

UN MODELLO PER LA DETERMINAZIONE DELLA VITA UTILE A FATICA DI UNA STRUTTURA

Pierluigi Colombi

Dipartimento di Meccanica Strutturale, Università' di Pavia, via Abbiategrasso 211,
27100 Pavia

1 Sommario

In questo lavoro viene presentata un'applicazione, ad un problema riguardante le vibrazioni di una condotta in pressione, di un modello stocastico di propagazione di cricca. Tale modello fa uso dei processi di Markov e di un filtro, guidato da un rumore bianco, per modellare le aleatorietà della resistenza a fatica del materiale. La distribuzione della vita utile viene determinata mediante una tecnica basata sui momenti di Hermite. Tali momenti vengono calcolati attraverso l'utilizzo del calcolo di Itô. I parametri della meccanica della frattura (fattore di intensificazione delle tensioni ed integrale J) sono calcolati mediante la tecnica degli elementi "line spring".

2 Introduzione

A causa delle incertezze che caratterizzano i principali fattori che governano la crescita di una cricca per fatica, lo studio della vita utile deve essere effettuato mediante una analisi probabilistica. Negli ultimi anni un considerevole sforzo di ricerca è stato effettuato per la realizzazione di modelli stocastici di propagazione. In particolare diversi ricercatori (Lin et al.[14], Sobczyk [18], Spencer et al.[20], Solomos [19] e Ditlevesen [9]) hanno fatto uso dei processi di Markov nella modellazione della crescita di una cricca. In questi lavori l'equazione di propagazione stocastica che si ottiene è a variabili separabili. Come sarà discusso nel successivo paragrafo, nel caso di equazioni differenziali stocastiche, la definizione di equazione a variabili separabili non coincide con quella classica, valida per equazioni deterministiche. Altri approcci fanno uso dei metodi di affidabilità di livello II per risolvere l'equazione stocastica di propagazione, sia nel caso a variabili separabili (Madsen[15]) che nel caso più generale a variabili non separabili (Dolinski [10]). In generale questi modelli fanno riferimento alla meccanica della frattura lineare elastica nello studio della

propagazione di cricca. In questo lavoro viene presentata un'applicazione, ad un problema di vibrazioni di una condotta in pressione, di un modello di propagazione sviluppato nelle memorie Casciati et al.[2], [3], [4], [6]. L'approccio suggerito introduce le aleatorietà della resistenza a fatica del materiale nell'equazione deterministica di propagazione. L'equazione stocastica risultante è a variabili separabili. Le incertezze dovute al carico esterno sono schematizzate mediante l'introduzione di una quantità equivalente, in media, ai cicli aleatori di carico. Tale quantità sarà definita nel paragrafo 2. Lo schema di soluzione adottato fa uso dei momenti di Hermite per l'approssimazione della vita utile a fatica. Tali momenti sono calcolati a partire dalla equazione stocastica di propagazione mediante il calcolo di Itô. La valutazione del fattore di intensificazione delle tensioni e dell'integrale J è effettuata mediante una analisi agli elementi finiti basata sulla tecnica degli elementi "line-spring". L'analisi strutturale è compiuta per alcune dimensioni di cricca ed i risultati sono interpolati mediante un polinomio, in modo da ottenere una relazione tra i parametri della meccanica della frattura e la dimensione della cricca. Questo polinomio viene direttamente inserito nella equazione di propagazione. Nell'esempio numerico riportato saranno infine illustrate le modalità di stima dei parametri del modello di propagazione sulla base dei risultati delle prove a fatica su provini di tipo compact tension.

3 Valutazione della distribuzione della vita utile a fatica

La probabilità che la cricca ecceda un prefissato valore a_L durante un determinato numero di cicli di lavoro rappresenta la quantità di interesse ingegneristico. Sia $\underline{N}(a_L)$ (nel seguito la sottolineatura indicherà una quantità aleatoria) il processo stocastico rappresentante il numero di cicli necessari a raggiungere una determinata lunghezza di cricca a_L . Siccome l'evento $\underline{N}(a_L) \geq N$ coincide con l'evento $\underline{a}(N) < a_L$, il complemento ad uno della funzione di distribuzione di probabilità $P_{\underline{N}}$ è uguale alla distribuzione di probabilità che la dimensione di cricca non superi il valore a_L , considerata come funzione di N . Perciò, la determinazione della distribuzione della vita utile richiede il calcolo della distribuzione della dimensione di cricca dopo un generico numero N di cicli di carico.

Come è noto l'equazione di propagazione più comunemente usata nelle applicazioni ingegneristiche è l'equazione di Paris-Erdogan (Broek [1]):

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (1)$$

In generale ΔK è fornito dalla seguente relazione:

$$\Delta K = \Delta S Y(a, \{X\}) \sqrt{a} \quad (2)$$

dove $\{X\}$ è un vettore contenente i parametri geometrici della struttura. Si consideri il caso di aleatorietà dei parametri C e m e del carico esterno. L'Eq.(1) diventa dunque un'equazione differenziale stocastica, dove la variabile incognita è costituita dalla distribuzione della dimensione di cricca dopo N cicli. In generale una equazione differenziale stocastica è a variabili separabili se è possibile isolare in un membro tutti i termini contenenti le quantità aleatorie di input e nell'altro membro tutti i termini contenenti la

quantita' aleatoria di output. Cercando di risolvere l'Eq.(1) operando una separazione delle variabili, si ottiene:

$$\int_{a_0}^a \frac{da}{(Y(a, \{X\})\sqrt{a})^m} = \int_{N_0}^N C \Delta S^m dN \quad (3)$$

In questo modo a sinistra del segno di uguaglianza si ha una quantita' aleatoria (il coefficiente \underline{m}) che eleva una funzione $(Y(a, \{X\})\sqrt{a})$ della dimensione di cricca. Dunque l'Eq. (1) non e' a variabili separabili. Questo problema puo' essere superato mediante l'applicazione del modello sviluppato nelle memorie Casciati et al. [2], [3], [4], [6]. Esso assume che le aleatorietà del carico esterno siano modellate mediante l'introduzione nella equazione deterministica di propagazione dello scarto quadratico medio del fattore di intensificazione delle tensioni, s_K , in sostituzione di ΔK . Questo fattore caratterizza, in media, l'effetto dei cicli di carico esterni aleatori. Con questa sostituzione l'Eq.(1) fornisce il valor medio del tasso di propagazione. Le fluttuazioni attorno al valor medio del tasso di crescita vengono modellate mediante l'applicazione al secondo membro dell'Eq.(1) di un processo stocastico $\underline{x}(N)$ che ingloba tutte le aleatorietà dovute al comportamento a fatica del materiale. L'equazione stocastica di propagazione viene dunque scritta:

$$\begin{aligned} d\underline{a}(N) &= C[s_K(a)]^m[\underline{\mu}_x + \rho \cos \underline{\phi}(N)]dN \\ d\underline{\phi}(N) &= \sigma d\underline{w}(N) \\ \underline{\phi}(0) &= 0; \quad \underline{a}(0) = a_0 \end{aligned} \quad (4)$$

dove $\underline{w}(N)$ e' un processo di Wiener (di cui un rumore bianco rappresenta la derivata formale) e ν_x e' il valor medio del processo $\underline{x}(N)$. I parametri ρ e σ sono da ricavare dai dati sperimentali a fatica del materiale di cui e' costituito il componente strutturale in oggetto.

Lo scarto quadratico medio del fattore di intensificazione delle tensioni s_K e' ricavabile a partire dall'Eq.(2), avendo cura di sostituire ΔS con lo scarto quadratico medio, s_S , del processo stocastico rappresentante il carico esterno. Nel caso generale di una struttura complessa la determinazione di s_K richiede l'uso di tecniche agli elementi finiti. In questo modo il fattore di intensificazione delle tensioni puo' essere calcolato per diverse dimensioni di cricca. I risultati possono essere interpolati da un polinomio che approssima la funzione $s_K(a)$. Questo polinomio viene inserito direttamente nella Eq.(4).

La determinazione della distribuzione della vita utile a fatica viene a questo punto effettuata mediante una tecnica di approssimazione basata sui momenti di Hermite (Winterstein et al. [21]). Il calcolo di tali momenti richiede la valutazione dei momenti del processo $\underline{a}(n)$. Essi possono essere calcolati mediante l'applicazione della formula di Itô all'Eq.(4) ([3], [4], [6]).

4 Esempio numerico

4.1 Descrizione generale

L'esempio presentato in questa memoria riguarda un reattore in pressione in scala 1/5 costruito presso lo stabilimento di Ispra del Centro di Ricerca della Comunità Economica Europea, nell'ambito del progetto atto a valutare la sicurezza dei reattori nucleari. Il

principale obiettivo del progetto e' la valutazione del grado di danneggiamento della struttura e la stima della vita residua dei componenti pressurizzati. Un aspetto cruciale della procedura e' l'identificazione della posizione e della dimensione delle cricche. Due tipi di difetti sono stati considerati:

1. Cricche dovute a difetti di lavorazione
2. Cricche sviluppatesi durante la vita della struttura

Il presente lavoro considera cricche dovute a difetti di lavorazione. In particolare e' stata studiata la giunzione saldata tra il bocchello del reattore e il collettore del circuito primario di raffreddamento. I principali dati geometrici, riguardanti il reattore in scala 1/5, sono riportati in Fig. 1. La cricca analizzata e' piana e di forma semiellittica. La dimensione b del semiasse maggiore e' di 34 mm, mentre le dimensioni del semiasse minore a prese in considerazione per il calcolo del fattore di intensificazione delle tensioni sono : 1 mm - 3 mm - 7 mm - 10 mm . La dimensione iniziale della cricca era di 3 mm. Si e' assunto che la cricca si sviluppi dapprima nella direzione dello spessore e solo dopo aver raggiunto la superficie interna del collettore inizi a propagarsi in direzione tangenziale, lungo la saldatura, sino al distacco del collettore dal bocchello. In questa nota ci si propone di studiare la prima fase, cioe' la propagazione della cricca nella direzione dello spessore. Il bocchello e il collettore sono realizzati di due differenti materiali : SA 508 per il bocchello e la saldatura e AISI 304 per il collettore. L'analisi agli elementi finiti dell'elemento in esame e' stata effettuata mediante il codice agli elementi finiti ABAQUS (Hibbit et al. [13]). I carichi esterni sono costituiti da una pressione interna, considerata deterministica, pari a 3 Mpa, ed un carico concentrato all'estremita' libera del collettore. Questa ultima azione esterna e' di natura non deterministica e rappresenta l'effetto di eventi esterni di natura ciclica quali i terremoti. Essa viene modellata mediante un processo Gaussiano avente media nulla e scarto quadratico medio pari a 42 KN.

4.2 Determinazione dei parametri della meccanica della frattura

La determinazione del fattore di intensificazione delle tensioni e dell'integrale J e' stata effettuata mediante il codice agli elementi finiti ABAQUS. ABAQUS offre all'utente routines per il calcolo dei parametri della meccanica della frattura sia per continui bidimensionali che tridimensionali . Possono essere considerati comportamenti del materiale sia lineare elastici che elasto-plastici. Nel caso tridimensionale, il fattore di intensificazione delle tensioni e l'integrale J sono calcolati come funzione della posizione lungo la cricca per mezzo del metodo dell' "estensione virtuale della cricca" (Parks [16]). In presenza di difetti superficiali in strutture bidimensionali, l'uso del metodo degli "elementi line spring" (Parks [17]) consente di calcolare i parametri della meccanica della frattura con sufficiente accuratezza e con notevole risparmio nella realizzazione della mesh. Inoltre e' possibile modificare in modo rapido la forma del fronte della cricca. Il collettore e' stato modellato con 76 elementi guscio, isoparametrici ad 8 nodi, mentre per il bocchello sono stati usati elementi solidi, isoparametrici a 20 nodi (Colombi [8]). In questo modo la cricca puo' essere modellata con elementi line spring a 6 nodi ottenendo cosi' una buona rappresentazione del fronte

della cricca. La mesh, costituita da 841 nodi e' stata creata per mezzo del codice PATRAN ed e' mostrata in Fig. 2. In Fig. 3 e' invece riportato un dettaglio della mesh nella zona dell'apice della cricca. Lo scarto quadratico medio del fattore di intensificazione delle tensioni e' cosi' stato calcolato per le profondita' di cricca indicate nel paragrafo 3.1, utilizzando l'Eq. (2). I risultati sono interpolati per mezzo del seguente polinomio del secondo ordine :

$$s_K(a) = -.15a^2 + 3.86a - 1.308 \quad (Mpa) \quad (5)$$

il cui grafico e' riportato in Fig. 4.

4.3 Calibrazione del modello di propagazione

La calibrazione del modello di propagazione rappresentato dall'Eq. (4), cioe' la determinazione dei parametri μ_x , ρ an σ , richiede la disponibilita' di dati sperimentali a fatica su provini. In Evans et al. [11] sono disponibili i risultati delle prove a fatica su provini di tipo compact tension. I risultati sperimentali sono riportati in Fig. 5 in scala logaritmica. I coefficienti C ed m presenti nella equazione di Paris-Erdogan sono cosi' calcolati tramite una regressione lineare, che ha fornito i seguenti risultati :

$$\begin{aligned} C &= 3.67 \times 10^{-12} \\ m &= 3.071 \end{aligned}$$

Dalla analisi di varianza della regressione effettuata e' stata ottenuto uno scarto quadratico medio uguale a 0.27. Utilizzando le relazioni di trasformazione da una variabile lognormale alla corrispondente variabile lognormale (Faravelli [12]) sono stati ottenuti i seguenti valori dei parametri del filtro adottato (Casciati et al.[5]):

$$\begin{aligned} \mu_x &= 1.21 \\ \rho &= 1.17 \\ \sigma &= 4.5 \end{aligned}$$

La distribuzione della vita utile a fatica, relativamente a valori di a_L uguali a 6 mm, 8 mm e 10 mm, sono riportati in Fig. 6.

5 Conclusioni

In questa memoria e' stata presentata un'applicazione di un modello di propagazione, sviluppato nelle memorie Casciati et al. [2], [3], [4], [6] di cricca ad una condotta in pressione. La determinazine dei parametri della meccanica della frattura e' stata effettuata mediante il codice agli elementi finiti ABAQUS. L'esempio illustra inoltre come i risultati dell'analisi strutturale vengano utilizzati dal modello proposto. Tale modello e' in grado di modellare le aleatorieta' del comportamento a fatica del materiale e del carico esterno. La distribuzione della vita utile a fatica e' stata effettuata mediante una tecnica basata sui momenti di Hermite. Ulteriori ricerche sono in atto allo scopo di propagare, attraverso la tecnica della superficie di risposta (Casciati et al. [7]), le aleatorieta' dei prametri geometrici che contribuiscono alla determinazione del fattore di intensificazione delle tensioni.

Ringraziamento

Questa ricerca e' stata effettuata grazie al contributo del Ministero dell' Universita' e della Ricerca Scientifica e Tecnologica e del Consiglio Nazionale delle Ricerche.

Bibliografia

- [1] Broek D. "Elementary Engineering Fracture Mechanics", Martinus Nijhoff Publishers, 1982.
- [2] Casciati F., Colombi P., Faravelli L. "Filter Technique for Stochastic Crack Growth", pp. 1435-1440, Proceedings of the VIII European Congress on Fracture, Torino (Italy), 1990.
- [3] Casciati F., Colombi P., Faravelli L. , "Un Modello Stocastico di Propagazione di Cricca per Materiali Metallici" , pp. 123-128, Proceedings of X Congresso Nazionale Aimeta, Pisa (Italy), 1990.
- [4] Casciati F., Colombi P., Faravelli L. , " Stochastic crack growth and Reliability Analysis", 10th International Conferences on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Stavanger Forum, Stavanger, (Norway), 1991.
- [5] Casciati F., Colombi P. and Faravelli L. "Stochastic Crack Growth by Filter Technique", Proceedings of the Sixth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, Mexico City, (Mexico), 1991.
- [6] Casciati F., Colombi P. e Faravelli L. "A Stochastic Crack Growth Model", Proc. of 2th Pan-American Conf. of Applied Mechanics, Santiago (Cile), 1991.
- [7] Casciati F., Faravelli L. , " Fragility Analysis of Complex Structural System", Research Studies Press Ltd., Taunton, 1991.
- [8] Colombi P. , "Propagazione di Cricche in Materiali Metallici: Aspetti Meccanici e Stocastici" , Tesi di Laurea , Dipartimento di Meccanica Strutturale, Universita' di Pavia, 1989.
- [9] Ditlevsen O. "Random Fatigue Crack Growth - a First Passage Problem", pp. 467-477, Eng. Fracture Mech., Vol. 23(2), 1986.
- [10] Dolinski K. "Stochastic Loading and Material Inhomogeneity in Fatigue Crack Propagation", pp. 809-818, Eng. Fracture Mech., Vol. 25 (5/6), 1986.
- [11] Evans W. J., Bache M. R., "Crack Formation Lives and Crack Propagation Behaviour of Pressure Vessel Steel" (confidential material).

- [12] Faravelli L. , "Sicurezza Strutturale" Pitagora Editrice, Bologna, 1988.
- [13] Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc., "ABAQUS Manual: Vol.1, User's Manual; Vol. 2, Theory Manual; Vol 3., Example Problems Manual; Providence, RI, Usa, 1982.
- [14] Lin Y.K. and Yang J.N. "A Stochastic Theory of Fatigue Crack Propagation", pp. 117-124, AIAA Journal, Vol. 23(1), 1985.
- [15] Madsen H.O. "Probabilistic and Deterministic Models for Predicting Damage Accumulation due to Time Varying Loading", DIALOG 5-82, Danish Engineering Academy, Lingby, Denmark, 1983.
- [16] Parks D.M., "The Virtual Crack Extension Method for Nonlinear Material Behaviour", Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng., Vol. 2, 1977.
- [17] Parks D.M. , "The Inelastic Line Spring: Estimates of Elastic-Plastic Fracture Mechanics Parameters for Surface-cracked Plates and Shells", Jour. Pressure Vessel Tech., vol.103, 1981.
- [18] Sobczyk K. "Modelling of Random Fatigue Crack Growth", pp.609-623, Eng. Fracture Mech., Vol. 24(4), 1986.
- [19] Solomos G.P. "First-Passage Solutions in Fatigue Crack Propagation" pp.33-39, Prob. Eng. Mech., Vol. 4(1), 1989.
- [20] Spencer B. F. and Tang J., "Markov Process Model for Fatigue Crack Growth" pp. 2134-2157, Journal of Eng. Mech., vol. 114, (12), 1988.
- [21] Winterstein S.R. and Ness O.B. (1989) "Moment Analysis of Non-linear Random Vibration", pp. 472-478, (Ed. Liu W. K. and Belytschko T.) Computational Mech. of Probability and Reliab. Analysis", Elmepress, Lausanne, 1989.

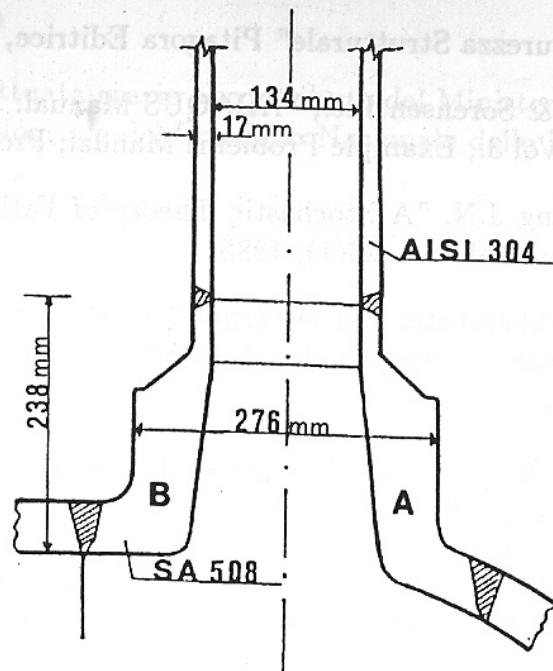


Fig. 1. Principali dati geometrici della connessione bocchello-collettore di raffreddamento (A sezione circonferenziale del reattore ; B sezione longitudinale del reattore)

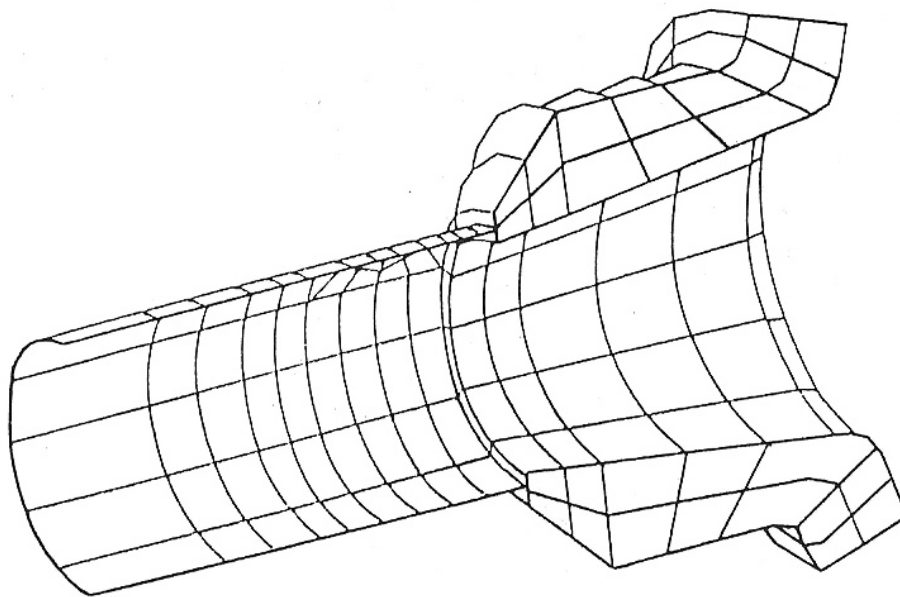


Fig. 2. Rappresentazione della mesh ad elementi finiti usata nell'analisi strutturale.

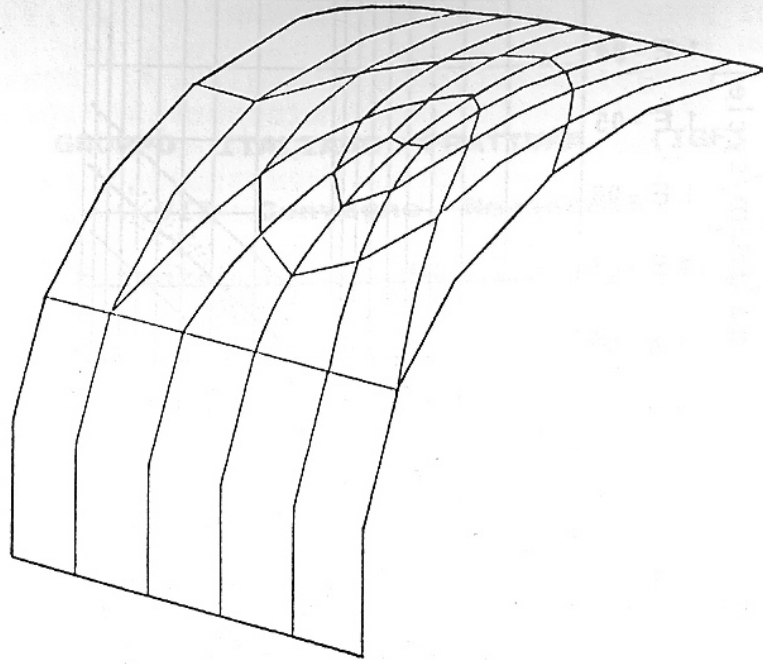


Fig. 3. Rappresentazione della mesh nell'intorno dell'apice della cricca.

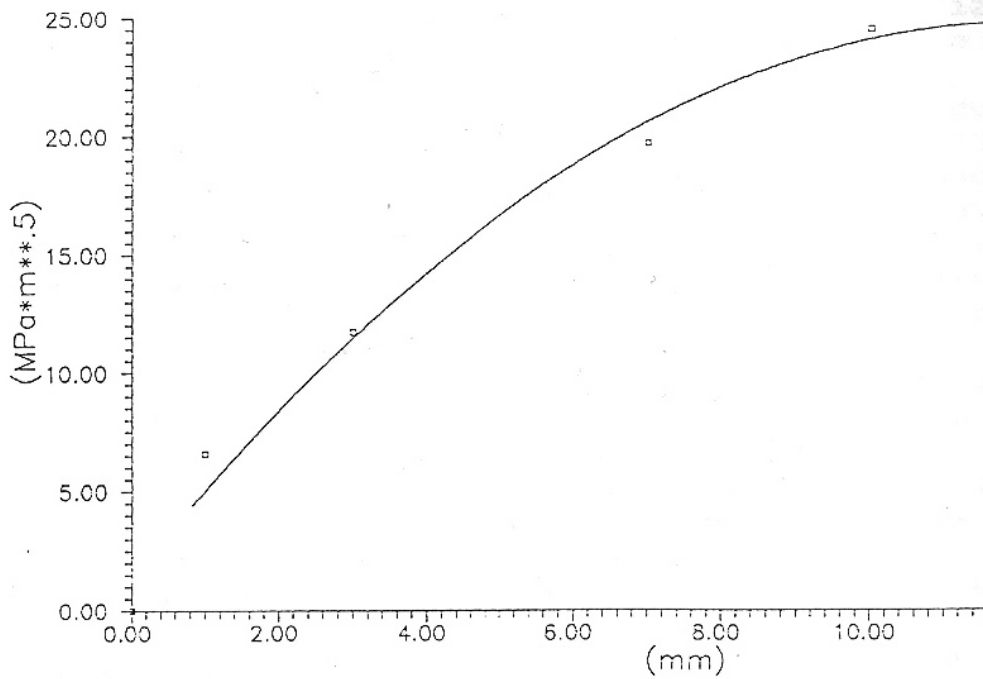


Fig. 4. Funzione interpolatrice dei risultati del calcolo dello scarto quadratico medio del fattore di intensificazione delle tensioni.

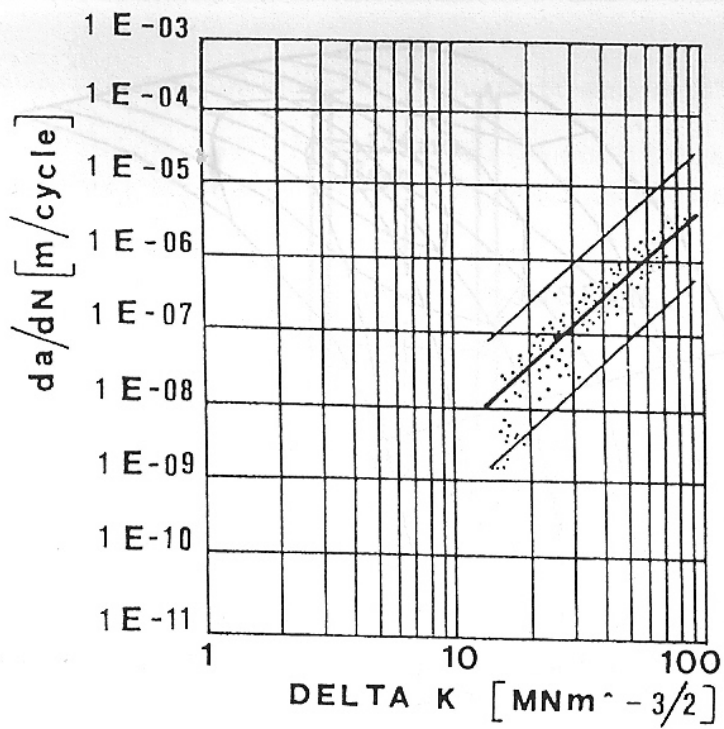


Fig. 5. Risultato analisi di regressione per i dati di propagazione dell' acciaio SA508

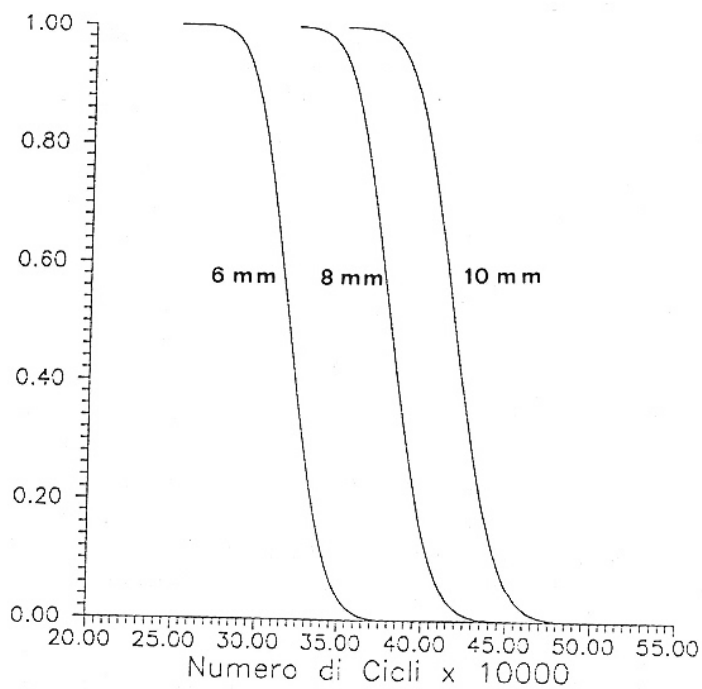


Fig. 6. Distribuzione della vita utile a fatica relativamente ad una dimensione di cricca uguale a 6 mm, 8 mm e 10 mm.