

## **Analisi Numerica dei Campi di Deformazione e di Tensione di Fondo Cricca: Ulteriore Approfondimento.**

*Bonora N.[1], Marchetti M.[1] e Milella P.P.[2]*

[1] Dipartimento Aerospaziale, Università degli Studi di Roma "La Sapienza",  
via Eudossiana 18, 00184 Roma.

[2] ENEA-DISP Divisione ANT.-TECNO,  
via V. Brancati 48, 00144 Roma.

### **SOMMARIO**

La determinazione esatta dei campi di tensione-deformazione generati dalla presenza di un difetto sono stati oggetto di studio per moltissimi anni. La soluzione proposta da Irwin, nel caso lineare elastico, ed in seguito estesa da Hutchinson, Rice e Rosengren al caso elasto plastico, è tutt'oggi uno dei punti chiave della Meccanica della Frattura (MdF). Tuttavia, esistono una serie di risultati sperimentali che non possono essere spiegati con i modelli di MdF. E' questo il caso del pannello di Oak Ridge dove la tenacità misurata è stata di 3-4 volte superiore ai valori rilevati su tradizionali provini CT. Il calcolo agli elementi finiti, effettuato dagli autori in questa memoria, evidenzia le discrepanze con la teoria ad un sol parametro nel caso elastico e soprattutto nel caso elasto-plastico. Inoltre, i risultati ottenuti inducono a pensare che il comportamento del provino CT, secondo la normativa ASTM E399, sia più simile a quello di una struttura caricata biassialmente: questo potrebbe spiegare la tenacità apparentemente più alta misurata sul provino di Oak Ridge.

### **1 Introduzione.**

Lo studio del campo di tensione-deformazione all'apice di un difetto è stato oggetto di grande attenzione sin dai primi risultati presentati da Westergaard [1] ed Irwin [2] nel caso di cricca centrale in una lastra infinita sottoposta ad uno stato di tensione biassiale. I risultati hanno dato vita alla teoria ad un sol parametro basata sul concetto del fattore di intensità degli sforzi. Hutchinson [3] Rice [4] e Rosengren [5] hanno esteso la teoria al caso elasto-plastico in cui il concetto dell'integrale J ha sostituito il fattore di intensità come singolo parametro capace di descrivere il campo di tensione-deformazione generato dalla presenza di un difetto. Tuttavia nonostante i risultati ottenuti e l'attenzione che molti ricercatori hanno dedicato a questo

problema, alcuni aspetti sono ancora non del tutto chiari soprattutto quando si effettua il passaggio dal problema teorico di cricca in un mezzo infinito ad una struttura dalla geometria finita in un materiale incrudente. Il campo di tensione all'apice di un difetto è stato fin'ora caratterizzato principalmente dalla  $\sigma_y$ , componente di tensione normale alla superficie del difetto stesso. Assumendo che in un intorno dell'apice, per  $\theta=0$ , ovvero lungo l'asse x, le componenti di tensione  $\sigma_y$  e  $\sigma_x$  sono uguali. Questa ipotesi di lavoro, peraltro comunemente accettata, non è necessariamente vera per tutte le geometrie e condizioni di carico, come d'altronde già rilevato da Irwin [2] nel 1957 e mostrato in una precedente memoria degli autori [6], e può comportare una sensibile variazione nella risposta del materiale in presenza di un difetto.

Questo lavoro intende dare una più completa immagine del campo di tensione-deformazione indotto da un difetto ed il suo impatto sulla tenacità del materiale. Lo studio è stato condotto per via numerica attraverso analisi agli elementi finiti (F.E.M.) con il codice MARC prendendo in considerazione il pannello con cricca laterale utilizzato nell' Oak Ridge USNRC HSST Crack Arrest Programe condotto presso il National Institute of Standard and Technology (NIST), Gaithersburg, VA. In questo esperimento si sono presentate sensibili discrepanze tra i valori di tenacità misurata sul pannello e quella misurata su tradizionali provini CT ottenuti dal pannello stesso [7]. E' opinione degli autori che i valori di tenacità del pannello, di molto superiori a quelli misurati su i provini CT nonostante l'elevato spessore, siano attribuibili ad un rilassamento della seconda componente degli sforzi in direzione x, fenomeno del tutto assente nel provino CT. Ne risulta che a parità di K applicato, la zona plastica ha un'estensione maggiore nel pannello piuttosto che nel provino CT ed un minore rapporto di triassialità,  $\sigma_h/\sigma_{eq}$ .

Il fatto che la prima componente delle tensioni risulti essere sensibilmente inferiore alla seconda apre la questione se la Meccanica della Frattura possa ancora essere ancora considerata una teoria ad un sol parametro o se K e J possano rappresentare la condizione al contorno per una zona sede di elevate deformazioni e pertanto ci sia bisogno di un parametro ulteriore.

## 2 Caso Lineare Elastico.

L'analisi agli E.F. è partita dal caso perfettamente elastico, in cui è stata attribuita al materiale una caratteristica tensione-deformazione di tipo lineare al fine di verificare il comportamento delle geometrie in studio rispetto ai casi teorici e, quindi, provare anche il codice e le mesh utilizzate.

Il provino di Oak Ridge è un pannello di dimensioni 9500x1000x10 cm con una cricca laterale di 20 cm. Tale geometria è stata simulata attraverso un modello di 1108 elementi, bilineari ad 8 nodi e 9 punti di Gauss, per un totale di 6946 gradi di libertà. Si è prestata particolare attenzione alla modellizzazione in prossimità dell'apice dove la dimensione minima dell'elemento è di appena 0.2 mm. Inoltre, in prossimità dell'apice si è utilizzata la tecnica del "quarter point" che permette di seguire più correttamente la singolarità  $1/\sqrt{r}$ . Solo un quarto della struttura è stato simulato per evidenti ragioni di simmetria. In figura 1 è riportato il modello complessivo ed il dettaglio della zona più finemente rifinita.

In figura 2 è riportato il modello utilizzato per il provino CT le cui dimensioni sono state scelte secondo quanto previsto dalla normativa ASTM E399 [8]. Il grado di rifinitura all'apice è lo stesso impiegato per il pannello. Anche per questa geometria è stato usato lo stesso tipo di elemento formulato in deformazione piana per un totale di 1014 elementi e 3196 nodi.

Il materiale preso in considerazione è stato un acciaio al carbonio A 533 B con un modulo di Young di 205.5 GPa. Entrambe le geometrie sono state esaminate sotto le medesime condizioni di carico che pertavano a raggiungere 55 e 109  $\text{MPa}\sqrt{m}$  [8,9]. I risultati relativamente al caso con  $K=55 \text{ MPa}\sqrt{m}$  sono riportati in figura 3 in termini di  $\sigma_y$  e  $\sigma_x$  per il pannello e per il CT, lungo l'asse x per una distanza di 2.5 mm dall'apice. In figura 4 è mostrato un particolare dell'andamento delle tensioni immediatamente dopo l'apice in modo da escludere il forte gradiente dovuto alla singolarità d'apice. Entrambe le figure 3 e 4 mostrano come per il caso lineare elastico le rispettive componenti nelle due geometrie esaminate sono praticamente eguali

anche se, figura 4, alcune lievi differenze tra la seconda e la prima componenti di tensione sono riscontrabili nel caso del pannello. Figura 3 indica come nella regione prossima all'apice dominata dal K le due componenti di tensione sono praticamente uguali come da teoria ed il loro andamento risulta essere del tipo  $1/\sqrt{r}$ .

### 3 Caso con Incrudimento.

Nella seconda serie di calcoli il materiale è stato considerato con il suo reale comportamento elasto-plastico descritto dalla curva riportata in figura 5. Come primo caso è stato esaminato quello corrispondente a  $55 \text{ MPa}\sqrt{m}$  che nel caso della soluzione elastica aveva già fornito risultati in accordo con la teoria. In figura 6 e 7 sono riportati gli andamenti delle tensioni, lungo l'asse x, per il pannello ed il provino rispettivamente insieme alla tensione equivalente di von Mises che fornisce una immediata valutazione dell'estensione della zona plastica. Questa volta i campi sono vicini tra loro ma non eguali. Un confronto diretto è dato in figura 8. È importante notare come sia nel provino CT sia nel pannello le componenti  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  non rispettano più gli andamenti previsti dalle equazioni di Irwin (o dal campo di HRR) sia nella zona controllata dal K sia nella zona controllata dal J. In entrambe le geometrie l'estensione della zona plastica lungo l'asse x è di circa 0.5 mm. Inoltre la forma e le dimensioni della zona plastica completa (fig.9) così come del CMOD (Crack Mouth Opening Displacement), sono molto prossime tra loro.

La differenza tra le componenti di tensione risulta essere più marcata nel provino CT, tuttavia oltre 3 mm dall'apice le due componenti diventano praticamente eguali (fig.8). Se ne conclude che almeno a  $55 \text{ MPa}\sqrt{m}$  non ci dovrebbero essere sensibili differenze tra il campo di tensione del pannello e del provino CT. Tuttavia va notato che se al pannello si applica anziché uno stato di tensione monoassiale, uno biassiale con componenti eguali, il campo generato dalla presenza del difetto diviene identico a quello del provino CT come riportato in figura 11. Questo risultato induce a pensare che il provino CT si comporti come una struttura caricata biassialmente al contrario del pannello di Oak Ridge.

Come secondo passo, è stata presa in esame la condizione di carico monoassiale relativa a  $109 \text{ MPa}\sqrt{m}$ . Lo stato di tensione nel pannello è riportato in figura 12. Mentre in figura 13 è riportato il campo nel provino CT al medesimo K applicato. Un confronto diretto per i primi 5.5 mm dall'apice è illustrato in figura 14. La differenza tra le diverse componenti è questa volta più marcata nella zona dominata dal J, fino a 2 mm, dove il campo può essere rappresentato da una funzione del tipo:

$$\sigma_y = \frac{J}{r^{1+n}}$$

in cui  $n$  rappresenta l'esponente di incrudimento. Inoltre, la stessa differenza si mantiene anche nella zona dominata dal K. La differenza, di circa 100 MPa, praticamente pari alla tensione remota applicata nella direzione y e mancante nella direzione x. Tale differenza è dovuta in parte anche all'effetto di "blunting" che nel caso del pannello, costringe la  $\sigma_x$  a partire da 0 mentre nel CT il valore iniziale è prossimo a 300 MPa. Un risultato interessante è che pur avendo la stessa forma, l'estensione della zona plastica nel pannello è del 40 % superiore a quella del provino CT. Il fattore di triassialità (TF), definito come il rapporto di 1/3 della tensione idrostatica e della tensione equivalente, dà una chiara idea delle condizioni di vincolo all'apice del difetto (figura 15). Il TF è sensibilmente più alto nel provino CT in corrispondenza della zona di transizione elasto-plastica. Questa è la regione maggiormente critica in quanto i micro difetti agiscono da innesco per la rottura fragile.

Se al pannello si applica la medesima tensione anche in direzione x le zone plastiche diventano

eguali (figura 10). Anche gli andamenti del TF diventano assai simili (figura 16). Questo conferma l'idea che il provino CT si comporti come una struttura biassialmente caricata almeno per un intorno del difetto.

#### 4 Conclusioni.

Nel caso di un materiale contenente una cricca in regime elastico lineare, sottoposto ad un carico remoto nella sola direzione  $y$ , la soluzione all'apice del difetto non risente della mancanza del carico in direzione  $x$  a causa dell'enorme intensificazione che nasconde l'assai piccola differenza tra le componenti delle tensioni. Pertanto le equazioni di campo formulate da Irwin risultano essere verificate.

Nel caso di un materiale incoerente dove la tensione è controllata da una limitata deformazione plastica all'apice, l'assenza della seconda componente del carico esterno insieme all'effetto di blunting può provocare una certa differenza tra le componenti  $\sigma_x, \sigma_y$  del campo di tensione di fondo cricca.

Questo pone allora la questione se e quando la Meccanica della Frattura può essere considerata una teoria ad un sol parametro identificato da  $K$  o  $J$ . Alla luce dei risultati ottenuti il provino CT sembra comportarsi come una struttura caricata biassialmente almeno nell'intorno del difetto, che poi è la zona di maggior interesse in quanto sede dei fenomeni responsabili della rottura. Questo, come già detto nella precedente sezione, è confermato dal fatto che le differenze esistenti tra il pannello ed il provino CT in termini di campi di tensione, zona plastica e fattore di triassialità scompaiono non appena al pannello viene applicata la tensione mancante in direzione  $x$ .

Tali differenze sono assai piccole per bassi valori del  $K$  applicato ma aumentano sensibilmente all'aumentare del  $K$ . Questo può spiegare allora le discrepanze osservate sperimentalmente nel caso dell'esperimento di Oak Ridge. Ad ulteriore conferma, le osservazioni fatte spiegano anche il perché il provino CT predica in maniera esatta il valore della tenacità in strutture biassialmente caricate come quelle in pressione.

#### 5 Bibliografia.

- [1] Westergaard, H. M., "Bearing Pressure and Cracks", *Tans. ASME*, Vol. 61, pp. A 49-53, 1939.
- [2] Irwin, G.R., "Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate", *Jour. of App. Mech.*, 24 pp. 361-364, 1957.
- [3] Hutchinson, J. W., "Singular Behaviour at the End of a Tensile Crack in a Hardening Material", *Jour. Mech. Phys. and Solids*, Vol. 16, pp.13-31, 1968
- [4] Rice, J.R., "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks", Brown Univ., Providence, R.I., ARPA SD-86, May 1967
- [5] Rice, J.R., Rosengren G.F., "Plain Strain Deformation Near Crack Tip in a power Low Hardening Material", Brown Univ., Providence, R.I., ARPA E49, July 1967
- [6] Milella P.P, Bonora N., Marchetti M. e Storto G., "Analisi Numerica dei Campi di Tensione e Deformazione di Fondo Cricca", IGF8, pp.183-190 Genova 27-29 Maggio 1992.
- [7] Naus, D.J. et al., "High Temperature Crack Arrest Behaviour in 152 mm Thick SEN Wide Plate of Low Upper Shelf Base Material: Test WP 2.2 and WP 2.6", USNRC Report NUREG/CR-5330 (ORNL/TM 11083), April 1989.
- [8] "Standard Test Method for Plain Strain Fracture Toughness of Metallic Materials", ASTM E399-83.
- [9] "Stress Intensity Factor Handbook", *Com Fracture Mechanics*, Japan SMS Vol. 1 pp.9-10, Pergamon Press 1987.

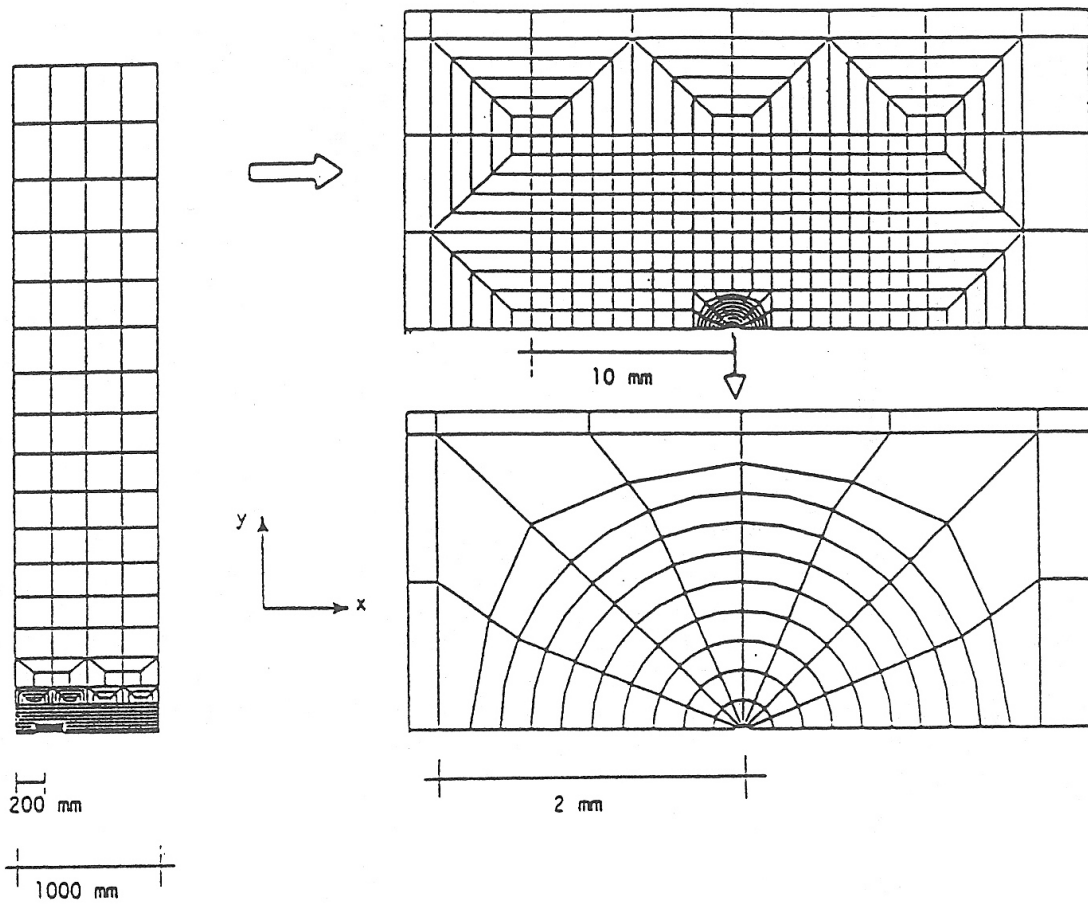


Figura 1 - Modello agli E.F. per il pannello di Oak Ridge.

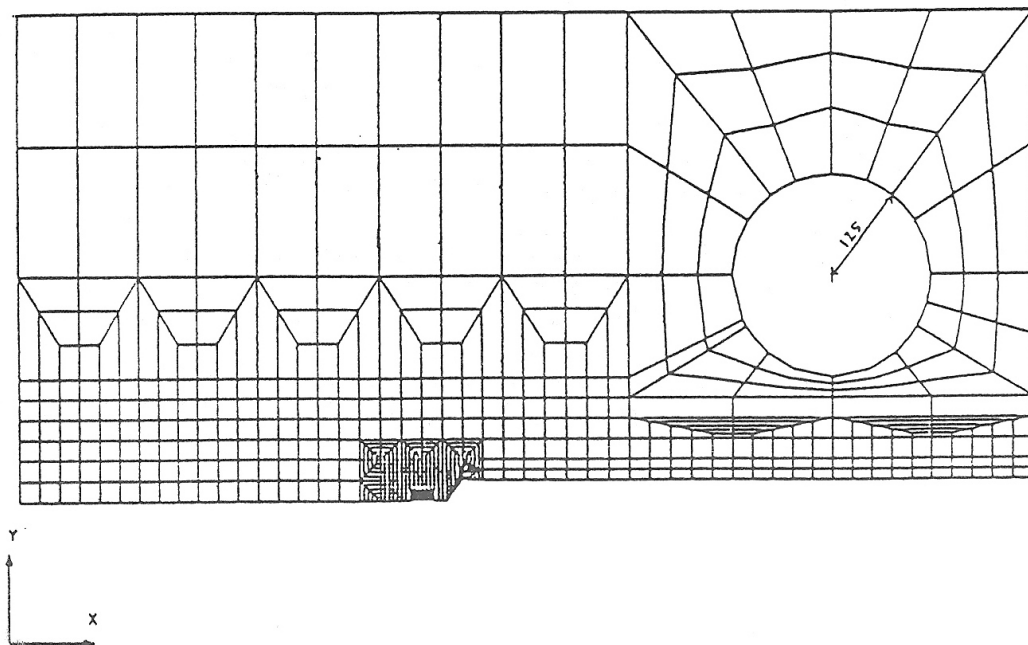


Figura 2 - Modello agli E.F. per il provino CT

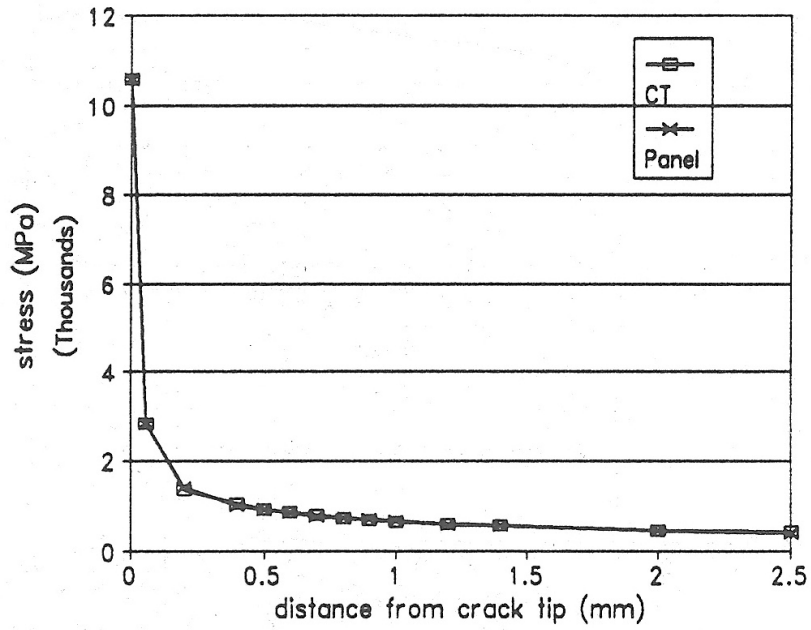


Figura 3 - Caso lineare elastico: confronto tra  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  nel caso del pannello e provino CT.

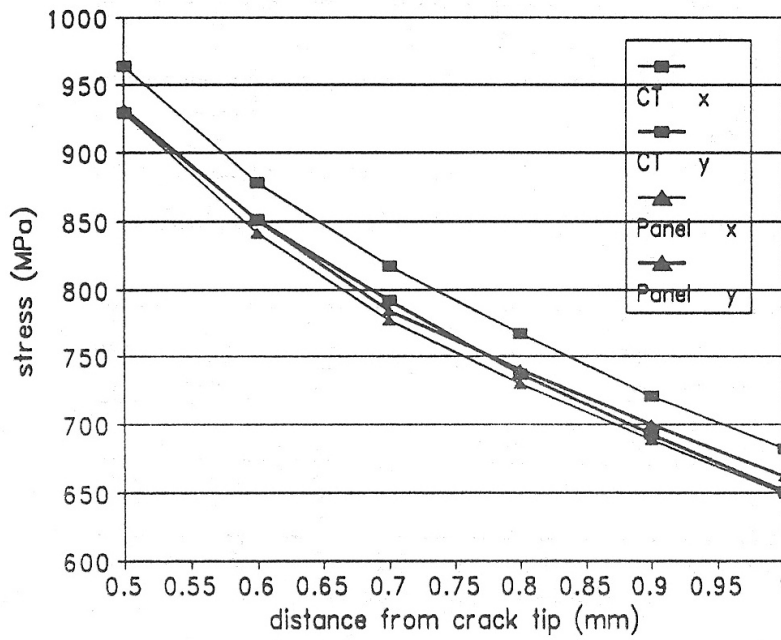


Figura 4 - Particolare del campo avendo escluso il forte gradiente.

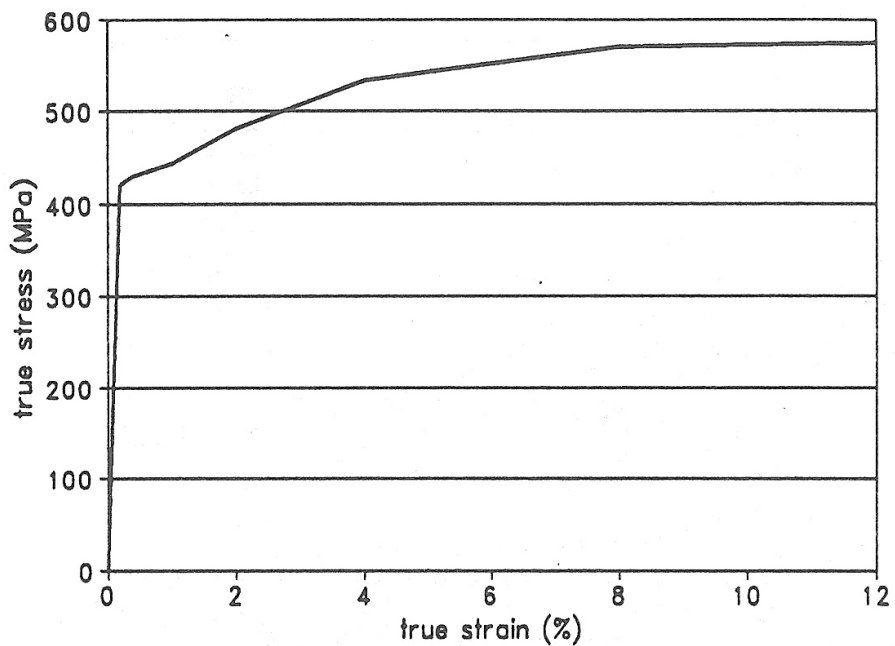


Figura 5 - Curva tensione-deformazione elasto-plastica.

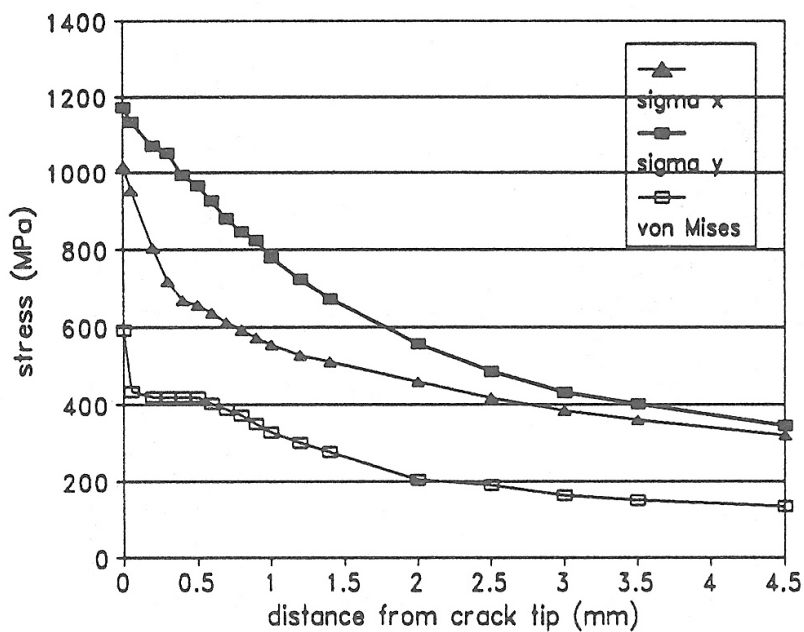


Figura 6 -  $\sigma_x, \sigma_y$  e  $\sigma_{eq}$  lungo l'asse x per il pannello di Oak Ridge.

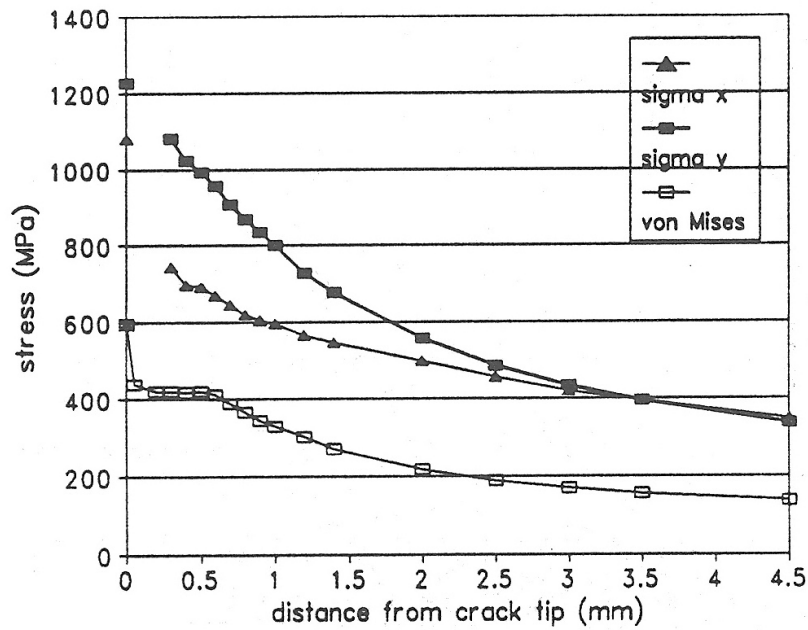


Figura 7 -  $\sigma_x, \sigma_y$  e  $\sigma_{eq}$  lungo l'asse x per il provino CT.

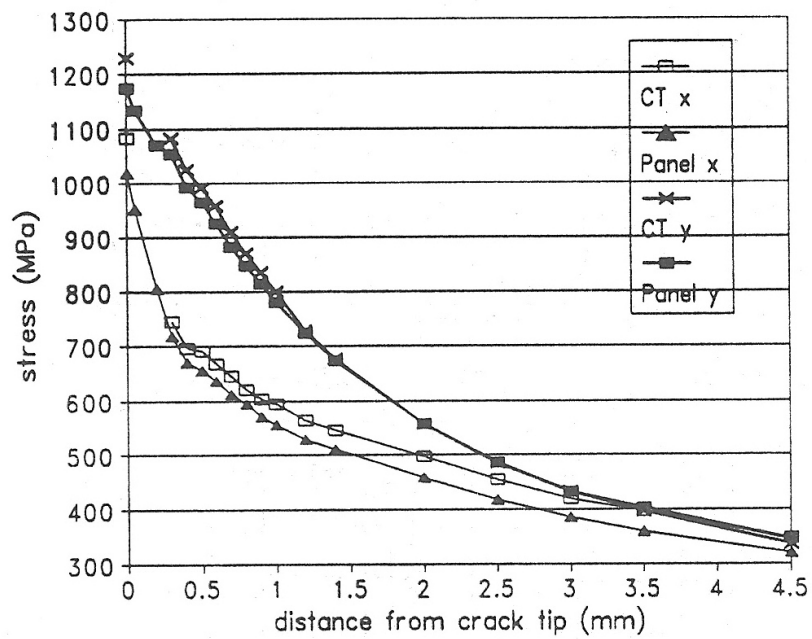


Figura 8 - Confronto diretto tra i campi di tensione del pannello e del provino CT.



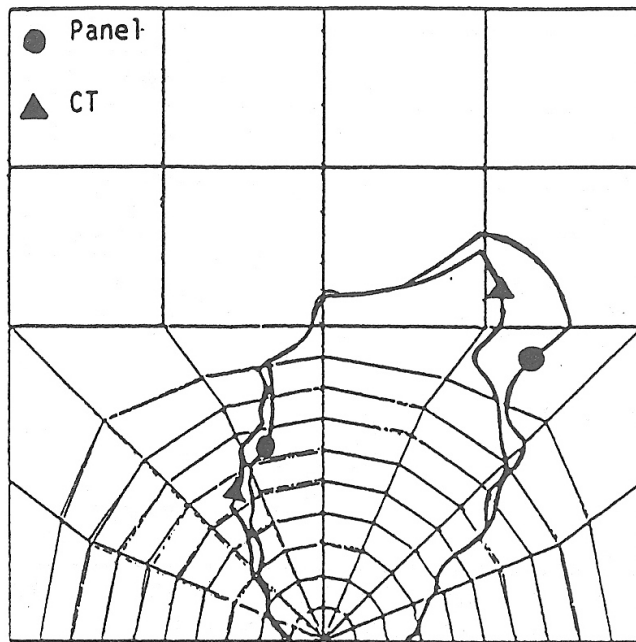


Figura 9 - Zona plastica, nell pannello e nel provino CT, a  $55 \text{ Mpa} \sqrt{m}$

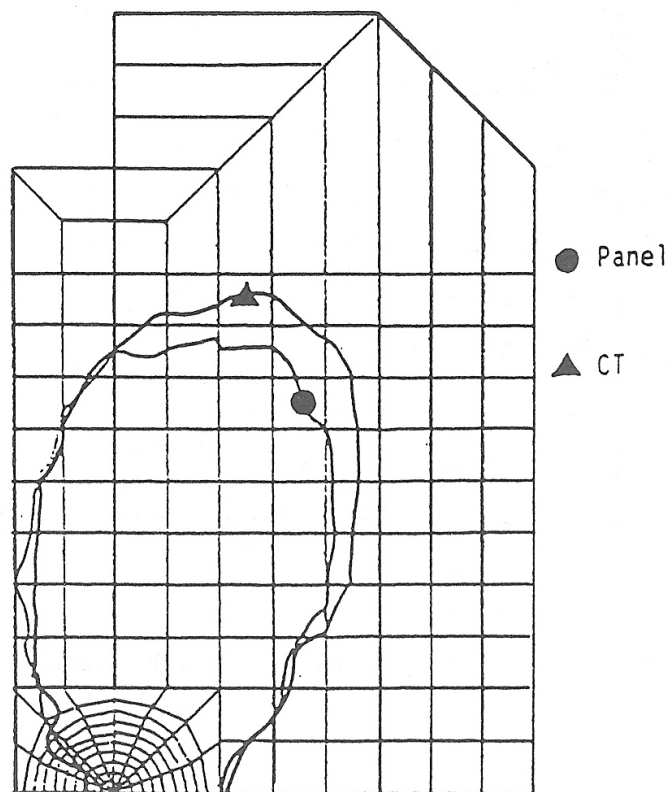


Figura10 - Confronto tra le zone plastiche del provino CT e del pannello caricato biassialmente.  $K = 109 \text{ Mpa} \sqrt{m}$

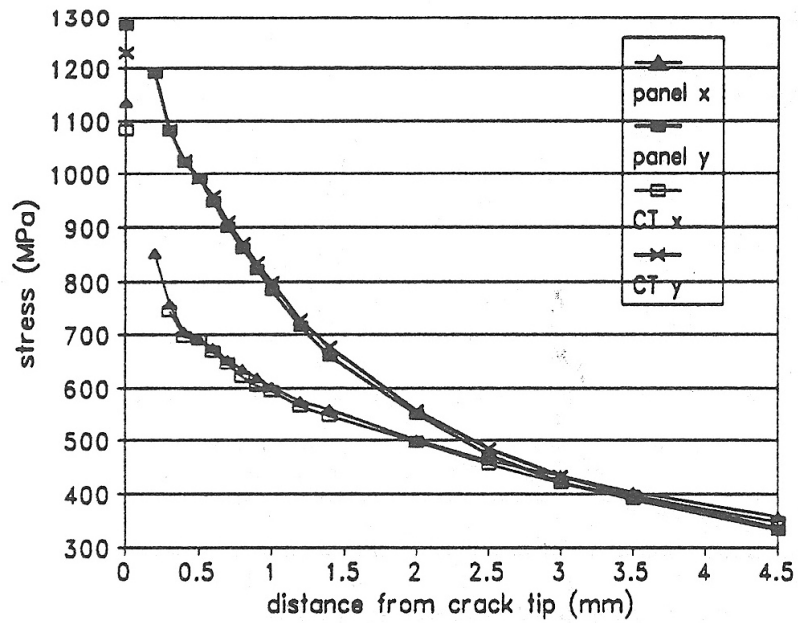


Figura 11 - Confronto diretto tra il campo di tensione del provino CT e del pannello caricato biassialmente.

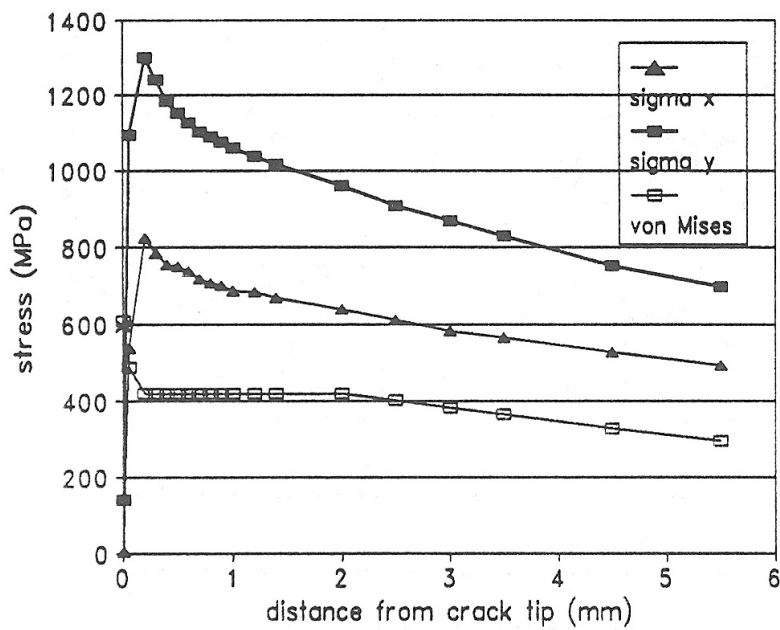


Figura 12 - Campo di tensione del pannello a  $109 \text{ MPa}\sqrt{m}$ .

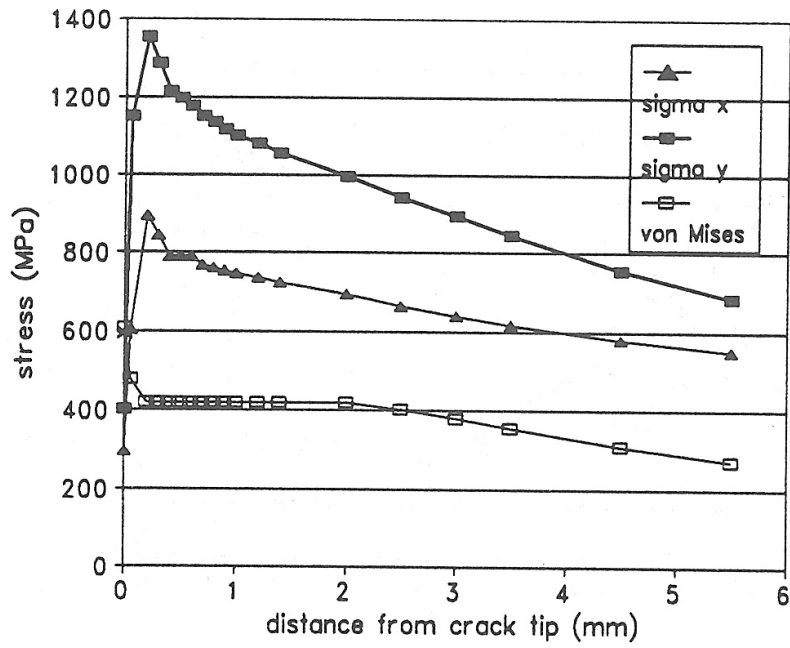


Figura 13 - Campo di tensione del provino CT a  $109 \text{ MPa}\sqrt{m}$ .

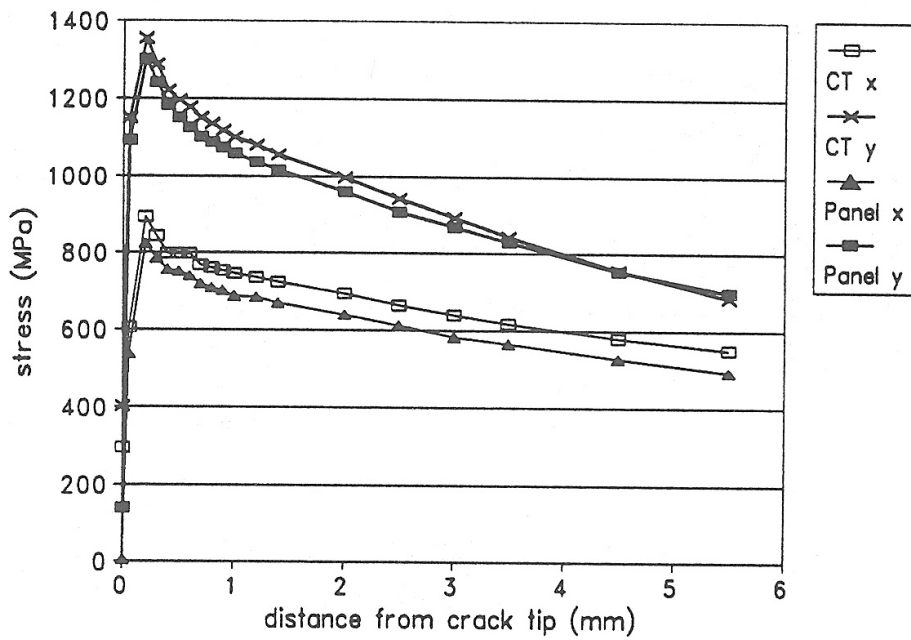


Figura 14 - Confronto diretto tra il campo di tensione del provino CT e del pannello a  $109 \text{ MPa}\sqrt{m}$ .

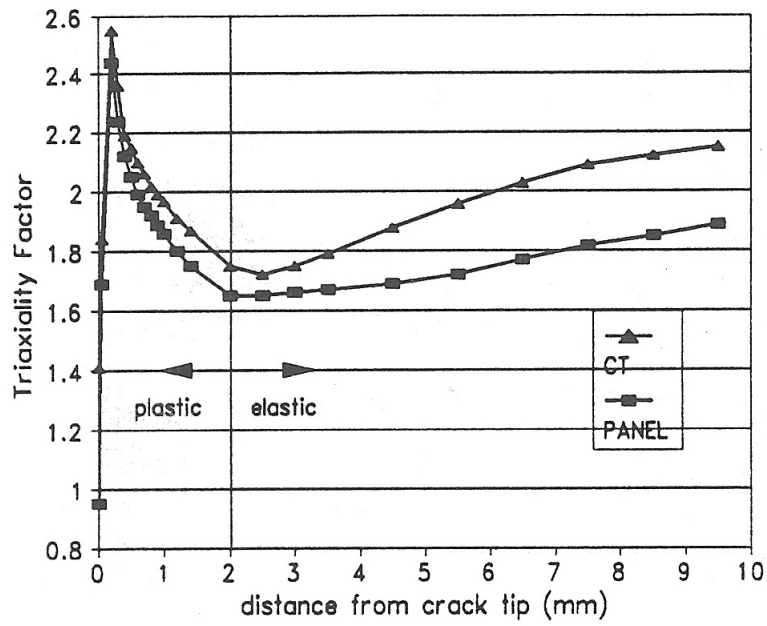


Figura 15 - Confronto diretto tra il TF nel caso del provino CT e del pannello.

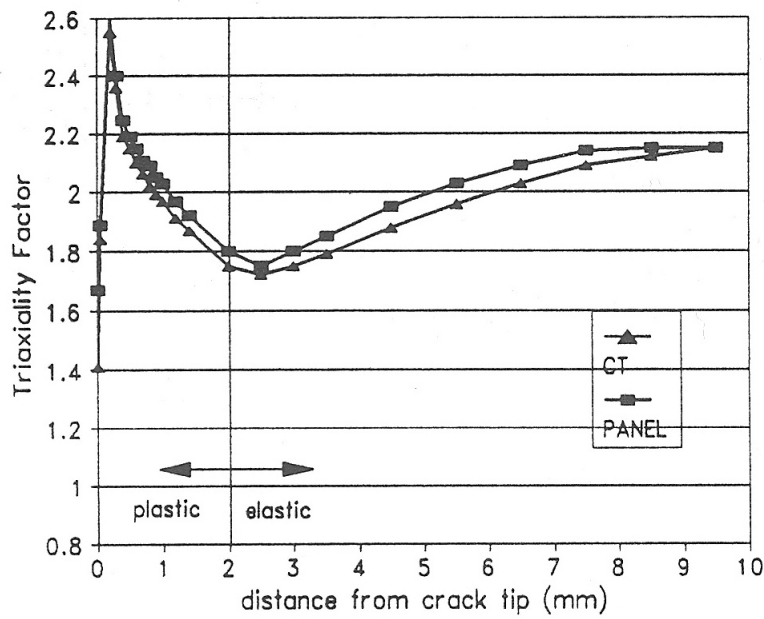


Figura 16 - Confronto diretto tra il TF nel caso del provino CT e del pannello caricato biassialmente.