



## Simulazione della delaminazione a fatica: confronto tra tecnica Virtual Crack Closure e modello di zona coesiva

F. Moroni, A. Pirondi

Università degli Studi di Parma, Dipartimento di Ingegneria Industriale - v.le G.P. Usberti 181/A, 43100 Parma  
moroni@ied.unipr.it; alessandro.pirondi@unipr.it

---

**ABSTRACT.** The cohesive zone model available in several commercial finite element analysis software allows to easily simulate delamination/debonding under quasi-static and impact loading. Concerning fatigue crack growth instead, the methodology typically available is based on VCCT (Virtual Crack Closure Technique) for the evaluation of the strain energy release rate, then used by the software to calculate the fatigue crack growth rate. In this work, this methodology will be compared with the cohesive-zone based fatigue crack growth model developed and implemented by the authors in the finite element analysis software ABAQUS. The comparison will account for both the accuracy and the rapidity of the calculation.

**SOMMARIO.** La disponibilità del modello di zona coesiva in molti softwares commerciali di analisi ad elementi finiti permette di simulare con facilità la delaminazione di materiali compositi ovvero la decoesione di giunti incollati in condizioni di carico quasi-statiche e impulsive. Riguardo alla propagazione di difetti a fatica invece, la metodologia tipicamente disponibile in software commerciali si basa sulla VCCT (Virtual Crack Closure Technique) per il calcolo del tasso di rilascio di energia, che viene quindi utilizzato direttamente dal software stesso per il calcolo della velocità di propagazione del difetto. In questo articolo si vuole confrontare questa tecnica con il modello per la simulazione della propagazione a fatica di difetti basato sulla zona coesiva sviluppato in precedenza dagli autori e implementato nel software agli elementi finiti ABAQUS. Il confronto avverrà sia dal punto di vista della accuratezza del calcolo che della sua velocità.

**KEYWORDS.** Delamination; Debonding; Fatigue crack growth; VCCT; Cohesive zone.

---

### INTRODUZIONE

Il collasso di un giunto incollato sotto carichi affaticanti è analizzato in genere ricorrendo a un approccio di meccanica della frattura. A tal fine, la simulazione EF con il modello di zona coesiva [1, 2] è un metodo efficace per la previsione di cedimento in condizioni quasi-statiche e impulsive [3 - 11], ed è ormai disponibile in molti softwares EF commerciali.

La simulazione della decoesione a fatica in giunti incollati invece fa uso, sempre in softwares EF commerciali, della VCCT (Virtual Crack Closure Technique) per la stima del tasso di rilascio di energia,  $G$ , all'aumentare della lunghezza del difetto, basandosi sull'ipotesi che l'energia rilasciata per un'estensione del difetto sia uguale all'energia richiesta per richiudere il difetto per un'estensione analoga. Il tasso di rilascio di energia è quindi utilizzato per valutare la velocità di propagazione del difetto in base alle caratteristiche sperimentali introdotte nell'analisi.

---

Il modello di zona coesiva può essere mutuato per simulare il danneggiamento legato a fenomeni di fatica [12 -17]. Nella maggior parte di questi lavori i parametri del modello vengono opportunamente tarati in modo da riprodurre prove di propagazione a fatica di difetti, mentre in [12] la degradazione a fatica della zona coesiva è legata direttamente al rateo di avanzamento ciclico del difetto attraverso un modello di omogeneizzazione del danno (transizione micro-macroscale). In [18 - 20] gli autori del presente articolo hanno sviluppato, a partire da quanto proposto in [12], un modello che generalizza il calcolo del valore di  $G$  a geometrie 2D di giunto in condizioni di modo misto I/II e con la possibilità di scegliere tre diversi criteri di propagazione in modo misto, implementandolo nel software ABAQUS mediante l'utilizzo di subroutine. In questo articolo si vuole confrontare questa tecnica con il modello per la simulazione della propagazione a fatica di difetti basato sulla zona coesiva sviluppato in [18-20], utilizzando il software agli elementi finiti ABAQUS assieme a subroutine esterne interagenti con il modello EF stesso, sia dal punto di vista della accuratezza del calcolo che della sua velocità.

## ASPETTI TEORICI

La delaminazione/debonding a fatica può essere analizzata secondo metodologie basate sulla meccanica della frattura e la legge che lega la velocità di avanzamento a fatica del difetto in regime stazionario al tasso di rilascio di energia applicato (legge di Paris [21]):

$$\frac{dA}{dN} = B\Delta G^d \quad (1)$$

in cui  $dA$  è l'avanzamento areale del difetto,  $\Delta G$  la variazione del tasso di rilascio di energia unitario e  $B$  e  $d$  caratteristiche del materiale (interfaccia/adesivo). Le metodologie utilizzate per simulare direttamente nell'analisi EF il comportamento definito dall'Eq. (1) sono descritte nel seguito.

### VCCT

Se il passo di avanzamento del difetto, dettato dalla dimensione dell'elemento  $\Delta L$ , è sufficientemente piccolo, con riferimento alla Fig. 1.

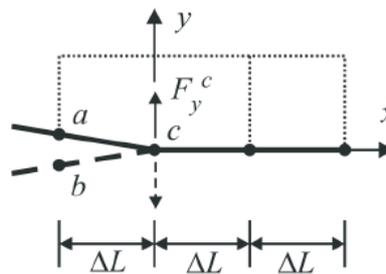


Figura 1: Schema della VCCT.

$$G_I = \frac{1}{2\Delta_L} F_y^c (V^a - V^b) \quad G_{II} = \frac{1}{2\Delta_L} F_x^c (U^a - U^b) \quad (2)$$

dove  $F$  è la forza nodale in direzione,  $v$  e  $u$  gli spostamenti nodali in direzione  $y$  e  $x$ , rispettivamente.

Nel caso della fatica, la lunghezza del difetto,  $a$ , viene estesa per passi successivi  $\Delta a = \Delta L$  corrispondenti ad intervalli di cicli  $\Delta N$  ( $b =$  larghezza)

$$\Delta N = \frac{b(\Delta a)}{B(\Delta G)^d} \quad (3)$$

L'elemento più critico è quello caratterizzato dal minimo valore di  $\Delta N$  tra quelli lungo il fronte (in problemi 3D) e, una volta individuato, la sua rigidità ed il suo vincolamento nodale vengono rimossi in modo progressivo per evitare l'insorgere di problemi di convergenza nella redistribuzione della forza nodale  $F$  sugli elementi adiacenti.



L'applicazione del ciclo di fatica per numero di cicli  $\Delta N$  viene gestito nel software ABAQUS in modo incrementale (i.e. non effettuando la simulazione di ciascun ciclo) attraverso l'approccio "Direct Cyclic" in cui il carico è approssimato attraverso una serie di Fourier. Gli spostamenti nodali vengono determinati in base minimizzazione dei residui delle forze nodali, approssimati sempre in serie di Fourier, mediante iterazioni successive all'interno di ciascun incremento dell'analisi. L'analisi VCCT necessita quindi di: i) una discretizzazione fitta ( $\Delta L$  basso), in modo che l'incremento  $\Delta N$  sia il più preciso possibile; ii) mesh coerenti sulle superfici adiacenti del difetto per ottimizzare il debonding (e il calcolo di  $G$ ); iii) tempi di incremento bassi all'interno di ogni passo di avanzamento del difetto perchè l'approccio Direct Cyclic dia risultati corretti, ovvero il ciclo di carico va suddiviso in 50-100 punti; iv) una legge di rilascio nodale che sia rapida ma senza causare problemi di convergenza. Questi motivi rendono l'analisi della propagazione a fatica con la VCCT complessa e sensibile dal punto di vista numerico.

### Zona Coesiva

La frattura è descritta attraverso progressiva separazione lungo una porzione di materiale, detta zona coesiva, nella quale le trazioni hanno un legame con l'apertura del difetto e la tensione esercitata, come ad esempio riportato in Fig. 2.

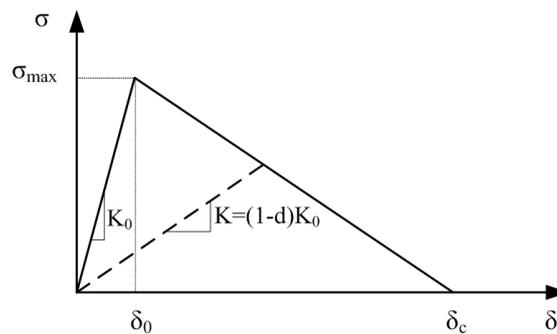


Figura 2: Legame tensioni-apertura per il modello di zona coesiva.

Si può quindi pensare l'interfaccia come una zona in grado di assorbire un'energia  $\Gamma$  pari all'area sottesa dal triangolo, pari a

$$\Gamma = \frac{1}{2} \sigma_{\max} \delta_c \quad (4)$$

che è intimamente legata alla tenacità a frattura  $G_c$  del materiale. Per utilizzare il modello di zona coesiva nel caso di carichi ciclici, il danneggiamento non deve essere solo legato all'apertura, ma anche alla velocità di propagazione del difetto, funzione della sollecitazione affaticante.

Partendo dal lavoro di [12], in [18-20] si è sviluppato un modello basato sulla zona coesiva in cui il danno  $D$  è:

$$D = \frac{A_d}{A_e} = \frac{K}{K_0} \quad (5)$$

$A_e$  è l'area nominale di un elemento di superficie rappresentativo (RSE, Representative Surface Element) e  $A_d$  è la superficie complessiva dei microdifetti presenti in  $A_e$ . Nell'analisi EF  $A_e$  coincide con la sezione associata al punto d'integrazione di un elemento coesivo.

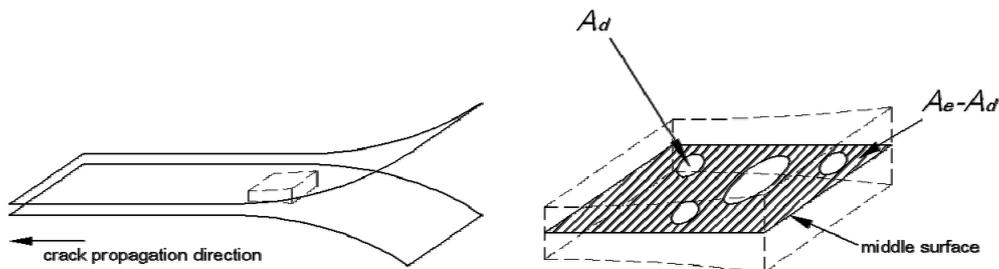


Figura 3: Area nominale e danneggiata in un RSE.



Per quel che riguarda la modellazione del danneggiamento a fatica si mettono in relazione grandezze tipiche della meccanica della frattura con il danneggiamento stesso; in particolare si lega il danno  $D$  con l'avanzamento (areale) del difetto  $dA/dN$ . Essendo

$$dD/dN = dD/dA_d \cdot dA_d/dN = 1/A_e \cdot dA_d/dN \quad (6)$$

Il termine  $dA_d/dN$  invece può essere ricavato formulando un'ipotesi di distribuzione del danno negli RSE dove si sta sviluppando. In particolare, se il giunto viene sollecitato per un numero di cicli  $\Delta N$ , l'ampiezza della zona danneggiata all'apice del difetto aumenterà di  $\Delta A_d$ , che può essere ritenuto rappresentate ad un avanzamento del difetto equivalente pari a  $\Delta A$ . L'avanzamento del difetto può quindi essere ritenuto pari alla somma della variazione di area danneggiata di tutti gli elementi che appartengono alla zona di processo  $A_{CZ}$  [12]

$$dA/dN = \sum_{i \in ACZ} dA_d^i/dN = n_{CZ} \cdot dA_d/dN \quad (7)$$

supponendo che il valore medio della variazione dell'area danneggiata, per gli elementi facenti parte la zona di processo, sia pari a  $dA_d/dN$  ed  $n_{CZ}$  è il numero di elementi che appartengono alla zona di processo. La zona di processo viene considerata come quella zona in cui avviene il danneggiamento per fatica, ed in particolare è l'area corrispondente a punti di integrazione che hanno un livello di apertura maggiore di un valore di soglia per l'accumulo di danno a fatica,  $\delta_{th}$ , il quale a sua volta è legato al tasso di rilascio di energia di soglia per la propagazione,  $\Delta G_{th}$ . In letteratura [12-14],  $ACZ$  è stimata attraverso relazioni analitiche, mentre in [18-20] è calcolata automaticamente nell'analisi EF.

Esplicitando la variazione di area danneggiata con il numero di cicli si ottiene

$$dA_d/dN = \frac{1}{n_{CZ}} dA/dN = \frac{A_e}{A_{CZ}} dA/dN \quad (8)$$

dove a sua volta il numero di elementi appartenenti alla zona di processo può essere scritto come il rapporto tra l'area della stessa,  $A_{CZ}$ , e la dimensione media degli elementi in tale zona  $A_e$ .

Sostituendo la (8) e la (1) nella (6) si trova

$$dD/dN = 1/A_{CZ} B(\Delta G)^d \quad (9)$$

Nel presente modello non si incrementa la lunghezza del difetto,  $a$ , ma bensì il danno  $D_i$  ai punti d'integrazione,  $i$ , compresi in  $A_{CZ}$ . Seguendo il diagramma di flusso in Fig. 4, il danno  $D_i$  all'incremento  $j$  dell'analisi,  $D_i^j$ , viene aumentato di una quantità  $\Delta D_i^j$ :

$$\begin{aligned} \Delta D_i^j &= \Delta D_{max} && \text{if } 1 - D_i^j \geq \Delta D_{max} \\ \Delta D_i^j &= 1 - D_i^j && \text{if } 1 - D_i^j < \Delta D_{max} \end{aligned} \quad (9)$$

dove  $\Delta D_{max}$  è un valore definibile a piacere. In [18-20] si era mostrato come  $\Delta D_{max}=0.2$  garantisse già una buona regolarità nella velocità di avanzamento ciclico del difetto, presupposto per una buona precisione dell'analisi.

La procedura illustrata sopra è stata implementata per elementi coesivi bidimensionali. Il danno è assegnato come variabile di stato che va ad agire sulla rigidità del materiale costituente lo strato di elementi coesivi. Il carico è applicato con una rampa ed è quindi lasciato applicato per il tempo (numero di cicli) dell'analisi.

Per valutare l'incremento di numero di cicli è perciò necessario conoscere  $\Delta G$  ad ogni incremento, dove  $\Delta G = (1 - R^2)G_{max,R} = F_{min}/F_{max}$  e  $G_{max}$  è calcolato durante la propagazione mediante l'integrale di contorno  $J$  in corrispondenza al



valore di  $F_{max}$ . E' da notare che, non essendo  $J$  disponibile in output per elementi coesivi, si è dovuto implementarne il calcolo in una routine specifica.

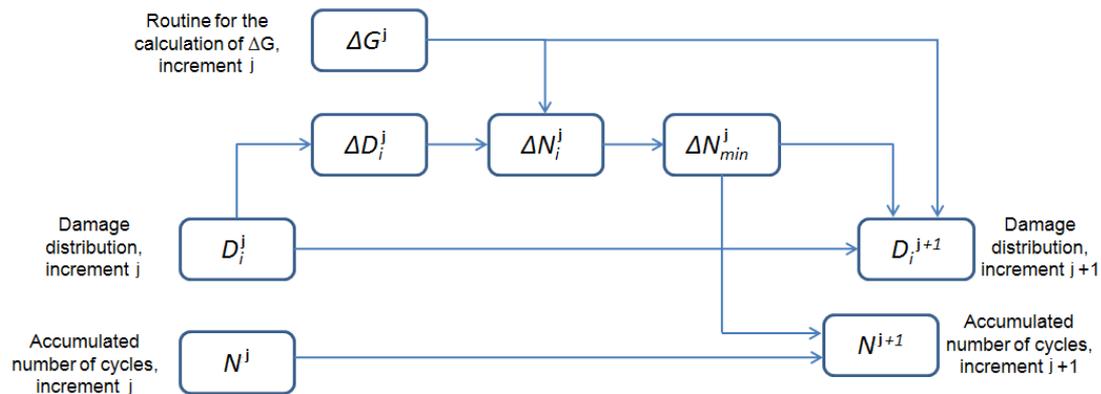


Figura 4: Diagramma di flusso del modello di zona coesiva per la propagazione a fatica.

## MODELLAZIONE

Per lo svolgimento dell'analisi sono necessari i parametri della zona coesiva quasi-statico. Questi sono stati presi da [12] e sono riportati in Tab. 1, anche se ai fini del confronto tra VCCT e zona coesiva il loro valore specifico non è di importanza fondamentale.

Parametro	Modo I	Modo II
$\Gamma$ [N/mm]	0.266	1.002
$\sigma_{max}$ [MPa]	30	30
$\delta_0$ [mm]	0.003	0.003
$\delta_C$ [mm]	0.0173	0.066

Tabella 1: Parametri del modello di zona coesiva quasi-statico [12].

Per quel che riguarda invece i parametri della Eq. (1) si sono adottati valori rappresentativi di prove di delaminazione/debonding, non riferiti ad alcun particolare esperimento. In Tab. 2 sono riportati i coefficienti della regressione a legge di potenza (rapporto di carico  $R=0.1$ ), per semplicità identici per modo I e modo II.

Parametro	Modo I	Modo II
$C$ [N/mm] <sup>-m</sup>	0.5	0.5
$m$	3	3
$G_{max,th}$ [N/mm]	0.01	0.01
$G_c$ [N/mm]	0.266	1.002

Tabella 2: Coefficienti della Eq. (1).

Le configurazioni simulate sono riportate in Fig. 5. Le dimensioni sono:  $h=5\text{mm}$ ,  $L=175\text{mm}$ ,  $a=30\text{mm}$  (iniziale). Il materiale ha caratteristiche elastiche  $E=70\text{GPa}$ ,  $\nu=0.32$ .

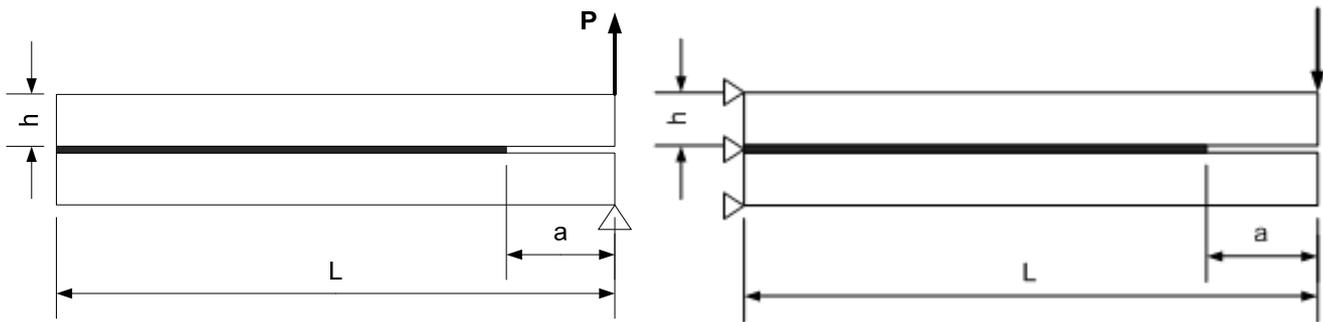


Figura 5: Configurazioni simulate: a) Double Cantilever Beam (sx) per il modo I di sollecitazione; b) Edge Lap Shear (ELS) per il modo II di sollecitazione.

Sulla base delle precedenti esperienze [18-20] per quanto riguarda la zona coesiva, ed effettuando una serie di analisi preliminari per quanto riguarda la VCCT, si sono valutate 2 dimensioni della mesh (aspect ratio unitario), 1.25 e 0.5mm, rispettivamente. Nel caso della VCCT, sempre sulla base dell'indagine preliminare, si è adottato un tempo di incremento pari a 0.01 (1/100 del tempo di analisi). Per la zona coesiva invece si è posto  $\Delta D_{\max}=0.2$ . Il carico applicato (P) è di 4N/mm nelle simulazioni di giunti DCB e 12N/mm nelle simulazioni di giunti ELS.

## RISULTATI E DISCUSSIONE

### Modo I (geometria DCB)

L'effetto della dimensione della mesh è riportato in Fig. 6 per le due metodologie. In particolare si sono valutati gli effetti sul valore di  $G(a)$  e  $a(N)$ . Si può notare innanzitutto come dal punto di vista di  $G(a)$  l'effetto della mesh sia impercettibile, così come le differenze nel valore calcolato con le due metodologie. Un certo riflesso lo si può notare invece sul numero di cicli a cui avviene l'accelerazione della velocità del difetto che prelude alla rottura. In entrambe le metodologie si ha una differenza di 40-50000 cicli tra le due mesh, con la differenza che nella VCCT la mesh più fitta dà una durata minore, mentre è il viceversa con la ZC. Si può dire infine che la VCCT tende a dare un valore del numero di cicli superiore alla ZC a pari lunghezza del difetto, ed i risultati con i due metodi si avvicinano al diminuire della dimensione della mesh. Vale la pena di sottolineare che, con i set di parametri sopra citati, i tempi di calcolo con la ZC sono più rapidi di un fattore 4 rispetto alla VCCT nel caso di una mesh di 1.25mm e di un fattore 21 addirittura nel caso di quella di 0.5mm.

### Modo II (geometria ELS)

L'effetto della dimensione della mesh è riportato in Fig. 7 per le due metodologie. In particolare si sono valutati gli effetti sul valore di  $G(a)$  e  $a(N)$ . Si può notare innanzitutto come dal punto di vista di  $G(a)$  l'effetto della mesh sia solo leggermente più percettibile rispetto al modo I, ma comunque modesto, mentre si nota un valore di  $G$  calcolato leggermente superiore nel caso della VCCT. Il risultato in termini di numero di cicli a cui avviene l'accelerazione della velocità del difetto che prelude alla rottura, mostra innanzitutto un valore più elevato per quanto riguarda la VCCT come in Fig. 6, sebbene in questo caso  $G(a)$  calcolato con la VCCT sia superiore a quello calcolato con la ZC, e quindi ci si sarebbe potuti attendere il viceversa. Un altro aspetto peculiare è che il numero di cicli calcolato con la VCCT è inferiore per una mesh più fitta, sebbene  $G(a)$  sia minore di quello calcolato con una mesh più rada, presupponendo quindi durate maggiori. In entrambe le metodologie si ha una differenza di numero di cicli a rottura tra le due mesh, in questo caso sia con la VCCT che con la ZC la mesh più fitta dà una durata minore. Si può dire infine che la VCCT tende a dare un valore del numero di cicli superiore alla ZC a pari lunghezza del difetto, ed i risultati con i due metodi non si avvicinano al diminuire della dimensione della mesh.

Vale la pena di sottolineare che, anche in questo caso, i tempi di calcolo con la ZC sono più rapidi rispetto alla VCCT di un fattore prossimo a quello mostrato per le simulazioni in modo I.

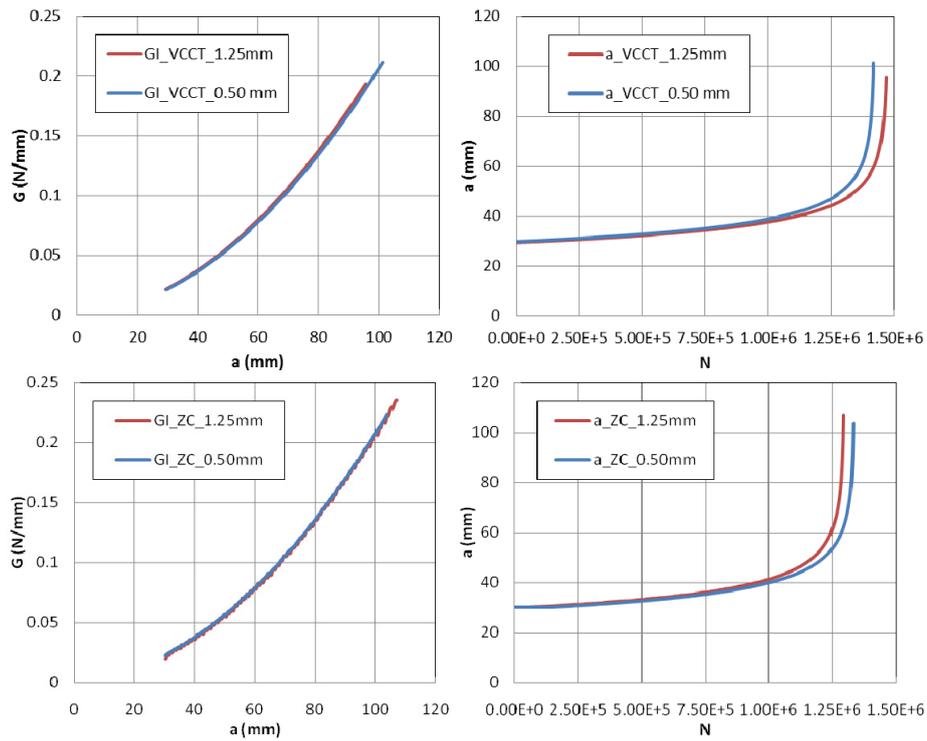


Figura 6: Andamento di  $G(a)$  e  $a(N)$  in modo I, simulati con la VCCT e con la zona coesiva (ZC).

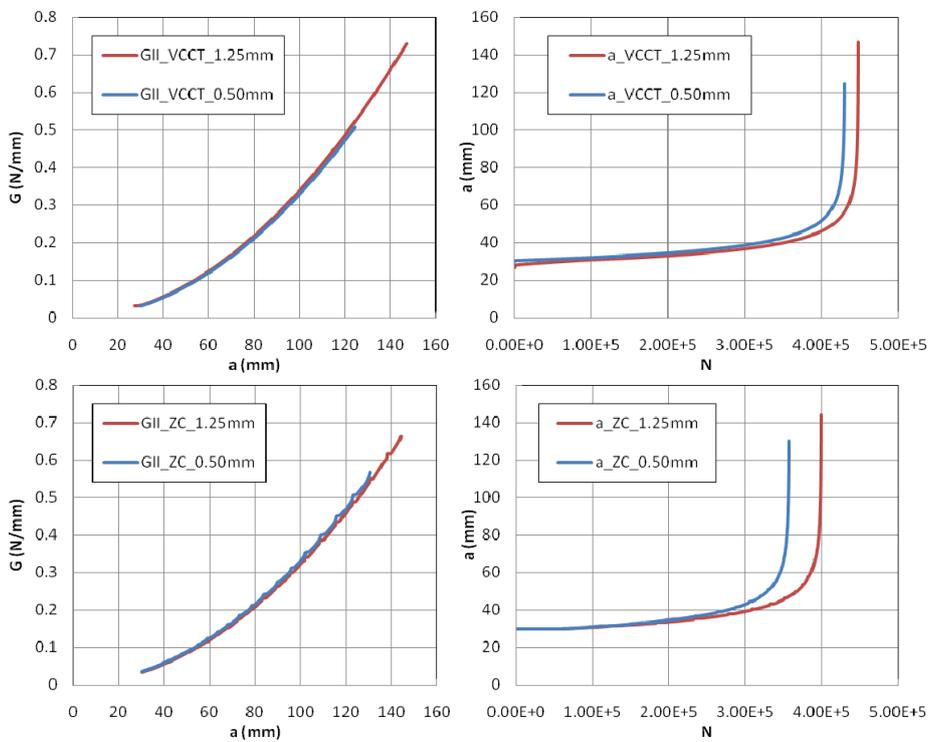


Figura 7: Andamento di  $G(a)$  e  $a(N)$  in modo II, simulati con la VCCT e con la zona coesiva (ZC).



## CONCLUSIONI

In questo articolo si sono confrontate riguardo alla propagazione di difetti a fatica VCCT (Virtual Crack Closure Technique), tipicamente disponibile in software commerciali, ed il modello per la simulazione della propagazione a fatica di difetti basato sulla zona coesiva sviluppato in precedenza dagli autori, utilizzando il software agli elementi finiti ABAQUS (modelli 2D).

Una diversa fittezza della discretizzazione non ha influenzato sensibilmente i valori calcolati di tasso di rilascio di energia, mentre ha mostrato un effetto apprezzabile anche se non drammatico sul numero di cicli a rottura.

I due metodi sono risultati congruenti per quanto riguarda il calcolo del tasso di rilascio di energia, mentre la ZC tende a dare un valore del numero di cicli inferiore alla VCCT a pari lunghezza del difetto, indipendentemente dalla fittezza della discretizzazione e dal modo di sollecitazione. A questo proposito è opportuno approfondire eventuali differenze nella modalità d'integrazione del numero di cicli tra i due casi, per valutare se la differenza sia dovuta semplicemente alle modeste differenze nel valore calcolato di  $G(a)$  nei due metodi.

La velocità di calcolo con la ZC è comunque risultata superiore di un fattore da 4 a 21 rispetto alla VCCT a seconda della dimensione della mesh.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] G. Barenblatt, *Adv. Appl. Mech.*, 7 (1962) 55.
- [2] D. Dugdale, *J. Mech. Phys. Solids*, 8 (1960) 100.
- [3] I. Mohammed, K.M. Liechti, *J. Mech. Phys. Solids*, 48 (2000) 735.
- [4] Q.D. Yang, M. D. Thouless, S. M. Ward, *J. Mech. Phys. Solids*, 47 (1999) 1337.
- [5] W.G. Knauss, G.U. Losi, *J. Appl. Mech.*, 60 (1993) 793.
- [6] H. Hadavinia, A. J. Kinloch, J. G. Williams, In: *Adv. in Fract. and Damage Mech. II*, M. Guagliano and M.H. Aliabadi eds., Hoggar, Geneva, (2001) 445.
- [7] B. F. Sorensen, *Acta Mater.*, 50 (2002) 1053.
- [8] B. F. Sorensen, T. K. Jacobsen, *Eng. Fract. Mech.*, 70 (2003) 1841.
- [9] I. Georgiou, H. Hadavinia, A. Ivankovic, A. J. Kinloch, V. Tropsa, J. G. Williams, *J. Adhesion*, 79 (2003) 239.
- [10] B.R.K. Blackman, H. Hadavinia, A. J. Kinloch, J. G. Williams, *Int. J. Fract.*, 119 (2003) 25.
- [11] T. Pardoen, T. Ferracin, C.M. Landis, F. Delannay, *J. Mech. Phys. Solids*, 53 (2005) 1951.
- [12] A. Turon, J. Costa, P.P. Camanho, C. G. Dàvila, *Composites*, 38 (2007) 2270.
- [13] K. L. Roe, T. Siegmund, *Eng. Fract. Mech.*, 70 (2003) 209.
- [14] S. Maiti, P. H. Geubelle, *Eng. Fract. Mech.*, 72(5) (2005) 691.
- [15] A. Abdul-Baqi, P.J.G. Schreurs, M. G. D. Geers, *Int. J. of Solids and Structures*, 42 (2005) 927.
- [16] J. J. Munoz, U. Galvanetto, P. Robinson, *Int. J. Fatigue*, 28 (2006) 1136.
- [17] M. Erinc, P.J.G. Schreurs, M.G.D. Geers, *International Journal of Solids and Structures*, 44 (2007) 5680.
- [18] A. Pirondi, F. Moroni, *The Journal of Adhesion*, 86 (2010) 1.
- [19] A. Pirondi, F. Moroni, *Simulation of Mixed-Mode I/II Fatigue Crack Propagation in Adhesive Joints with a Modified Cohesive Zone Model*, ACE-X 2010, Parigi, 8-9 Luglio 2010. Accettato per la pubblicazione su *J. Adhes. Sci. Tech.*
- [20] F. Moroni, A. Pirondi, *A procedure for the simulation of fatigue crack growth in adhesively bonded joints based on the cohesive zone model and different mixed-mode propagation criteria*, *Eng. Fract. Mech.*, in stampa, doi:10.1016/j.engfracmech.2011.02.004.
- [21] P. Paris, F. Erdogan, *J. Basic Eng*, 85 (1961) 528.