



## Modello di zona coesiva per la simulazione del danneggiamento a fatica di giunzioni incollate

F. Moroni, A. Pirondi

*Università degli Studi di Parma, Dipartimento di Ingegneria Industriale, via G.P. Usberti 181/A 43124 Parma, moroni@ied.unipr.it, alessandro.pirondi@unipr.it*

---

**RIASSUNTO.** Il lavoro è un primo passo di una ricerca volta ad individuare metodi automatici per la previsione della crescita di difetti per fatica in giunzioni incollate basati sull'utilizzo del metodo degli elementi finiti. Il modello prevede l'utilizzo combinato di metodologie classiche di meccanica della frattura e del modello di zona coesiva. In particolare, il degrado della rigidità attribuito agli elementi che giacciono nella zona coesiva, è legato sia al livello di carico applicato, come nel caso quasi-statico, sia all'accumulo di danno dovuto all'applicazione ciclica del carico stesso. La legge di accumulo ciclico del danno nella zona coesiva è legata alla velocità di propagazione del difetto macroscopica attraverso una legge di equivalenza tra incremento di danno sulla mesoscala e incremento di estensione del difetto sulla macroscale. L'utilizzo di questo approccio richiede il calcolo del tasso di rilascio di energia,  $G$ . Per effettuarlo automaticamente durante l'analisi è stato appositamente sviluppata una subroutine che elabora i risultati dell'analisi ad elementi finiti. I risultati delle simulazioni sono confrontati con i risultati di prove sperimentali e dal buon accordo tra i due andamenti si può affermare la validità del metodo.

**PAROLE CHIAVE.** FEM; Modello di zona coesiva; Giunti incollati; Fatica; Propagazione difetti.

---

### INTRODUZIONE

L'utilizzo delle giunzioni incollate si sta sempre più espandendo come conseguenza dei benefici ottenibili in confronto a giunzioni tradizionali, sia in termini di prestazioni che di costo. È necessario quindi sviluppare strumenti adatti per la previsione della resistenza statica e a fatica che tengano conto delle caratteristiche di danneggiamento e cedimento di queste giunzioni. Per quel che riguarda la previsione di vita a fatica si fa spesso riferimento a criteri basati sulla meccanica di frattura [1, 2]. In particolare per prevedere la velocità di avanzamento di un difetto si utilizza la legge di Paris [3]

$$\frac{dA}{dN} = C \Delta G^m \quad (1)$$

in cui  $dA/dN$  è il rateo di crescita della superficie del difetto ( $A$ ) funzione del numero di cicli ( $N$ ),  $\Delta G$  è il tasso di rilascio di energia applicato,  $C$  ed  $m$  sono proprietà dell'adesivo determinabili sperimentalmente. L'applicazione dell'Eq. (1) per il calcolo della vita spesa in propagazione di un difetto è affrontabile analiticamente in casi geometrici relativamente semplici, mentre in casi più complessi il calcolo di  $G$  si può affrontare numericamente ad esempio con il metodo degli elementi finiti (FEM), in cui occorre predisporre più modelli con estensioni del difetto crescenti, con un rilevante sforzo modellistico.

Nel caso di sollecitazioni quasi-statiche e impulsive invece, un valido strumento per la previsione della resistenza di giunzioni incollate consiste nell'utilizzo di simulazioni FEM con il modello di zona coesiva [4 – 14]. Questo modello è in grado di prevedere la propagazione di difetti lungo un'interfaccia basandosi su criteri energetico-tensionali. Rappresenta le tensioni all'apice di un difetto come funzione dell'apertura del difetto stesso secondo lo schema riportato in Fig. 1.

---



Incrementando l'apertura  $\delta$  del difetto partendo da  $\delta=0$ , dopo un iniziale tratto lineare elastico (fino a  $\delta_0$ ) caratterizzato da una rigidezza  $K_0$ , si innesca il danneggiamento, il quale viene rappresentato con una progressiva perdita di rigidezza. Questa perdita di rigidezza è legata al danneggiamento  $d$  attraverso l'Eq. (2)

$$d = 1 - \frac{K}{K_0} \quad (2)$$

Il danneggiamento assume valore pari a 0 quando l'elemento è integro, mentre assume valore pari a 1 quando l'elemento è completamente danneggiato.

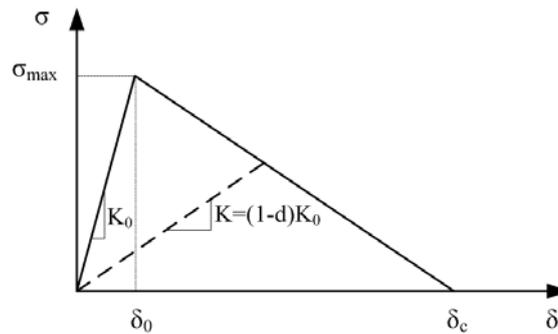


Figura 1: Relazione Tensioni-apertura per il modello di zona coesiva.

A sua volta il danneggiamento è funzione dell'apertura secondo la relazione

$$d = \frac{\delta_c (\delta - \delta_0)}{\delta (\delta_c - \delta_0)} \quad (3)$$

Il modello di zona coesiva è stato anche utilizzato per la previsione della propagazione di difetti in giunti incollati. Vi sono varie metodologie, ad esempio in quella proposta da Maiti e Geubelle [15] la rigidezza è resa dipendente non solo dallo stato di deformazione ma anche dal numero di cicli, utilizzando la legge

$$K = -\frac{1}{\alpha} N^{-\beta} \sigma \quad (4)$$

In questo caso però è necessario tarare oltre ai parametri della zona coesiva tradizionale, anche i parametri  $a$  e  $\beta$ .

Un altro possibile utilizzo del modello di zona coesiva per la simulazione della propagazione di difetti è stato messo a punto da Turon et al. [16]. In questo caso il degrado della rigidezza per la zona coesiva è legato attraverso una legge di omogeneizzazione del danno al numero di cicli mediante la legge di Paris. Questo pare essere un metodo accurato e che necessita come dati di input solo della legge della zona coesiva, ottenibile da una semplice prova di frattura, e i parametri  $C$  ed  $m$  della legge di Paris, ottenibili da prove di propagazione di difetti a fatica. Il limite della soluzione presentata risiede nella possibilità di essere utilizzato solo per geometrie semplici in cui sia nota una relazione analitica per il calcolo di  $\Delta G$ , ed in cui il valore di  $\Delta G$  stesso sia indipendente dalla lunghezza del difetto. In questo lavoro si cerca di ampliare l'utilizzo di questa metodologia mediante l'utilizzo del metodo degli elementi finiti, rendendolo potenzialmente utilizzabile per geometrie anche più complesse e in cui il valore di  $\Delta G$  sia dipendente dalla lunghezza del difetto. In aggiunta, si è definita una legge di equivalenza tra incremento di danno sulla mesoscala e incremento di estensione del difetto sulla macroscale basandosi sulla Continuum Damage Mechanics [17], differentemente da quanto postulato in [16].

## MODELLAZIONE DEL DEGRADO A FATICA

Come citato in precedenza, il modello di zona coesiva prevede nella sua formulazione quasi-statica un degrado della rigidezza del materiale in funzione dell'apertura del difetto, la quale è rappresentata dall'allontanamento tra le superfici opposte di un elemento coesivo. Questo degrado di rigidezza sulla mesoscala (in questo caso identificabile con la dimensione del volume associato ad un punto d'integrazione nell'elemento coesivo) può essere idealmente associato ad una formazione di microvuoti o microcricche che è rappresentativo di una riduzione della sezione resistente del materiale sulla macroscale. In altri termini, definendo un elemento di volume rappresentativo dei processi di



danneggiamento (EVR), e riprendendo il concetto di danneggiamento secondo Lemaitre [17] (Fig. 2), si può definire il grado di rigidezza dell'elemento come il rapporto tra le aree dei microvuoti  $A_d$  e l'area effettiva inizialmente disponibile  $A_e$ :

$$d = 1 - \frac{K}{K_0} = \frac{A_d}{A_e} \quad (5)$$

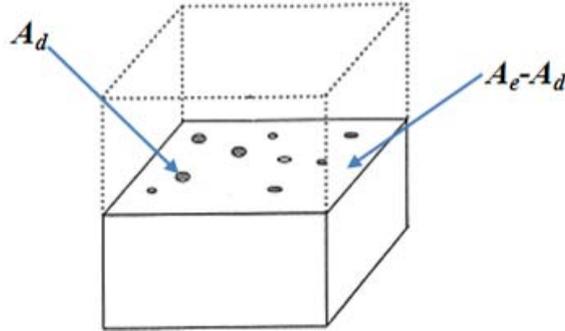


Figura 2: Danneggiamento dell' elemento di volume rappresentativo.

La variazione del danneggiamento per ogni elemento con il numero di cicli può essere scritta come variazione del danneggiamento alla variazione dell'area danneggiata, moltiplicata per la variazione dell'area danneggiata con il numero di cicli.

$$\frac{dd}{dN} = \frac{dd}{dA_d} \frac{dA_d}{dN} \quad (6)$$

Il primo termine può semplicemente essere ricavato dalla legge di danneggiamento (Eq. (5)) e risulta essere pari a:

$$\frac{dd}{dA_d} = \frac{1}{A_e} \quad (7)$$

Per quel che riguarda il secondo termine è invece necessario definire un criterio di equivalenza tra incremento di danno sulla mesoscala e incremento di estensione del difetto sulla macroscale. L'applicazione del carico per un numero di cicli pari  $\Delta N$  provoca un aumento dell'area danneggiata  $\Delta A_d$  degli EVR appartenenti alla zona di processo, cioè in cui  $d > 0$ . Questo aumento di danneggiamento viene fatto corrispondere ad un aumento della lunghezza del difetto  $\Delta A$ . Definendo quindi un'area di processo  $A_{CZ}$  come la sezione degli EVR in cui  $d > 0$ , si può definire l'allungamento del difetto come la sommatoria delle variazioni  $dA_d$  per gli elementi al suo interno:

$$\frac{dA}{dN} = \sum_{i \in A_{CZ}} \frac{dA_d^i}{dN} \quad (8)$$

Supponendo che l'incremento di danneggiamento sia costante per gli elementi appartenenti alla zona di processo e pari al valore medio  $\frac{dA_d}{dN}$ , si può scrivere

$$\frac{dA}{dN} = \sum_{i \in A_{CZ}} \frac{dA_d^i}{dN} = n_{CZ} \frac{dA_d}{dN} \quad (9)$$

dove  $n_{CZ}$  è il numero di elementi facenti parte la zona di processo. Assumendo una dimensione media degli elementi  $A_e$ , l'Eq. (9) può essere riscritta come

$$\frac{dA}{dN} = \sum_{i \in A_{CZ}} \frac{dA_d^i}{dN} = \frac{A_{CZ}}{A_e} \frac{dA_d}{dN} \quad (10)$$

dove il numero di elementi presenti nella zona di processo è sostituito dal rapporto tra l'area della zona di processo  $A_{CZ}$  e l'area media di ogni elemento  $A_e$ .

Sostituendo quindi entrambi i termini nell'Eq. (6) si può ricavare

$$\frac{dd}{dN} = \frac{1}{A_{CZ}} \frac{dA}{dN} = \frac{1}{A_{CZ}} C \Delta G^m \quad (11)$$

Ciò permette di legare la variazione del danno elemento per elemento allo stato di sollecitazione globale del giunto. La zona di processo  $A_{CZ}$  viene definita e calcolata automaticamente come l'area di quegli elementi che hanno uno spostamento maggiore di un valore di soglia di danneggiamento  $\delta_{th}$ . A sua volta questo valore è lo spostamento massimo che si ha nello strato di elementi coesivi corrispondentemente ad un valore di tasso di rilascio di energia pari al valore di soglia di propagazione a fatica  $G_{th}$  valutato sperimentalmente.

### VALUTAZIONE DEL TASSO DI RILASCIO DI ENERGIA

Al fine di utilizzare il metodo sopra descritto è necessario il calcolo del tasso di rilascio di energia durante la fase di propagazione. In [15, 16] si sono utilizzate geometrie semplici, per le quali sono disponibili anche formulazioni analitiche del tasso di rilascio di energia  $G$ . In questo caso si è invece cercato di rendere la metodologia sfruttabile per qualunque geometria e qualunque condizione di carico, di conseguenza si è definita una routine per il calcolo automatico di  $\Delta G$  durante l'analisi. Durante l'avanzamento del difetto estraendo via via i valori di  $U$  (energia di deformazione globale) e  $W$  (lavoro delle forze esterne) e monitorando la lunghezza del difetto calcolata come

$$A = A_0 + \sum_{i \in A_{CZ}} A_d^i \quad (12)$$

dove  $A_0$  è la lunghezza iniziale e la sommatoria rappresenta l'area via via danneggiata per fatica, si può calcolare il tasso di rilascio di energia con la definizione

$$G = - \frac{d(U - W)}{dA} \quad (13)$$

Al fine di validare il metodo di calcolo si sono confrontati risultati di simulazioni effettuate utilizzando la subroutine con gli andamenti analitici del fattore di rilascio di energia per geometrie semplici. Le geometrie prese in considerazione sono un giunto Double Cantilever Beam (Fig. 3A) ed un Giunto End Notched Flexure (Fig. 3B), rappresentativi rispettivamente di una condizione di sollecitazione di puro Modo I e puro Modo II sul difetto. Le dimensioni e le proprietà degli aderendi sono riportati in Tab. 1.

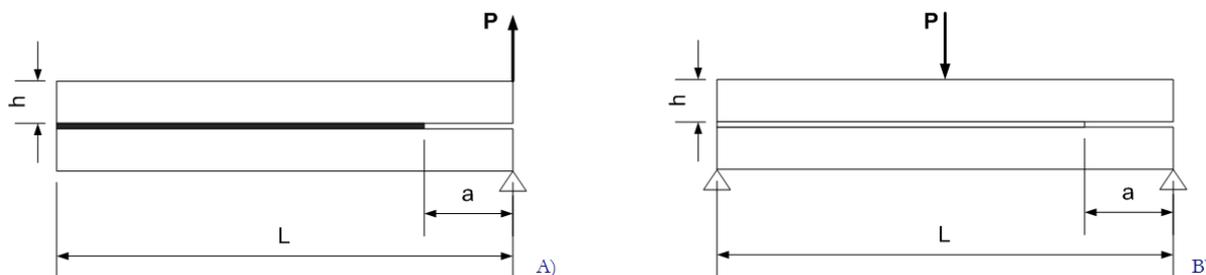


Figura 3: Geometrie dei giunti simulati

Geometria	DCB	ENF
spessore aderendi ( $h$ )	25 mm	10 mm
spessore adesivo ( $t$ )	0.3 mm	0.1 mm
lunghezza giunto ( $L$ )	120 mm	300 mm
larghezza giunto ( $b$ )	30 mm	25 mm
materiale aderendi	Acciaio	Laminato Fibra di Carbonio
modulo elastico aderendi ( $E$ )	210'000 MPa	62'000 MPa

Tabella 1: Dimensioni e caratteristiche dei materiali.

I valori di  $G$  calcolati mediante la routine (FEM-FCG in Fig. 4) sono confrontati con equazioni analitiche e simulazioni FEM lineari elastiche (FEM-LE in Fig. 4) in cui il valore di  $G$  è calcolato mediante integrale di contorno. Per quel che



riguarda la geometria DCB il confronto è mostrato in Fig. 4, applicando un carico pari a 1625N, costante al variare della lunghezza del difetto.

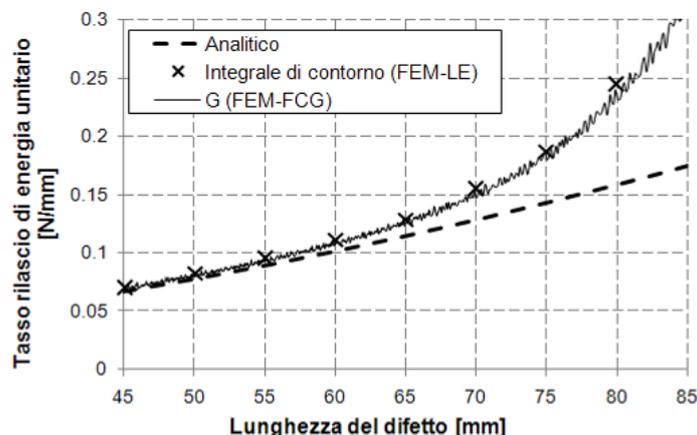


Figura 4: Validazione del calcolo di G per la geometria DCB.

Come andamento analitico di confronto si è assunta l'equazione

$$G = \frac{(Pa)^2}{bEI} \left( 1 + \frac{1}{a\lambda_\sigma} \right)^2 \quad (14)$$

in cui  $I$  rappresenta il modulo di inerzia di un singolo aderendo, mentre  $\lambda_\sigma$  è un fattore che dipende da geometria e materiali [18]. Si nota come per i primi 15 mm di propagazione si abbiano valori pressoché identici di tasso di rilascio di energia per la soluzione analitica e quelle numeriche, mentre oltre questo valore le soluzioni numeriche si distanziano da quella analitica. Ciò è giustificato dal fatto che la relazione utilizzata ha una validità fino a valori di lunghezza del difetto

$a \approx L - \frac{4}{\lambda_\sigma}$  che in questo caso si traduce in  $a \approx 65$ mm. Si può in ogni caso notare come l'andamento risultante dalla

subroutine sia assolutamente coincidente con quanto ricavato mediante il calcolo dell'integrale di contorno in analisi lineari elastiche.

Per quel che riguarda il modo II la verifica della subroutine viene eseguita utilizzando come confronto le relazione ricavata in [19]

$$G = \frac{9(Pa)^2}{16bEb^3} \left( 1 + 0.209 \frac{b}{a} \right)^2 \quad (15)$$

e la relazione ricavata mediante la Simple Beam Theory, con la quale si possono estrarre valori anche oltre la mezzeria del provino.

$$G = \frac{9(Pa)^2}{16bEb^3} \quad \text{se } a < L/2$$

$$G = \frac{9P^2(2L-a)^2}{16b^2Eb^3} \quad \text{se } a > L/2 \quad (16)$$

Il confronto è mostrato in Fig. 5 supponendo un carico applicato di 1000N. Si nota come vi sia perfetto accordo tra i risultati della subroutine gli andamenti analitici.

In entrambi i casi appare come la routine di calcolo del tasso di rilascio di energia sia in grado di fornire risultati corretti.

## IMPLEMENTAZIONE DELLA METODOLOGIA NEL SOFTWARE EF

**L**a metodologia sopra descritta per il calcolo del danneggiamento a fatica è stata implementata nel software ad elementi finiti Abaqus, mediante subroutine esterne scritte in Fortran interagenti con il software stesso. Le fasi della simulazione sono quattro:

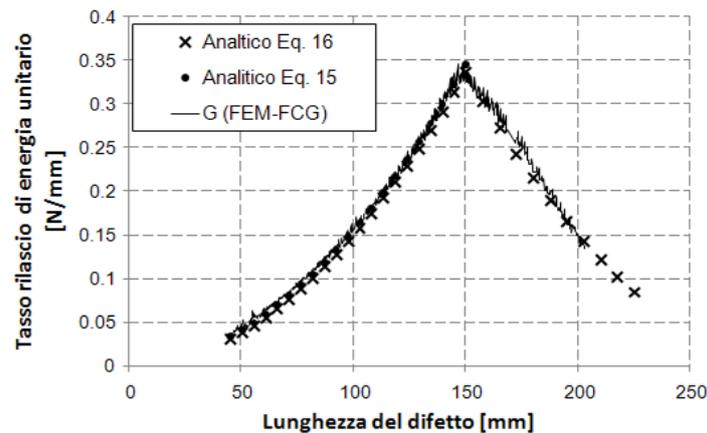


Figura 5: Validazione del calcolo di G per la geometria ENF.

- i. viene eseguita la simulazione lineare elastica del giunto senza alcun danneggiamento. Vengono registrati il punto più sollecitato, ed il valore dell'energia di deformazione in funzione del carico applicato.
- ii. nella seconda fase viene inizialmente eliminato l'elemento della zona coesiva che nella fase precedente era sottoposto alla sollecitazione massima. Questo in modo da creare un avanzamento virtuale del difetto. Viene quindi registrata l'energia di deformazione ed il lavoro del carico applicato. Ciò permette di calcolare il valore di tasso di rilascio di energia del giunto mediante l'Eq. (13). Il carico viene quindi rimosso. In questa fase vengono inoltre registrati i valori di massima apertura tra tutti gli elementi coesivi, incremento per incremento. Questo permette di identificare poi il valore di  $\delta_{th}$  che viene ricavata come la massima apertura che si ha nel giunto quando il tasso di rilascio di energia del giunto stesso, raggiunge il valore di soglia per la propagazione a fatica  $G_{th}$ .
- iii. Il terzo step invece consiste nel caricamento della struttura fino al carico massimo che si avrà nel ciclo affaticante. In questo step viene abilitato il danno e verrà calcolato l'eventuale danneggiamento statico dovuto alla rampa di carico.
- iv. Il quarto ed ultimo step consiste nella fase di propagazione vera e propria, in cui il carico viene mantenuto costante. L'analisi è suddivisa in incrementi, ad ognuno dei quali viene associato un numero di cicli. Partendo dalla distribuzione di danno iniziale, il danno aggiuntivo incremento per incremento dovuto alla fatica verrà assegnato via via agli elementi che subiranno una deformazione maggiore di  $\delta_{th}$ . In particolare noto il valore del danneggiamento a inizio step di tali elementi ( $d_i$ ), si può calcolare il danneggiamento massimo a fine step sommando al danno iniziale un valore  $\Delta d$ , regolabile in modo da ottenere un buon compromesso tra la velocità e l'accuratezza della soluzione. Si assume quindi come danno finale  $d_f = d_i + \Delta d$  se lo stesso è inferiore a 1, oppure un valore unitario se è superiore a 1. Utilizzando l'Eq. (11), per ogni elemento appartenente alla zona di processo si calcola quindi il valore di numero di cicli N per passare dal danneggiamento iniziale a quello finale. Determinati questi valori, se ne prende il minimo e questo è il numero di cicli  $\Delta N$  a cui equivale quel determinato incremento. L'ultima fase dell'incremento consiste nel riaggiornare il danno di tutti gli elementi appartenenti alla zona di processo, con il danno sviluppato dal numero di cicli  $\Delta N$ . Si passa quindi via via all'incremento successivo fino al raggiungimento o di una lunghezza del difetto definita a priori, od al raggiungimento di un valore di G pari a quello critico di frattura.

## IDENTIFICAZIONE DEI PARAMETRI NECESSARI

La metodologia di previsione richiede come dati di input, oltre alle caratteristiche elastiche dei materiali (modulo elastico e coefficiente di Poisson), i parametri della zona coesiva e i coefficienti  $C$  ed  $m$  della legge di Paris dell'adesivo. La taratura dei parametri della zona coesiva viene eseguita cercando di rappresentare al meglio prove sperimentali di tenacità a frattura eseguiti su provini DCB e ENF delle dimensioni riportate in precedenza. Per semplicità si utilizza una legge triangolare ed in Fig. 6 si riporta ed esempio la taratura eseguita per i provini ENF. In Tab. 2 si riportano i parametrici caratteristici della zona coesiva tarati sulle prove di tenacità.



Per quel che riguarda invece i parametri delle legge di Paris sono ricavati da test di propagazione con le stesse geometrie sopra indicate. In Tab. 3 si riportano i parametri delle legge di Paris per i due modi di sollecitazione.

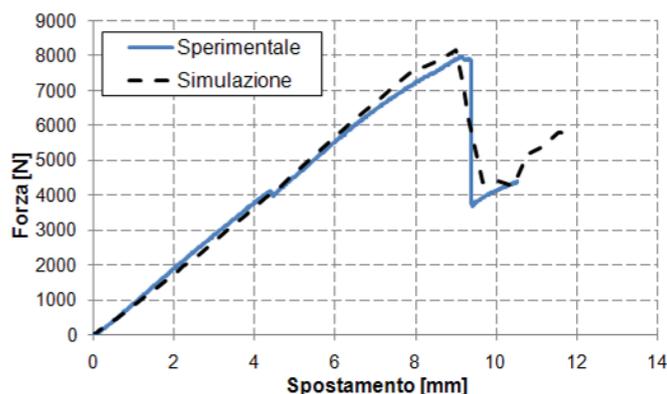


Figura 6: Taratura del modello di zona coesiva per geometria ENF.

Parametro	DCB (modo I)	ENF (modo II)
$K_0$ (N/mm <sup>3</sup> )	7488.9	2109.4
$\delta_0$ (mm)	0.004	0.0901
$\delta_c$ (mm)	0.04	0.1158
$\sigma_0$ (MPa)	30	190

Tabella 2: Parametri della zona coesiva.

Parametro	DCB (modo I)	ENF (modo II)
C	5.19	2.626e-5
m	3.64	6.634

Tabella 3: Parametri della legge di Paris.

## RISULTATI

I risultati delle simulazioni sono confrontati con quelli ricavati da test sperimentali per entrambi le condizioni di carico. Fig. 7 mostra il confronto per test e simulazioni di propagazione su giunti DCB. Si noti come l'andamento fornito dalla simulazione abbia una pendenza leggermente inferiore a quella mostrata dai dati sperimentali, e che nella zona iniziale si abbiano dei valori con un certo scatter. Questo fenomeno è dovuto alla formazione progressiva della zona di processo all'apice del difetto. Una volta che questa si è formata l'andamento risulta essere molto più regolare e simile agli esperimenti.

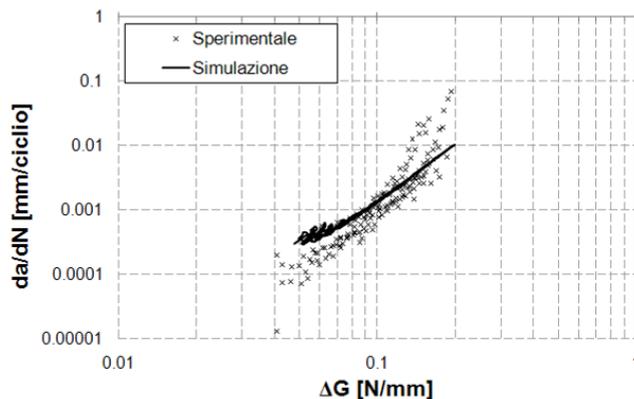


Figura 7: Confronto tra simulazione e risultati sperimentali per geometria DCB.



Lo stesso confronto viene fatto per le prove di propagazione in Modo II su giunti ENF. La simulazione fornisce risultati in ottimo accordo con i risultati sperimentali, in modo anche più evidente del caso di Modo I.

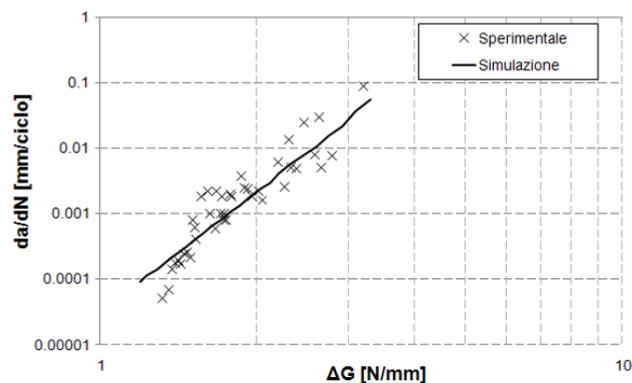


Figura 8: Confronto tra simulazione e risultati sperimentali per geometria DCB.

## CONCLUSIONI

In questo lavoro si è messa a punto una subroutine per il calcolo automatico della propagazione di difetti in giunti incollati sfruttando gli elementi coesivi. La routine (scritta in Fortran) interagisce con il software FEM Abaqus, permettendo la previsione dell'avanzamento di difetti in giunti incollati. Vista la metodologia utilizzata è stato necessario anche definire una ulteriore routine per il calcolo del valore di tasso di rilascio di energia. Il modello sembra fornire buoni risultati per condizioni di carico semplice e in cui è presente un unico modo di sollecitazione. Sviluppi futuri interesseranno il tentativo di espandere il modello a condizioni di sollecitazione mista e per geometrie anche tridimensionali.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] N. Dowling, J. Begley, ASTM STP, 590 (1976) 82.
- [2] D. McDowell, Eng Fract Mech, 56 (1997) 357.
- [3] P. Paris, F. Erdogan, J. Basic Eng., 85 (1961) 528-534
- [4] G. Barenblatt, Adv. Appl. Mech., 7 (1962) 55.
- [5] D. Dugdale, J. Mech. Phys. Solids, 8 (1960) 100.
- [6] I. Mohammed, K. M. Liechti, J. Mech. Phys. Solids, 48 (2000) 735.
- [7] Q. D. Yang, M.D.Thouless, S. M. Ward, J. Mech. Phys. Solids, 47 (1999) 1337.
- [8] W. G. Knauss, G. U. Losi, J. Appl. Mech., 60 (1993) 793.
- [9] H. Hadavinia, A. J. Kinloch, J. G. Williams, in Adv. in Fract. and Damage Mech. II, M. Guagliano and M.H. Aliabadi eds., Hoggar, Geneva (2001) 445.
- [10] B. F. Sorensen, Acta Mater., 50 (2002) 1053.
- [11] B. F. Sorensen, T. K. Jacobsen, Eng. Fract. Mech., 70 (2003) 1841.
- [12] I. Georgiou, H. Hadavinia, A. Ivankovic, A. J. Kinloch, V. Tropsa, J. G. Williams, J. Adhesion, 79 (2003) 239.
- [13] B. R. K. Blackman, H. Hadavinia, A. J. Kinloch, J. G. Williams, Int. J. Fract., 119 (2003) 25.
- [14] T. Pardo, T. Ferracin, C. M. Landis, F. Delannay, J. Mech. Phys. Solids, 53 (2005) 1951.
- [15] S. Maiti, P. H. Geubelle, Fracture Mechanics (2004).
- [16] Turon, Costa, Camanho, Dàvila, Composites, 38 (2007) 2270.
- [17] J. Lemaitre, J. of Eng. Mat. and Tech., 107 (1985) 83.
- [18] S. Krenk, Eng. Fracture Mech. 43 (1992) 549.
- [19] M. He, A. Evans. J. Compos. Technol. 14 (1992) 235.