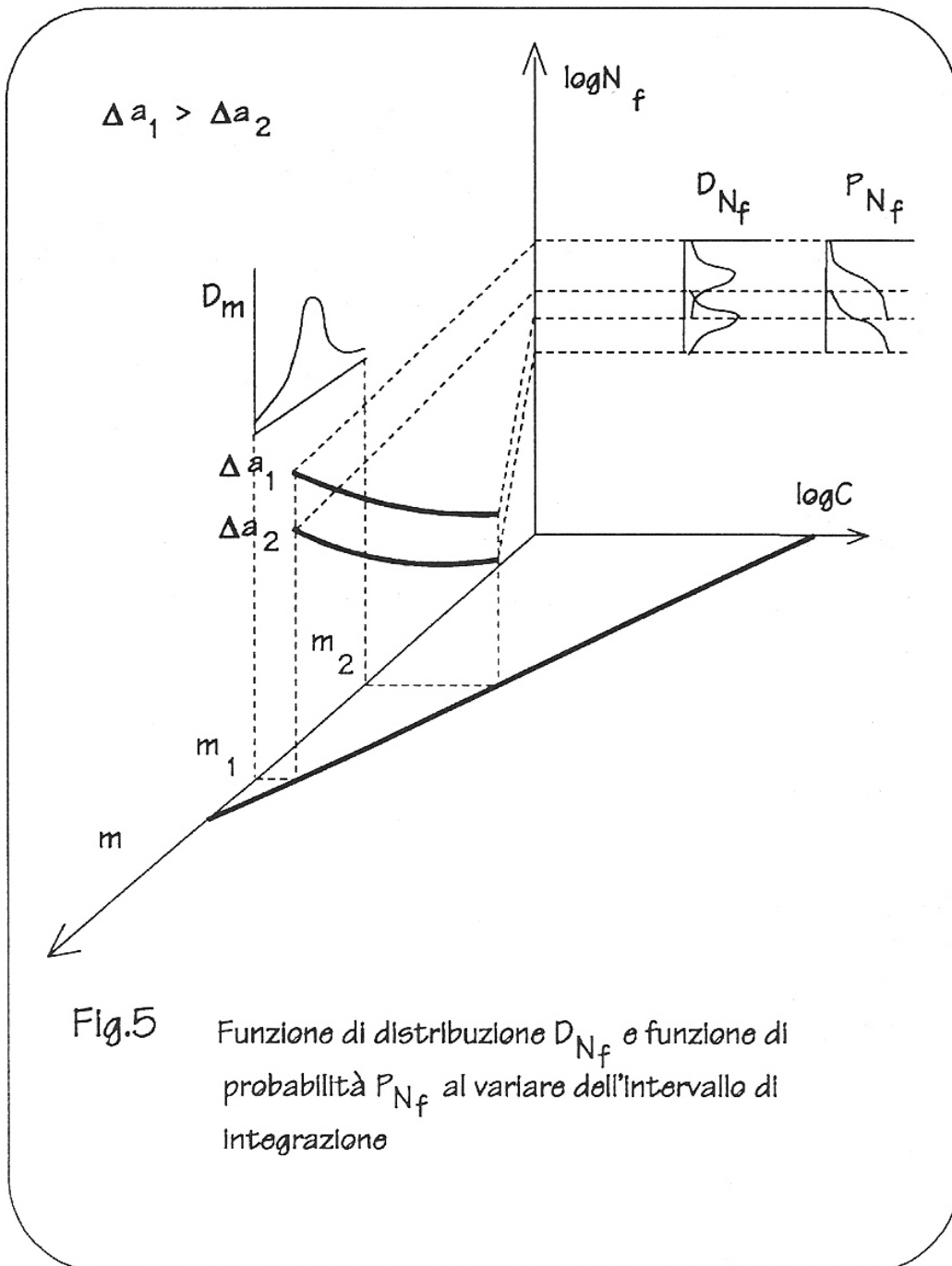
Fig.4 Determinazione della probabilità di vita N_f (P_{N_f})

assumerà il significato di numero di cicli di fatica, a ΔP ed R costanti, cui il pezzo criccato può resistere senza rompersi, con una probabilità p .

Se l'intervallo di integrazione è solo una frazione del precedente, N_f indica il numero di cicli di fatica, a ΔP ed R costanti, che possono essere applicati, con un rischio $1-p$, fra due estremi a_i ed a_f . In tale modo è, ad esempio, individuabile il numero di cicli, tra due controlli non distruttivi (CND), durante i quali si ha una probabilità predeterminata che la cricca avanzi senza superare il limite superiore.

Nella figura 4 è esposto il caso di una curva caratteristica crescente al crescere di m : alla funzione D_m si può far corrispondere, attraverso la curva caratteristica propria della geometria analizzata, la funzione D_{N_f} .

Da tale funzione distribuzione si può ricavare l'andamento della funzione



probabilità di N_f (P_{N_f}). Tutto ciò permette di ottenere il valore di N_f di progetto o di verifica, in base ad una scelta più o meno conservativa della probabilità di evento associata. D'altro canto si può individuare il rischio di raggiungere e superare una lunghezza di cricca a_f , qualora sia stato già fissato l'intervallo tra due CND. In figura 5 si vede come la variazione dell'intervallo di integrazione comporti diverse funzioni di distribuzione e diverse funzioni di probabilità: lo stesso numero di cicli è associato a rischi minori al decrescere dell'ampiezza dell'intervallo di interesse Δa .

CONCLUSIONE

Dal piano logC-m (piano dei parametri della relazione empirica di Collipriest) è stato definito uno spazio tridimensionale logC-m-logN_f. All'interno di questo spazio è stata ottenuta, mediante integrazione della relazione di Collipriest, una Superficie di Vita Stimata (SVS), funzione dell'intervallo di integrazione, del rapporto di carico R, del ΔK_{th} , del K_{IC} e della geometria del pezzo preso in esame. Tale SVS, insieme alla distribuzione statistica di m ed alla relazione fra logC ed m (relazione caratteristica del materiale, indipendente dalla geometria del provino utilizzato per le prove di fatica), permette di progettare o di verificare dei criteri di CND in base a considerazioni statistiche.

RINGRAZIAMENTI

Questo lavoro è stato effettuato con il supporto finanziario 40% MURST

BIBLIOGRAFIA

- [1] P.C. Paris, F. Erdogan " A critical analysis of crack propagation laws ", Trans. ASME , J. Basic Eng. 85n, 528 (1963)
- [2] R.G. Forman, V.E. Kearney, R.M. Engle " Numerical analysis of crack propagation in a cyclic-loaded structure ", Trans. ASME , J. Basic Eng. 89d, 469 (1967)
- [3] W.D. Dover "Fatigue crack growth in offshore structure", J. of the society of enviromental engineers (March 1976)
- [4] E.K. Walker "Effects of enviroments and complex load history on fatigue life", ASTM STP 462, 1-14 (1970)
- [5] J.E. Collipriest, R.M. Ehret, C. Thatcher "Fracture mechanics equations for cyclic crack growth" , NASA Technology Utilization Report, MFS 24447 (1973)
- [6] J.P. Hickerson, R.W. Hertzberg "The role of mechanical properties in low stress fatigue crack propagation" , Metall. Trans. 3,179-189 (1972)
- [7] F. Iacoviello "Tesi di laurea in Ingegneria Nucleare" , Università di Roma "La Sapienza" (1989)
- [8] M. Cavallini, F. Felli, M. Marchetti "Fatigue crack propagation in Al and Al alloys", Aerotecnica Missili Spazio 3, 1-10 (1987)
- [9] K.T. Venkateswara Rao, W. Yu, R.O. Ritchie "Fatigue crack propagation in aluminum-lithium alloy 2090: part I. Long crack behaviour" Metall. Trans. A 19, 459-549 (1988)
- [10] M. Cavallini, F. Felli, F. Iacoviello "Propagazione della cricca di fatica in una

lega Al-Li 8090" IGF9-IX Convegno Nazionale Gruppo Italiano Frattura (1993)

- [11] A. Iost, J. Lesage "On the existence of a pivot point for stage II fatigue crack growth", Eng. Fracture Mechanics 36, 585-596 (1990)
- [12] A. Iost "The effect of load ratio on the m-lnC relationship", Int. J. Fatigue 13, 25-33 (1991)
- [13] O. Ditlevsen, R. Olesen "Statistical analysis of the Virkler data on fatigue crack growth", Eng. Fracture Mechanics 25, 177-195 (1986)
- [14] O. Ditlevsen "Uniquely defined unit of stress intensity range as a statistical material population entering the Paris-Erdogan equation", Eng Fracture Mechanics 42, 601-616 (1992)
- [15] M. Cavallini, F. Iacoviello "Fatigue models for Al alloys", Int. J. Fatigue 13, 442-446 (1991)