



Previsione della tenacità a frattura tramite “local approach” e prove small punch

Stefano Foletti, Mauro Madia

*Politecnico di Milano, Dipartimento di Meccanica, via La Masa 1 – 20156 Milano,
stefano.foletti@polimi.it; mauro.madia@polimi.it*

RIASSUNTO. Il comportamento dei materiali comunemente impiegati nella progettazione di componenti meccanici è soggetto a cambiamenti dovuti prevalentemente a fattori quali invecchiamento, carichi operativi, infragilimento, irraggiamento, ecc. Risulta quindi di primaria importanza la capacità di monitorare tali cambiamenti durante la vita del componente, per stimarne la vita residua ed eventualmente mantenere in servizio il componente oltre la vita prevista, il tutto senza pregiudicarne il funzionamento.

Tra le varie tecniche non invasive per il monitoraggio in-situ delle caratteristiche meccaniche, una delle più efficienti è rappresentata dalla prova small punch (SP), che consente di ricostruire le caratteristiche elasto-plastiche e di frattura del materiale asportando un volume minimo ma rappresentativo di materiale dal componente in esercizio.

Nel presente lavoro tale tecnica è stata applicata alla ricostruzione delle caratteristiche di un materiale comunemente impiegato nella costruzione di turbine ad alta e media pressione. Tramite l'ausilio di simulazioni ad elementi finiti in cui il materiale è stato modellato con una legge costitutiva elasto-plastica ed un modello di micro-danneggiamento poro-duttile, è stato possibile prevedere il comportamento della prova SP partendo dalle prove di trazione effettuate su provini intagliati (analisi diretta). Successivamente, mediante la tecnica dell'analisi inversa, si è valutata la capacità di ricostruire le proprietà statiche e a frattura del materiale partendo dalla curva caratteristica di una prova SP. I risultati ottenuti mostrano un buon accordo tra valori sperimentali e previsioni numeriche.

ABSTRACT. The behaviour of materials commonly employed in the design of mechanical components changes due to factors as aging, in-service loading, embrittlement, radiation, etc. Therefore, it is very important to monitor these changes during the life of the component, in order to estimate the residual life and eventually hold the component in service beyond the designed life, avoiding machine malfunctions.

Among the non-destructive techniques for monitoring the mechanical properties in-situ, one of the most efficient is the Small Punch Test (SPT), which enables to assess the elastic-plastic as well as the fracture properties of the material by means of a small but representative volume of the component in-service.

In the present work, such a technique has been applied to investigate the properties of a steel grade commonly employed in the construction of high- and mid-pressure turbines. Finite element simulations have been carried out employing an elastic-plastic constitutive law and a micro-mechanical damage model for the material, it has been possible to estimate the characteristic curve of the SPT on the basis of the parameters derived by the simulations on tensile notched specimens (direct analysis). Furthermore, the inverse analysis has been applied to the assessment of the static and fracture properties of the material on the basis of the SPT curve. The obtained results show a good agreement between experimental values and numerical predictions.

PAROLE CHIAVE. Small-punch-test; Analisi inversa; Elementi finiti; Modello di Gurson; Approccio locale.



INTRODUZIONE

La stima della vita residua e la valutazione della probabilità di cedimento di un componente in esercizio è un obiettivo fondamentale per la sicurezza e per l'affidabilità di un impianto industriale. Nel caso di componenti operanti ad alta temperatura, come elementi di impianti di potenza, turbine a gas, turbine a vapore e molti altri, si assiste ad un decadimento delle proprietà meccaniche. Inoltre, le nuove politiche per la protezione ambientale e le nuove e sempre più stringenti regolamentazioni in termini di sicurezza per gli impianti industriali rendono più pratico ed economicamente conveniente estendere la vita di impianti esistenti oltre a quella prevista in fase di progettazione piuttosto che costruire nuovi impianti. Come diretta conseguenza si ha la necessità di stimare la vita residua del componente, che solo se sufficientemente elevata potrebbe giustificare nuovi investimenti per rendere più moderni ed efficienti gli impianti esistenti.

L'integrità strutturale di un componente in esercizio può essere difficilmente valutata tramite l'esecuzione delle usuali prove meccaniche ampiamente riconosciute e codificate. Infatti, le dimensioni dei campioni utilizzati per le prove sperimentali sono spesso incompatibili con il mantenimento del componente in esercizio. A tale scopo negli ultimi anni sono state sviluppate una serie di prove in grado di ricavare le proprietà meccaniche di un materiale partendo da provini miniaturizzati [1]. Tra queste nuove metodologie quella che ha ricevuto maggiore interesse è la prova chiamata *Small Punch* (SP) che può essere considerata a tutti gli effetti una prova non distruttiva visto la limitata quantità di materiale che deve essere asportato dal componente [2, 3]. La prova SP permette di ricavare le proprietà meccaniche del materiale in esercizio identificando e valutando quantitativamente lo stato di danneggiamento del materiale direttamente nelle zone maggiormente critiche (perché maggiormente sollecitate o danneggiate) di un componente.

La tecnica di prova SP consiste essenzialmente nell'applicare un carico al centro di un provino a forma di dischetto (diametro tipico 8 mm, spessore 0.5 mm). Questa tecnica è già stata impiegata con successo in diversi campi di ricerca, dalla stima del degrado delle proprietà meccaniche per materiale soggetti ad irraggiamento [4, 5], all'ispezione di parti critiche in componenti per impianti di generazione di potenza o impianti chimici [6], fino alla valutazione delle proprietà meccaniche dei materiali per applicazioni biomediche [7]. In particolare, la tecnica SP è stata utilizzata per determinare la temperatura di transizione duttile-fragile, trovando una correlazione lineare con i risultati ottenuti con prove Charpy [8] e per determinare le proprietà a frattura del materiale. Inoltre, la curva forza-spostamento ottenuta e il valore di spostamento in corrispondenza della rottura del dischetto possono essere correlati con le proprietà a frattura del materiale. Queste correlazioni rimangono ad oggi ancora prevalentemente empiriche, essendo basate sul confronto tra i risultati ottenuti dalla prova SP e quelli ottenuti dalle prove tradizionali, limitando così la diffusione di tale tecnica.

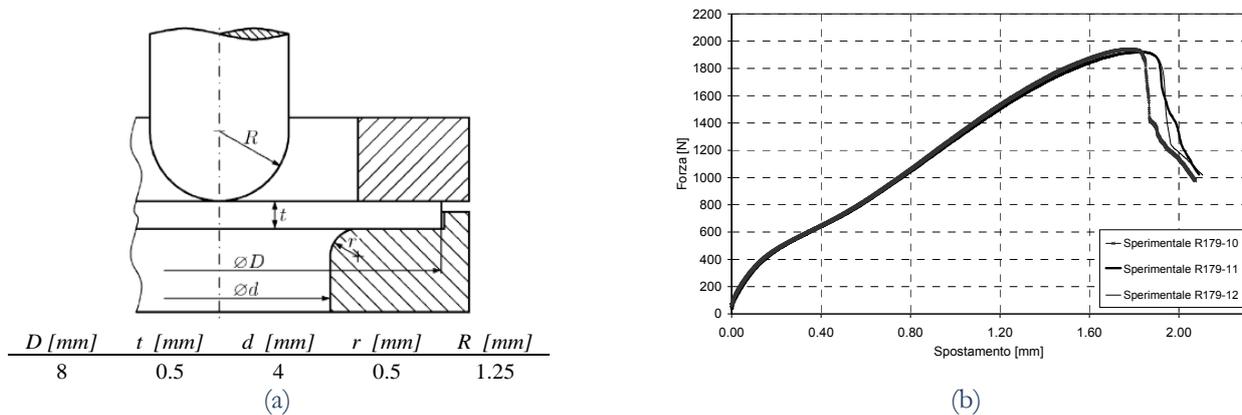


Figura 1: Prove SP: a) configurazione di prova SP; b) risultati sperimentali.

Il presente lavoro ha come oggetto lo studio della prova *Small Punch* per la determinazione delle proprietà statiche e a frattura di un materiale utilizzando un modello numerico che possa sostituire le correlazioni empiriche. Il materiale utilizzato è l'acciaio 1CrMoV impiegato per la costruzione di rotor per turbine ad alta/media pressione. La prova SP è stata modellata mediante un opportuno modello FEM utilizzando il modello di micro-danneggiamento di Gurson–Tvergaard–Needleman (GTN) [9–11]. La capacità della prova SP di prevedere correttamente le proprietà statiche e a frattura di un materiale è stata valutata inizialmente ricavando le proprietà della matrice metallica da prove di trazione convenzionali e le proprietà del modello GTN da prove di trazione svolte su provini intagliati (analisi diretta). A tale scopo



sono state eseguite diverse prove di trazione su provini intagliati con estensometro al fine di caratterizzare il comportamento del materiale in condizioni di biassialità analoghe a quelle sperimentate dal materiale in una prova SP. Tali prove sono necessarie per la calibrazione del modello di materiale di GTN da impiegarsi per la corretta interpretazione dei risultati della prova SP [12-15]. Le prove sono state svolte a temperatura ambiente considerando tre diversi tipi di intaglio. I parametri così identificati sono stati introdotti in un modello numerico della prova SP per valutare la sua capacità e correttezza nel ricostruire la curva forza spostamento della prova SP (nel seguito indicata LDC "Load-Displacement-Curve") sperimentale.

Valutata la capacità del modello numerico di prevedere il comportamento di una prova SP, mediante la tecnica dell'analisi inversa (IPS) si è valutata la possibilità di ri-costruire il modello costitutivo del materiale o la "curva sforzo - deformazione" del materiale in esame e le proprietà a frattura dello stesso. I risultati ottenuti sono stati confrontati con i risultati sperimentali ottenuti da Cesi Ricerca.

PROVE SPERIMENTALI

Prove di SP

Le prove SP sono state eseguite da CESI Ricerca. Le prove sono state condotte a temperatura ambiente in modalità vincolata impedendo lo spostamento radiale del dischetto nella zona di contatto con il supporto ed il controsupporto. Per l'esecuzione delle prove è stato progettato e realizzato da CESI Ricerca un dispositivo in grado di effettuare le prove utilizzando una macchina di prova universale elettromeccanica. La configurazione di prova adottata e i risultati sperimentali sono mostrati in Fig.1. Le prove, ripetute su tre dischetti, mostrano un'elevata ripetibilità dei risultati.

Prove di trazione

La caratterizzazione a trazione del materiale è stata condotta da CESI Ricerca. Le prove sperimentali sono state condotte a temperatura ambiente su provini con diametro di 10 mm utilizzando un estensometro con base di misura pari a 25 mm. I risultati sono mostrati in Fig. 2.

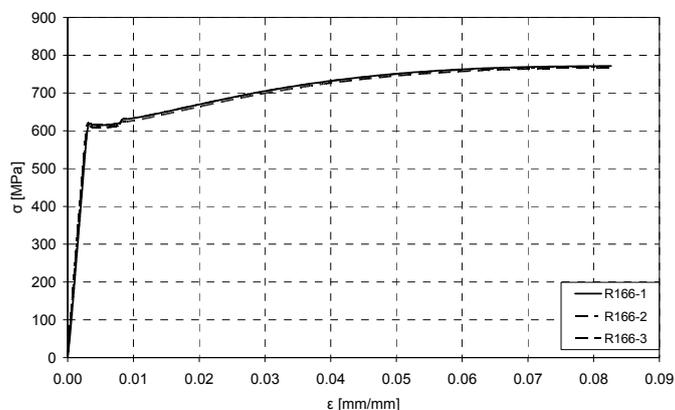


Figura 2: Risultati delle prove di trazione.

Prove di trazione su provini intagliati

Al fine di caratterizzare il comportamento del materiale in condizioni di biassialità analoghe a quelle sperimentate dal materiale in una prova *small punch*, sono state eseguite diverse prove di trazione su provini intagliati. Tali prove sono necessarie per la calibrazione del modello di Gurson–Tvergaard–Needleman (GTN), che si intende utilizzare per l'interpretazione dei risultati della prova SP.

La forma e la geometria dei provini sono state progettate in accordo alla procedura ESIS P6-98 [16]. Per ottenere diversi gradi di triassialità dello stato di sforzo in corrispondenza dell'intaglio circonferenziale sono stati realizzati provini con diversi raggi di intaglio, $R = 2, 4, 10$ mm mantenendo costante il diametro minimo. Il dettaglio della forma e della geometria dei provini è riportato in Fig.3a per il provino con raggio di intaglio pari a 2 mm.

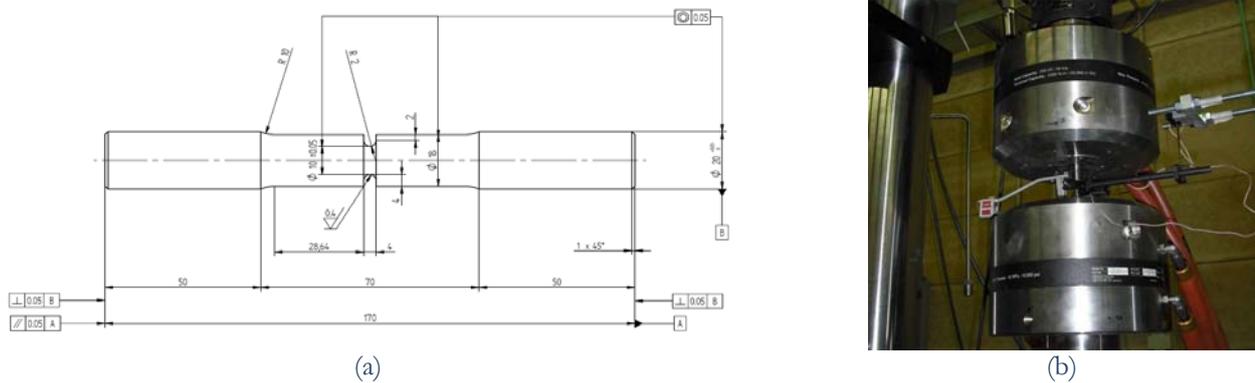


Figura 3: Prove sperimentali: a) forma e geometria del provino con $R = 2$ mm; b) configurazione di prova con estensometro assiale e circonferenziale.

Le prove sono state effettuate utilizzando la macchina di prova MTS809 in dotazione ai laboratori del Dipartimento di Meccanica del Politecnico di Milano. Le prove sono state svolte a temperatura ambiente in controllo di spostamento dell'attuatore assiale imponendo una velocità di spostamento costante pari 0.5 mm/min. La contrazione trasversale del diametro è stata misurata, durante l'intera prova, in corrispondenza della sezione minima per mezzo di un estensometro diametrale modello MTS 632.18F-20. L'allungamento longitudinale è stato misurato per mezzo di un estensometro assiale, modello MTS 634.25F54, con base di misura $L_0=50$ mm. In Fig.3b è mostrata la configurazione di prova con i due estensimetri montati sul campione.

I risultati sperimentali sono riportati in Fig.4 sia considerando l'andamento della forza in funzione della contrazione trasversale che l'allungamento misurato dall'estensometro assiale su una base di misura di 50 mm. Si può notare come una riduzione del raggio d'intaglio porti ad un aumento del fattore di triassialità con conseguente aumento del carico massimo e diminuzione di duttilità.

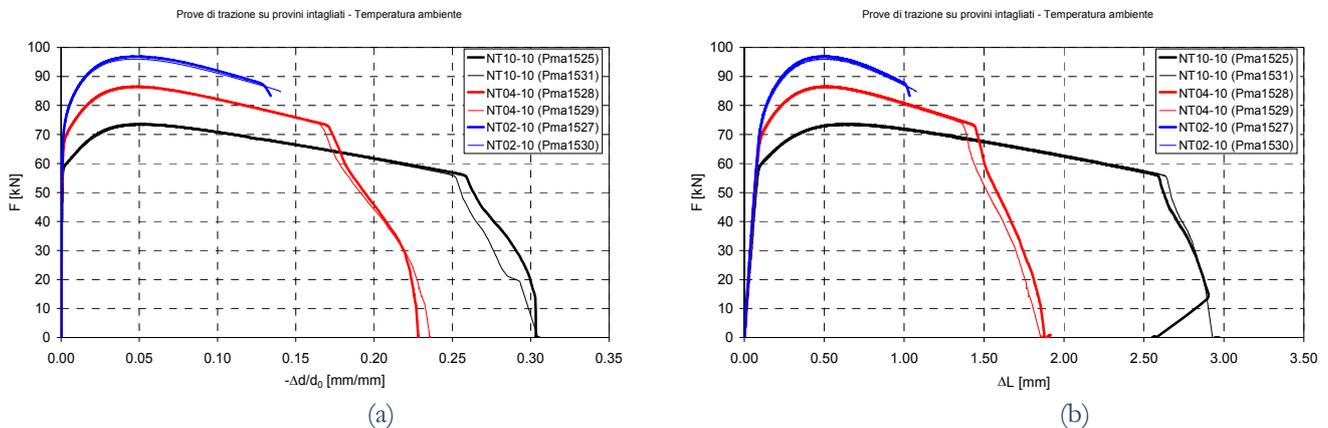


Figura 4: Risultati delle prove su provini intagliati: a) curva forza – contrazione trasversale; b) curva forza – allungamento. I provini sono identificati con la denominazione $NT\rho-\Phi$, dove ρ rappresenta il raggio di raccordo e Φ il diametro minimo in corrispondenza della sezione intagliata.

IMPLEMENTAZIONE NUMERICA

Le simulazioni numeriche sono state effettuate tramite il codice commerciale agli elementi finiti ABAQUS v6.7-1 [17]. In particolare, sono state implementate tre diverse tipologie di simulazioni:

- prove SP con modelli 2D assialsimmetrici (Fig.5a) e 3D (Fig.5b);
- prove classiche su provini lisci ed intagliati (Fig.5c);
- prove di meccanica della frattura su provini CT con modelli 2D (plane strain e plane stress) e 3D (Fig.5d).

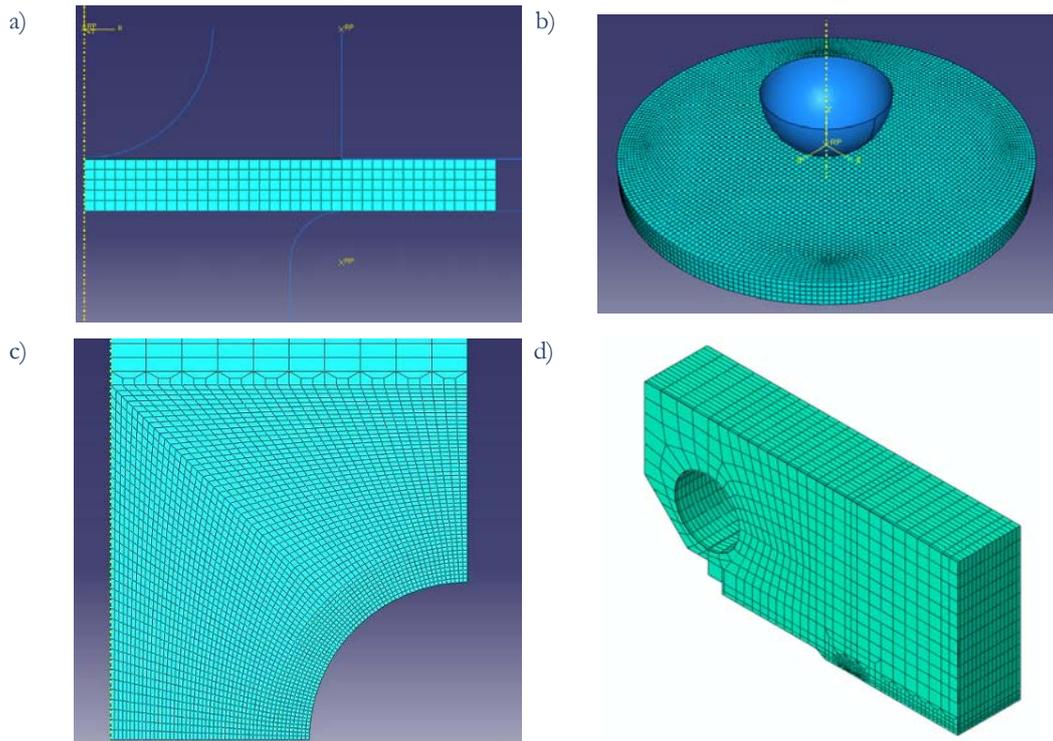


Figura 5: Alcuni esempi dei modelli impiegati: a) 2D assialsimmetrico per la prova SP; b) 3D per la prova SP; c) 2D assialsimmetrico per il provino intagliato; d) 3D il provino CT.

La parte più onerosa e certamente più importante ha riguardato la corretta modellazione delle caratteristiche meccaniche del materiale. Per il comportamento elasto plastico si è utilizzata una legge con incrudimento alla Ramberg-Osgood o una legge di tipo bi-lineare (per la formulazione si vedano i paragrafi successivi).

Per rappresentare il comportamento poro-duttile del materiale è stato utilizzato il modello di Gurson [9] successivamente modificato da Tvergaard e Needleman [10, 11]. Il modello si basa su un'estensione della funzione di snervamento di von Mises modificata in modo da considerare la presenza di vuoti all'interno di una matrice metallica:

$$\Phi = \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_y} \right)^2 + 2 \cdot q_1 \cdot f \cdot \cosh \left(-\frac{3}{2} \cdot \frac{q_2 \cdot p}{\sigma_y} \right) - (1 + q_3 f^2) = 0 \quad (1)$$

dove σ_{eq} rappresenta lo sforzo di von Mises, p la pressione idrostatica, σ_y lo sforzo di snervamento della matrice metallica definito in funzione della deformazione plastica accumulata e f la percentuale di vuoti nel volume totale (VVF: *Void Volume Fraction*).

Come è possibile notare dall'analisi dell'espressione del modello GTN, la funzione di snervamento di von Mises viene modificata introducendo una dipendenza diretta dalla pressione idrostatica (opportunamente pesata dalle costanti del materiale q_1 e q_2) e dal VVF (opportunamente pesata dalla costante q_3).

Il modello utilizzato prevede inoltre la possibilità di variare la funzione di snervamento all'aumentare della deformazione plastica cumulata, tramite due diversi meccanismi di variazione della percentuale di vuoti presenti nella matrice metallica:

$$\dot{f} = \dot{f}_{gr} + \dot{f}_{nucl} \quad (2)$$

dove \dot{f}_{gr} è il tasso di crescita dei vuoti preesistenti nella matrice metallica, mentre \dot{f}_{nucl} rappresenta la nucleazione di nuovi vuoti.

Il primo contributo \dot{f}_{gr} può essere ricavato utilizzando il principio di conservazione della massa, mentre la nucleazione viene definita tramite un approccio statistico proposto da Needleman (per i particolari si rimanda a [17]).

Il modello GTN viene utilizzato dal solutore ABAQUS/Explicit come criterio di cedimento. In questo caso la funzione di snervamento può essere scritta nel seguente modo:



$$\Phi = \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_y} \right)^2 + 2 \cdot q_1 \cdot f^* \cdot \cosh \left(-\frac{3}{2} \cdot \frac{q_2 \cdot p}{\sigma_y} \right) - (1 + q_3 \cdot f^{*2}) = 0 \quad (3)$$

dove la funzione $f^*(f)$ permette di descrivere la perdita di capacità di carico che si accompagna alla coalescenza dei vuoti. Questa funzione è definita in termini del VVF nel seguente modo:

$$f^* = \begin{cases} f & \text{se } f \leq f_c \\ f_c + \frac{\bar{f}_F - f_c}{f_F - f_c} \cdot (f - f_c) & \text{se } f_c < f < f_F \\ \bar{f}_F & \text{se } f \geq f_F \end{cases} \quad (4)$$

dove

$$\bar{f}_F = \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 - q_3}}{q_3} \quad (5)$$

Nella precedente relazione f_c è il valore critico della percentuale di vuoti dovuto a micro-fratture e coalescenza dei vuoti, mentre f_F rappresenta il valore in corrispondenza del quale il materiale perde completamente la sua capacità di sopportare un carico esterno.

Per quanto riguarda la griglia di calcolo utilizzata, è importante sottolineare che i risultati forniti dal modello GTN sono fortemente dipendenti dalla dimensione della griglia. In questo caso la taglia dell'elemento finito è stata fissata in accordo a quanto proposto in letteratura (lato da 0.1 mm, [14]). Gli elementi finiti utilizzati sono di due tipi differenti: assialsimmetrici lineari ad integrazione ridotta (CAX4R, [17]) per le analisi 2D assialsimmetriche, mentre nelle analisi 3D sono stati impiegati elementi esaedrali lineari ad integrazione ridotta (C3D8R, [17]). Con lo scopo di ridurre i tempi di calcolo, si è adottata una griglia focalizzata in ogni modello, ovvero gli elementi di taglia minore sono stati utilizzati solo nell'intorno della propagazione della frattura, dove si localizza il danneggiamento (si veda per esempio la Fig.5c). Inoltre le parti accessorie (punzone, supporti e ganasce) sono state modellate come analitiche rigide ed una formulazione di contatto tipo *penalty* [17] è stata utilizzata all'interfaccia.

ANALISI DIRETTA

Data la forma delle curve di trazione ottenute (Fig.2), caratterizzate dalla presenza di uno snervamento marcato, si è deciso di utilizzare la seguente formulazione analitica [18]:

$$\begin{cases} \sigma = E\varepsilon & \text{per } \varepsilon < \varepsilon_{ey} \\ \sigma = \sigma_y & \text{per } \varepsilon_{ey} \leq \varepsilon < \varepsilon_{ey} + \varepsilon_{py} \\ \sigma = K(\varepsilon - \varepsilon_e)^{1/n} & \text{per } \varepsilon \geq \varepsilon_{ey} + \varepsilon_{py} \text{ e } \sigma \leq R_m \end{cases} \quad (6)$$

dove le costanti sperimentali presenti assumono il seguente significato:

- E: modulo elastico;
- ε_{ey} : deformazione al limite elastico;
- σ_y : limite di snervamento;
- ε_{py} : deformazione plastica al limite del tratto di scorrimento plastico a pendenza nulla;
- $\varepsilon_{ey} + \varepsilon_{py}$: deformazione totale al limite del tratto di scorrimento plastico a pendenza nulla;
- K, n: coefficiente ed esponente di incrudimento della formulazione di Ramberg Osgood utilizzata per rappresentare il tratto a incrudimento non lineare;
- ε_e : componente elastica della deformazione;
- R_m : carico di rottura del materiale.

L'utilizzo di tale curva nelle simulazioni numeriche elementi finiti richiede di passare dagli sforzi-deformazioni ingegneristici a quelli veri e di estendere la curva oltre il carico massimo. In particolare, la curva è stata estesa oltre il carico



di rottura considerando un tratto lineare a pendenza costante. Tale pendenza, insieme ai parametri del modello GTN sono stati identificati sulla base delle simulazioni delle prove sui provini intagliati.

Visto il gran numero di parametri in gioco, si sono mantenuti costanti alcuni di essi, sulla base di indicazioni ritrovate in letteratura [12] (Tab.1).

f_f	ϵ_N	s_N	f_0
0.2	0.3	0.1	0.002

Tabella 1: Parametri del modello GTN mantenuti costanti

I rimanenti parametri, f_c , f_N , q_1 e q_2 , sono stati fatti variare fino a trovare un buon accordo tra le curve numeriche e quelle sperimentali per tutti e tre i tipi di intaglio. I risultati ottenuti sono riportati in Tab.2.

f_c	f_N	q_1	q_2
0.12	0.02	1.3	1.1

Tabella 2: Parametri del modello GTN identificati

La Fig.6 mostra alcuni risultati relativi alle simulazioni del provino NT4 (intagliato con raggio di 4 mm) ed e' rappresentativa delle tipiche differenze riscontrate tra le curve generate dalle simulazioni numeriche e quelle sperimentali. Il modello numerico in generale sottostima il valore del carico massimo in cui maggiore influenza e' data dalle caratteristiche elasto-plastiche del materiale, mentre riesce a cogliere con estrema precisione il punto di rottura del provino, ovvero il criterio di cedimento del modello GTN e' efficace.

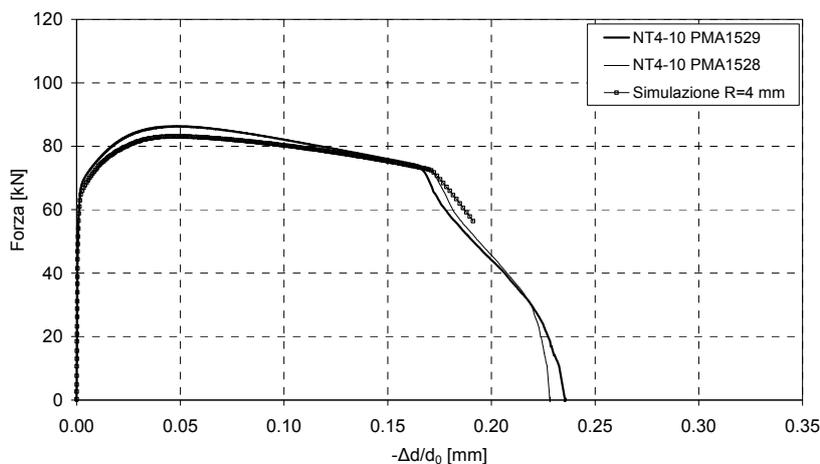


Figura 6: Confronto tra simulazioni numeriche e risultati sperimentali nel caso di un provino NT4.

Una volta identificati i parametri tramite le prove su provini intagliati secondo la modalit  descrittta in precedenza, gli stessi parametri sono stati utilizzati per la previsione della curva forza-spostamento delle prove SP.

Alcune analisi preliminari sulla sensitivit  numerica ai parametri della prova, hanno portato a concludere che non esiste differenza apprezzabile tra simulazioni 2D assialsimmetriche e simulazioni 3D, portando a preferire le prime per semplicit  di modellazione ed efficienza computazionale. Le dimensioni del provino, del punzone e dei supporti sono quelli riportati in Fig.1a.

Le simulazioni numeriche, in analogia alle prove sperimentali, sono state effettuate considerando il provino vincolato, impedendo lo scorrimento radiale dei nodi del provino a contatto con il supporto ed il controsupporto.

In Fig.7 viene mostrato il confronto tra simulazioni numeriche e prove sperimentali nel caso di prova con provino vincolato. Come gi  visto nel caso dei provini intagliati,   necessario dividere tra il contributo fornito dalla legge elasto-plastica e quello dato dal modello di micro-danneggiamento. Nel primo tratto (quello che in letteratura viene spesso presentato come regione I, II e III) la maggiore influenza   data dai parametri della legge di incrudimento elasto-plastica e

si nota un certo scostamento tra valori sperimentali e simulati. Con l'aumentare della deformazione plastica accumulata (regione nell'intorno del massimo e seguente addolcimento), il contributo del modello GTN diventa preponderante e il valore massimo di forza raggiunto viene approssimato con buona precisione.

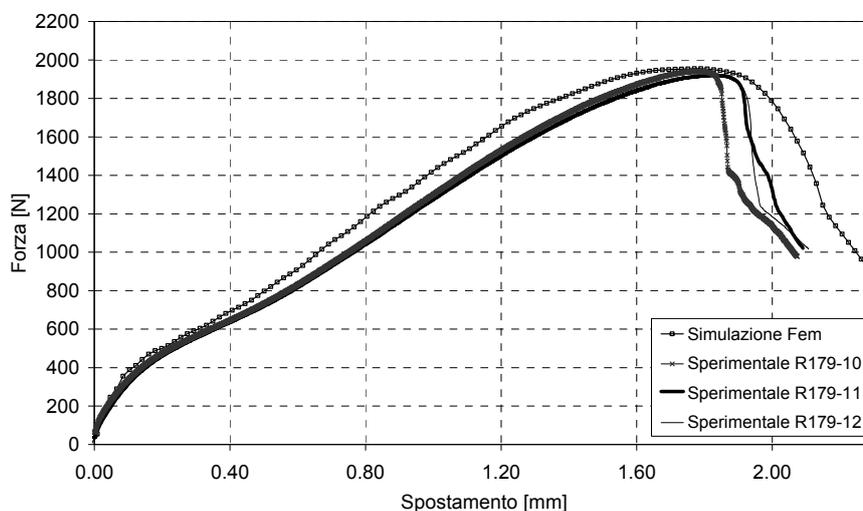


Figura 7: Confronto tra simulazioni numeriche e risultati sperimentali nel caso di un provino prova vincolata.

Da ultimo si sono simulate le prove di meccanica della frattura. In particolare lo scopo delle simulazioni numeriche è stato quello di riprodurre la curva F-COD sperimentale dei provini CT. In questo caso tre differenti modelli sono stati implementati: 2D in ipotesi di plane strain, 2D in ipotesi di plane stress e 3D. In tutti e tre i casi si sono sfruttate le possibili simmetrie per ridurre i tempi di calcolo.

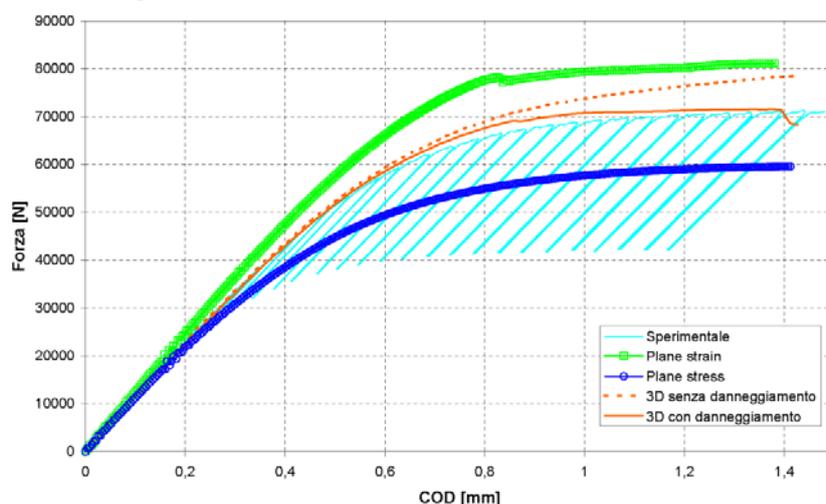


Figura 8: Confronto tra simulazioni numeriche e risultati sperimentali per le prove di meccanica della frattura su provino CT.

I risultati sono stati riassunti in Fig.7. Partendo dalle simulazioni 2D, le formulazioni adottate non riescano a seguire il reale comportamento della prova sperimentale, in particolare il modello in deformazione piana fornisce una previsione per eccesso (triassialità più elevata), mentre quello in sforzo piano per difetto (triassialità più bassa). E' importante sottolineare che queste due condizioni rappresentano uno stato ideale di triassialità, nella realtà di un problema tridimensionale, le condizioni di triassialità sono contenute tra questi due estremi. Infatti i risultati relativi alla simulazione 3D forniscono una ottima approssimazione della curva F-COD sperimentale. In Fig.7 è stato riportato anche il risultato relativo ad una prova 3D effettuata eliminando il contributo del modello GTN, quindi non considerando l'evoluzione del danneggiamento nella prova. È possibile apprezzare dal confronto con il modello completo, come la modellazione del materiale poro-duttile risulti fondamentale per la corretta rappresentazione della prova per alti livelli di deformazione plastica.



ANALISI INVERSA

L'analisi inversa è stata condotta per ricavare le proprietà meccaniche della matrice metallica e le costanti del modello di micro-danneggiamento GTN, partendo dalla curva sperimentale forza spostamento di una prova small punch.

Le proprietà della matrice metallica sono state ricavate considerando la parte iniziale della curva forza spostamento, in riferimento alla Fig.9 l'identificazione è stata condotta fino al termine della parte III dove avviene l'incrudimento del materiale. Al contrario, i parametri del modello GTN sono stati identificati nella parte terminale, parte IV e parte V, dove avviene la localizzazione del danno con conseguente cedimento e formazione di una cricca circolare.

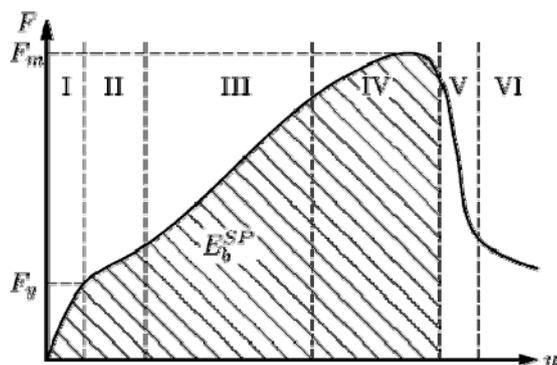


Figura 9: Suddivisione della curva LDC in una prova SP.

Identificazione delle proprietà della matrice metallica dalla prova SP

Per l'analisi inversa delle proprietà della matrice metallica è stato utilizzato il software di calcolo Matlab R2007b interfacciato tramite una routine scritta in Fortran con il software ad elementi finiti Abaqus V6.7-1. Il diagramma di flusso è riportato in Fig.10. Fissata la forma della legge costitutiva che fornisce il comportamento sforzi-deformazioni del materiale, l'identificazione avviene utilizzando la routine matlab fminsearch, variando i parametri della legge costitutiva nel tentativo di minimizzare lo scostamento tra la curva SP sperimentale e quella numerica minimizzando la differenza quadratica:

$$err = \sqrt{\sum_{i=1}^N (F_i^{calc} - F_i^{exp})^2} \quad (7)$$

dove N rappresenta il numero di punti considerati nell'ottimizzazione in corrispondenza dei quali vengono valutati i valori della forza calcolata, F_i^{calc} , e di quella sperimentale, F_i^{exp} .

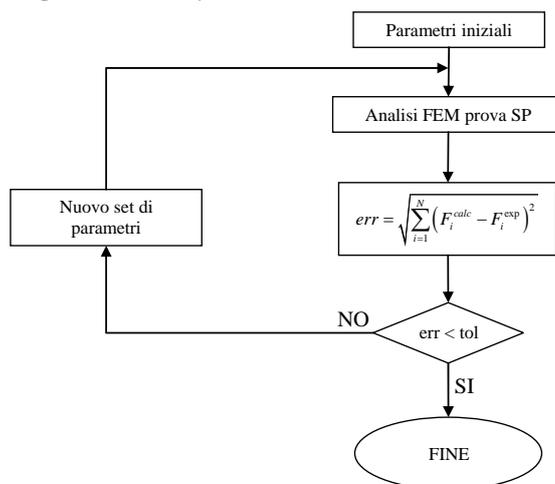


Figura 10: Diagramma di flusso dell'algoritmo di analisi inversa per l'identificazione delle proprietà della matrice metallica.



La routine matlab permette di leggere il file di input di ABAQUS e di modificare in automatico la curva sforzi-deformazioni del materiale in accordo al nuovo set di parametri fornito dalla funzione `fminsearch`. La routine `fortran` permette di estrarre i risultati dall'analisi FEM, in modo particolare la curva forza spostamento per permettere il confronto con quella sperimentale e la conseguente definizione dell'errore.

Per descrivere accuratamente il comportamento della matrice metallica è necessario utilizzare una legge costitutiva in grado di fornire risultati accurati anche in presenza di elevate deformazioni plastiche come nel caso della prova SP. Una rappresentazione classica, tipo l'equazione di Ramberg Osgood, può essere utilizzata, con buona approssimazione, per descrivere il comportamento del materiale a basse deformazioni ma deve essere modificata nello studio del comportamento del materiale quando le deformazione diventano elevate.

Inoltre, al fine dell'identificazione dei parametri è conveniente avere una legge costitutiva con un numero limitato di parametri, in modo da minimizzare i tempi di calcolo.

La legge costitutiva scelta presenta, oltre al tratto elastico iniziale esteso fino al limite di snervamento σ_y , un primo tratto tipo Ramberg Osgood, seguito da un secondo tratto lineare a pendenza costante, trascurando la presenza di un'eventuale snervamento marcato caratterizzato da un tratto orizzontale:

$$\begin{cases} \sigma = K (\varepsilon_{pl})^{1/n} & 0 \leq \varepsilon_{pl} \leq \varepsilon_u \\ \sigma = \sigma_u + K_2 (\varepsilon_{pl} - \varepsilon_u) & \varepsilon_u \leq \varepsilon_{pl} \leq \varepsilon_f \end{cases} \quad (8)$$

dove K e n sono rispettivamente il coefficiente e l'esponente di incrudimento dell'equazione di Ramberg Osgood, e σ_u , ε_u i limiti di estensione del primo tratto caratterizzato da sforzi e deformazioni uniformi:

$$\sigma_u = K (\varepsilon_u)^{1/n} \quad (9)$$

Infine, K_2 rappresenta la pendenza del secondo tratto lineare. Il limite di snervamento σ_y viene assunto come limite di scostamento dalla proporzionalità in corrispondenza di una deformazione plastica residua allo scarico pari allo 0.2%:

$$\sigma_y = K (0.002)^{1/n} \quad (10)$$

In definitiva, per caratterizzare completamente il comportamento del materiale utilizzando la legge costitutiva riportata in Eq.(8) è sufficiente identificare 4 parametri. Nel presente studio i parametri identificati sono σ_y , ε_u , σ_u , del primo tratto e la pendenza K_2 del secondo tratto, i rimanenti parametri vengono ricavati imponendo le condizioni riportate nelle Eq.(9)-(10).

Come precedentemente osservato, per l'identificazione dei parametri della matrice metallica l'analisi è stata limitata fino al termine del tratto III di Fig.9 corrispondente ad uno spostamento massimo pari a 1.4 mm nelle curve sperimentali, Fig.1. In questa fase il modello del materiale non prevede la presenza del modello di microdanneggiamento GTN.

La funzione di minimizzazione utilizzata richiede in ingresso i valori iniziali dei parametri da identificare. Per valutare l'effetto della scelta dei parametri iniziali, sono state fatte due identificazioni partendo da due set di parametri volutamente molto diversi. Nel primo caso i parametri iniziali sono stati scelti in prossimità di quelli ottenuti dalle prove di trazione convenzionali, mentre nel secondo sono stati notevolmente diminuiti. In entrambi i casi la routine di identificazione converge ad una soluzione, Fig.11, ma i set di parametri identificati differiscono notevolmente tra di loro Tab.3.

I risultati ottenuti sembrano quindi portare alla conclusione che la curva forza-spostamento di una prova SP non fornisca sufficienti informazioni per determinare in modo univoco i parametri della legge costitutiva della matrice metallica. A causa di una non omogeneità degli sforzi all'interno del provino SP diverse curve sforzi-deformazioni possono dare origine alla medesima curva forza-spostamento ottenuta da un prova SP. In letteratura, questo comportamento è già stato posto in evidenza da Campitelli et al. [19] limitando però questo comportamento ambiguo al tratto iniziale della curva LDC, solo in corrispondenza di piccole deformazioni plastiche. I risultati qui riportati sembrano invece estendere questo comportamento a valori di deformazioni ben più elevati, si ricordi che l'identificazione avviene fino a 1.4 mm, al termine del tratto III della curva dove l'incrudimento del materiale si è già ampiamente manifestato. I risultati qui ottenuti confermano altre analisi presenti in letteratura [20].

Per risolvere il problema è quindi necessario stimare in maniera il più accurata possibile i valori iniziali dei parametri da identificare. Questo risultato costituisce una forte limitazione all'uso della prova SP nella determinazione delle proprietà meccaniche convenzionali di un materiale. Nel seguito si cercherà di introdurre una procedura di analisi inversa in grado di risolvere tale problema.

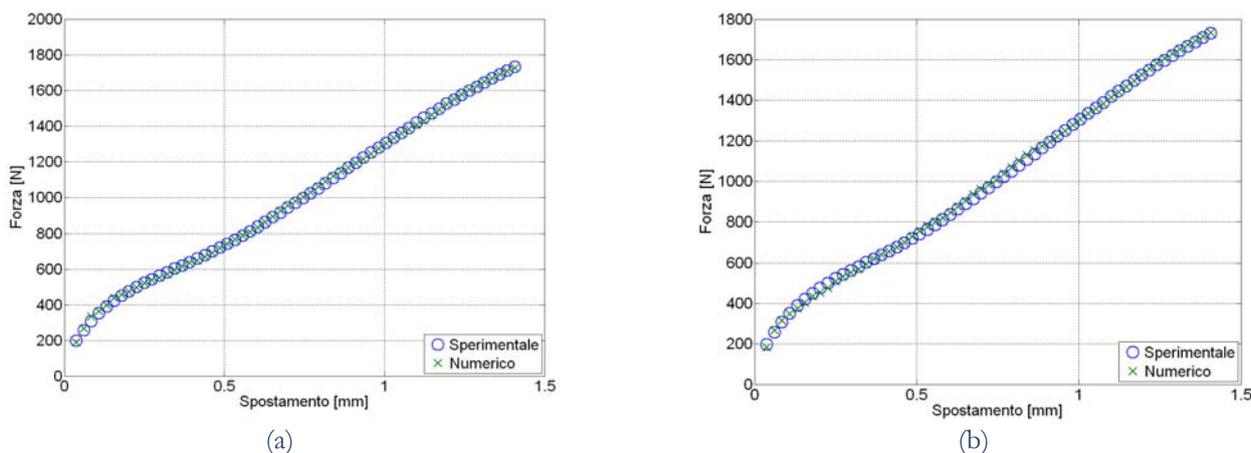


Figura 11: Identificazione dei parametri della matrice metallica, legge costitutiva RO+lineare:
a) parametri iniziali Set 1; b) parametri iniziali Set 2 (vedi Tab.3).

Proprietà	Valori iniziali: Set 1	Valori identificati	Valori iniziali: Set 2	Valori identificati
σ_y [MPa]	600	577	400	456
σ_u [MPa]	750	678	600	667
ϵ_u [mm/mm]	0.1	0.1131	0.075	0.012
K_2 [MPa]	750	726	165	768

Tabella 3: Parametri iniziali e parametri identificati. Legge costitutiva RO+lineare.

Identificazione dei parametri del modello GTN dalla prova SP

I parametri del modello di micro-danneggiamento GTN sono stati identificati considerando l'intera curva forza-spostamento della prova SP. I valori ottenuti sono riportati in Tab.5. Tali valori sono stati ottenuti considerando i parametri della matrice metallica riportati in Tab.4. I risultati dell'identificazione del modello GTN sono riportati in Fig.12. Il modello GTN è in grado di ben rappresentare il punto di cedimento e la successiva brusca diminuzione del carico indipendentemente dai parametri della legge costitutiva precedentemente identificati.

Proprietà	q_1	q_2	q_3	f_f	f_c	ϵ_n	s_n	f_n
Valori identificati	1	1.15	1	0.1	0.08	0.3	0.1	0.02

Tabella 4: Parametri modello di micro-danneggiamento GTN.

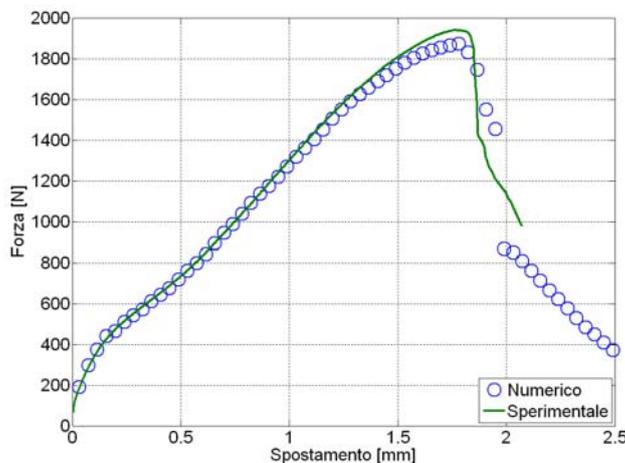


Figura 12: Identificazione dei parametri del modello GTN. Legge costitutiva: RO+lineare.



Stima delle proprietà statiche

È stato sviluppato un modello FEM del provino liscio utilizzato per le prove di trazione svolte da CESI Ricerca. I risultati ottenuti sono riportati in Fig.13. La curva numerica è stata ottenuta considerando i parametri riportati in Tab.3 e Tab.4. Come si può notare la curva numerica sottostima il valore del carico di rottura del materiale e sovrastima l’allungamento a rottura. In Tab.5 è riportato l’errore percentuale rispetto ai valori medi ottenuti sperimentalmente. Il confronto è stato effettuato considerando il limite di snervamento, definito come scostamento dalla proporzionalità pari allo 0.2%, il carico di rottura e l’allungamento percentuale a rottura. Per tutte queste grandezze l’errore è stato definito come:

$$E\% = \frac{|\text{exp} - \text{num}|}{\text{exp}} \times 100 \tag{11}$$

I risultati ottenuti dipendono fortemente dal set di parametri iniziali utilizzati nell’analisi inversa. L’errore è contenuto solo se è disponibile una buona stima iniziale delle proprietà del materiale in grado di guidare correttamente la ricerca dei parametri del materiale. In ogni caso l’allungamento percentuale a rottura è sovrastimato.

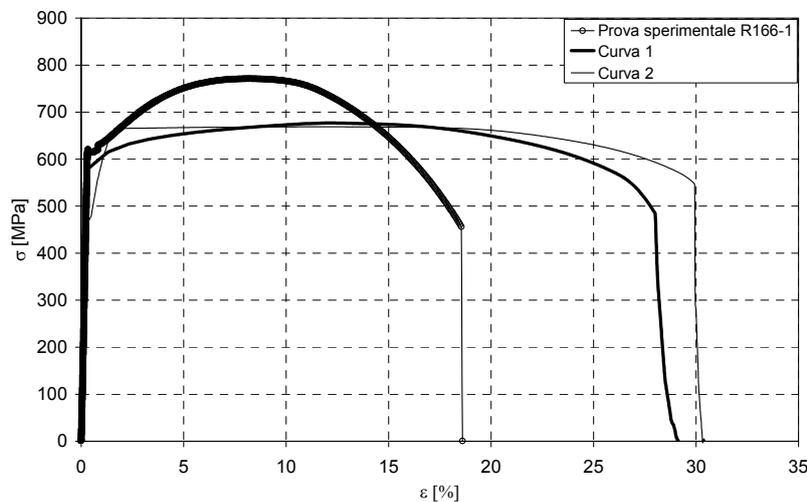


Figura 13: Simulazione numerica delle prove di trazione, legge costitutiva: RO+lineare. Curva 1: simulazione 1 in Tab.3, Curva 2: simulazione 2 in Tab.3.

Proprietà	Valori sperimentali medi	Simulazione 1	Errore %	Simulazione 2	Errore %
σ_y [MPa]	613	577	5.9	456	25.6
R_m [MPa]	769	678	11.8	667	13.3
$A\%$	21.3	27.8	30.5	29.7	39.4

Tabella 5: Proprietà statiche ricavate. Legge costitutiva: RO + lineare

Stima delle proprietà a frattura del materiale

I due set dei parametri identificati dall’analisi inversa utilizzando la rappresentazione di Ramberg Osgood seguita da un tratto lineare, Tab.3, sono stati quindi utilizzati anche per la previsione delle proprietà a frattura del materiale, in particolare la previsione della curva F-COD e la J-R curve. Le prove sono state condotte utilizzando il modello riportato in precedenza.

I risultati sono mostrati in Fig.14. La curva simulata considerando uno snervamento iniziale di 600 MPa ha un comportamento nettamente migliore rispetto a quella caratterizzata da snervamento iniziale di 400 MPa. Inoltre è stata condotta una ulteriore analisi considerando una densità del materiale di un ordine di grandezza inferiore a quella impiegata nelle precedenti analisi, ma come si può vedere l’aumento dell’onere computazionale dovuto alla drastica riduzione del passo di integrazione stabile non è giustificato da nessun miglioramento sensibile dell’approssimazione della curva sperimentale.

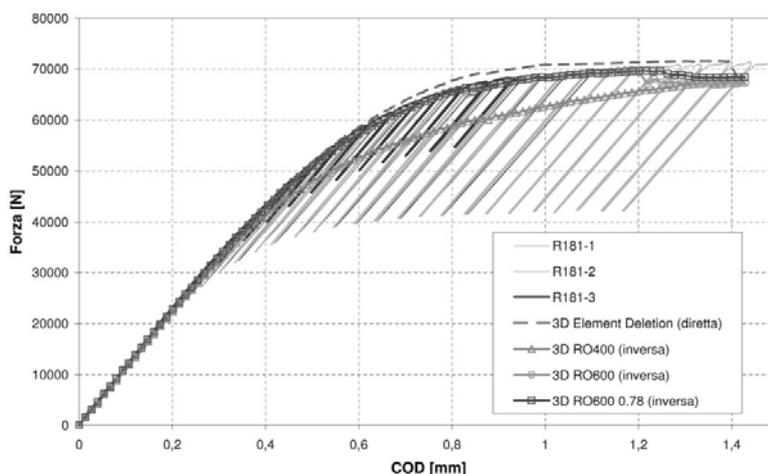


Figura 14: Risultati delle simulazioni F-COD per il provino CT considerando i parametri ottenuti dall'analisi inversa.

Nuova procedura per l'identificazione delle proprietà della matrice metallica

Nell'ipotesi che nella prova SP, caratterizzata da ampie deformazioni, non sia importante avere una descrizione accurata del primo tratto a sforzi e deformazioni uniformi, si è scelto di utilizzare una legge costitutiva formata da due tratti lineari in campo plastico [20]:

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_y + K_1 \varepsilon_{pl} & 0 \leq \varepsilon_{pl} \leq \varepsilon_u \\ \sigma = \sigma_u + K_2 (\varepsilon_{pl} - \varepsilon_u) & \varepsilon_{pl} > \varepsilon_u \end{cases} \quad (12)$$

dove

$$K_1 = \frac{\sigma_u - \sigma_y}{\varepsilon_u} \quad (13)$$

Tale legge costitutiva è univocamente determinata identificate le costanti σ_y , ε_u , σ_u del primo tratto lineare e la pendenza K_2 del secondo tratto lineare.

L'identificazione contemporanea di tutti i parametri della legge costitutiva del materiale ha portato ad una soluzione non univoca: set di parametri molto diversi tra di loro sono in grado di fornire i medesimi risultati in termine di curva forza spostamento della prova SP. Nel tentativo di risolvere questo problema si è proceduto ad identificare i diversi parametri singolarmente in tratti distinti della curva LDC, Fig.15. In particolare, il limite di snervamento è stato identificato nel tratto I della curva LDC, vedi Fig.9. I risultati sono mostrati in Fig15.a. Importante è notare l'andamento della funzione errore, definita in Eq.(7), al variare dello sforzo di snervamento che presenta solo un minimo globale, rendendo molto semplice l'identificazione e soprattutto rendendo il valore identificato indipendente dal valore iniziale fornito alla routine di minimizzazione. In modo analogo i parametri σ_u e ε_u sono stati identificati sul tratto II della curva LDC. I risultati sono mostrati in Fig15.b. Come è possibile notare dall'analisi della funzione errore, anche in questo caso l'identificazione del parametro σ_u non presenta problemi. Al contrario, in corrispondenza del valore di σ_u che minimizza la funzione errore si può notare una scarsa dipendenza dal parametro ε_u che rende problematica la sua identificazione.

Infine la pendenza del secondo tratto lineare è stata identificata nel tratto III della curva LDC. I risultati riportati in Fig.15c mostrano la presenza di un minimo globale nella funzione errore che permette di identificare in modo univoco il parametro cercato.

I parametri ricavati utilizzando questa nuova procedura sono riportati in Tab.6. L'applicazione di tali parametri per ricavare le proprietà statiche e a frattura è tuttora in corso.

Proprietà	σ_y [MPa]	σ_u [MPa]	ε_u [mm/mm]	K_2 [MPa]
Valori identificati	613	715	0.175	1003

Tabella 6: Parametri identificati. Legge costitutiva bilineare. Modalità di prova: vincolata.

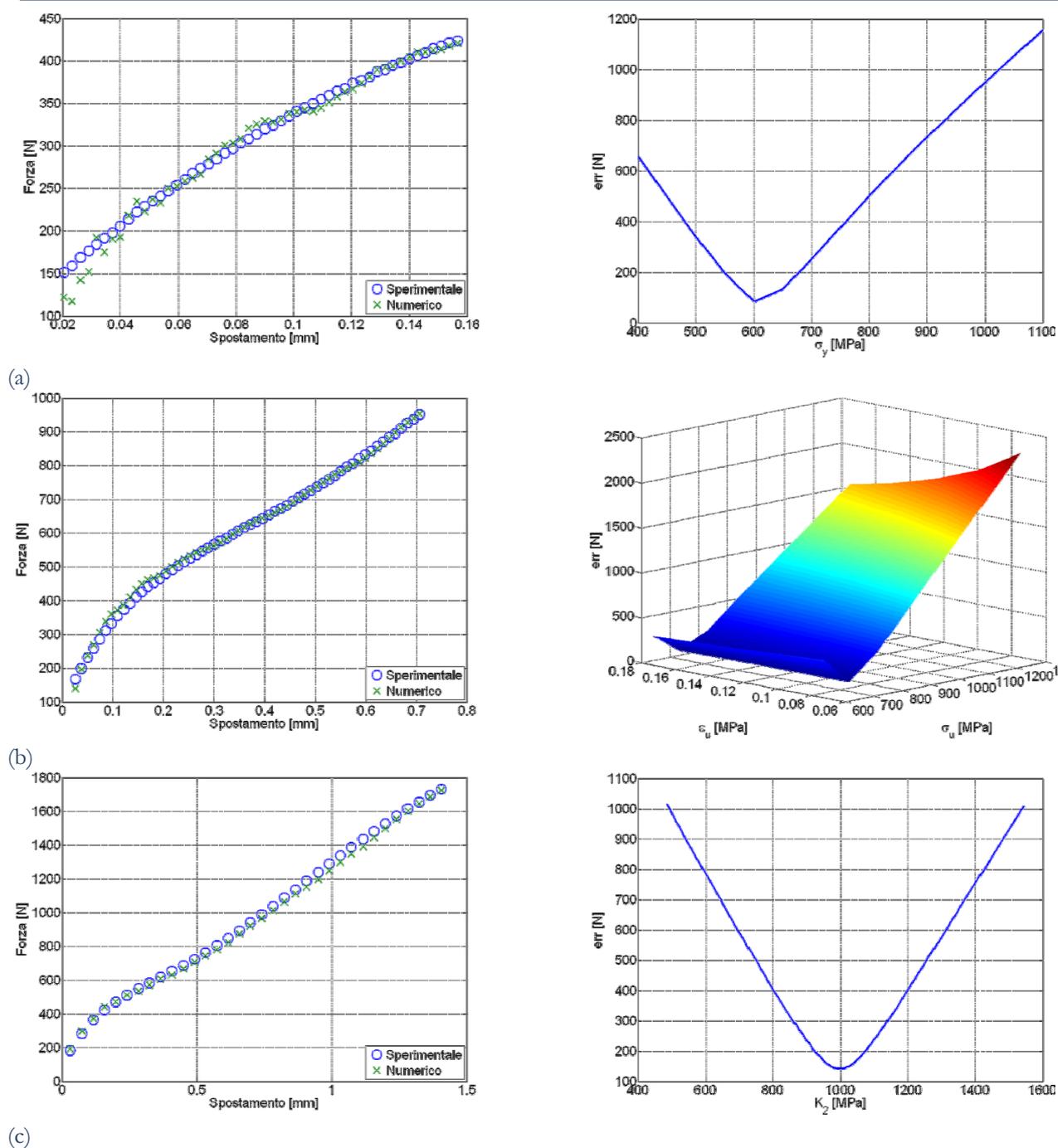


Figura 15: Nuova procedura di identificazione dei parametri: a) identificazione di σ_y ; b) identificazione di ϵ_u e σ_u ; c) identificazione di K_2 .

CONCLUSIONI

Nel presente lavoro è stata affrontata la tematica della ricostruzione delle caratteristiche meccaniche del materiale a partire dai risultati di una prova non distruttiva, in particolare è stata utilizzata la prova Small Punch (SP). La ricerca è stata affrontata sia dal punto di vista sperimentale (prove SP, trazioni su provini lisci ed intagliati, prove di meccanica della frattura) sia dal punto di vista numerico con l'implementazione di vari modelli agli elementi finiti. La parte fondamentale ha riguardato la scelta delle leggi costitutive per riprodurre il comportamento del materiale e dalla identificazione dei relativi parametri. Si è scelto di usare una legge elasto-plastica con incrudimento associata ad un



modello di danneggiamento per materiali poro-duttile basato sulla nucleazione e coalescenza di vuoti nella matrice metallica (modello GTN).

Si sono effettuate due tipi diversi di analisi:

- analisi diretta per la simulazione di prove SP partendo da parametri del materiale identificati con prove sperimentali su provini lisci ed intagliati;
- analisi inversa in cui le caratteristiche statiche e a frattura del materiale sono state approssimate partendo dai parametri del materiale identificati tramite simulazioni ricorsive delle prove SP.

L'analisi diretta ha portato ai seguenti risultati:

- il modello numerico sottostima sempre il valore massimo di forza nelle prove su provini intagliati, ma è in grado di prevedere correttamente l'innesco del cedimento;
- l'applicazione del modello di materiale alla prova SP porta ad una buona approssimazione dei valori massimi di forza, ma è caratterizzato da un tratto di incrudimento più accentuato rispetto ai valori sperimentali;
- la simulazione della curva F-COD per un provino CT fornisce un'ottima approssimazione solo se effettuata con un modello 3D con danneggiamento, le simulazioni senza danneggiamento e quelle 2D forniscono invece delle stime grossolane.

L'analisi inversa ha portato ai seguenti risultati:

- l'identificazione dei parametri dipende dalla condizione iniziale imposta nell'operazione di ottimizzazione. Esistono diverse curve sforzi-deformazioni caratteristiche del materiale in grado di fornire la medesima curva forza-spostamento della prova SP. L'informazione fornita da tale prova, in termini di proprietà della matrice metallica, non è quindi univoca considerando l'identificazione contemporanea di tutti i parametri;
- i parametri della matrice metallica e i parametri del modello GTN, ricavati dall'analisi inversa, sono stati utilizzati per la previsione delle proprietà statiche e a frattura del materiale, in particolare la previsione della curva F-COD. Il modello numerico sviluppato permette di ricavare fedelmente le proprietà statiche e a frattura del materiale. I risultati dipendono ovviamente dai parametri ricavati dall'analisi inversa;
- è stata proposta una nuova procedura per l'identificazione dei parametri tramite analisi inversa nel tentativo di rendere l'informazione fornita dalla curva LDC univoca nei confronti dell'identificazione dei parametri della legge costitutiva. La nuova procedura prevede di identificare singolarmente i parametri in diversi tratti della curva. I risultati ottenuti sembrano permettere l'identificazione univoca della legge costitutiva.

RINGRAZIAMENTI

Gli autori desiderano ringraziare CESI Ricerca per il finanziamento della attività svolta e per il contributo scientifico.

BIBLIOGRAFIA

- [1] T. H. Hyde, W. Sun, J. A. Williams, *Int. Materials Reviews*, 52(4) (2007) 213.
- [2] Small Punch Test Method for Metallic Materials. Part A: A Code of Practice for Small Punch Creep Testing. Part B: A Code of Practice for Small Punch Testing for Tensile and Fracture Behavior, Documents of CEN WS21, Brussels (in press).
- [3] G. E. Lucas, *Metall. Trans.*, 21A (1990) 1105.
- [4] T. Ishii, M. Ohmi, J. Saito, T. Hoshiya, N. Ooka, S. Jitsukawa et al., *J. Nucl. Mater.*, 283–287 (2000) 1023.
- [5] S. H. Song, R. G. Faulkner, P. E. J. Flewitt, P. Marmy, L.Q.Weng, *Mater. Charact.*, 53 (2004) 35.
- [6] J. H. Bulloch, *Eng. Fail. Anal.*, 9 (2002) 511.
- [7] S. M. Kurtz, C. W. Jewett, J. S. Bergström, J. R. Foulds, A. A. Edidin, *Biomaterials*, 23 (2002) 1907.
- [8] J. M. Baik, J. Kameda, O. Buck, *Scr. Metall.*, 17 (1983) 1443.
- [9] A. Gurson, *Transactions of the ASME. Series H., J. Engng. Mater. Technol.*, 99 (1977) 2.
- [10] V. Tvergaard, *Int. J. Fracture Mech.*, 17 (1981) 389.
- [11] V. Tvergaard, A. Needleman, *Acta Mech. Sinica*, 32(1) (1984) 157.
- [12] M. Abendroth, M. Kuna, *Computational Materials Science*, 28 (2003) 633.
- [13] M. Abendroth, M. Kuna, *Advanced Engineering Materials*, 6 (2004) 536.



- [14] M. Abendroth, M. Kuna, *Engineering Fracture Mechanics*, 73 (2006) 710.
- [15] E. Budzacoska et al., *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 30 (2007) 796.
- [16] ESIS P6-98: Procedure To Measure and Calculate Material Parameters for the Local Approach to Fracture using Notched Tensile Specimens (1998).
- [17] ABAQUS, v6.7-1 Abaqus reference manuals (2007).
- [18] C. S. Sainte Catherine et al., *Small Specimen Test Techniques: Fourth Volume*, ASTM STP 1418, (2002).
- [19] E. Campitelli, P. Spatig, J. Bertsch, C. Hellwig, *Mater. Sci. Engng. A*, 400–401 (2005) 386.
- [20] T. Linse , M. Kuna, J. Schuhknecht, H.-W. Viehrig, *Engineering Fracture Mechanics*, 75 (2008) 3520.