



Soluzione geometrica per la misura del COD di una cricca circonferenziale su un tubo in flessione

N. Bonora, D. Gentile, G. Iannitti, A. Ruggiero

Università di Cassino, Di.M.S.A.T., via G. Di Biasio 43, 03043 Cassino (FR);

bonora@unicas.it; gentile@unicas.it

RIASSUNTO. Per l'applicazione del Leak Before Break Analysis per tubazioni in pressione risulta determinante la conoscenza dell'area dei difetti esistenti. In questo ambito, nel presente lavoro è stata presa in considerazione la soluzione analitica proposta da Bonora, [1]. È stata condotta una estesa simulazione numerica su tubi in flessione su 4 punti. Sono state analizzate cricche aventi differenti semi-lunghezze angolari ($\alpha/2 = 25^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ e 90°) e posizionate sia in asse che fuori asse rispetto al piano di applicazione del carico. ($\phi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$). A seguito di questa simulazione numerica si è visto che la formulazione di Bonora e la soluzione FEM danno risultati molto simili per cricche in asse con il piano di simmetria, mentre per cricche fuori asse ci sono delle differenze. Per tener conto di queste problematiche la soluzione proposta da Bonora è stata modificata con un fattore correttivo del COD massimo. Con le modifiche apportate anche il dato della cricca off-axis ha mostrato buon accordo tra il dato analitico e quello FEM. L'analisi è stata eseguita sia in campo lineare elastico che in condizioni elasto-plastiche. Per quest'ultimo caso è stato fatto riferimento al criterio del "net section collapse load". Inoltre sono state eseguite anche analisi considerando i carichi assiali dovuti a pressione interna.

PAROLE CHIAVE. Leak Before Break technique; COD; Cricca fuori-asse.

INTRODUZIONE

L'applicazione della tecnica del Leak Before Break (LBB) alla progettazione di sistemi di tubazioni utilizzati in impianti nucleari, consente di valutare se un difetto rilevato in esercizio è critico o no per l'integrità strutturale del componente. La velocità di efflusso e la valutazione dell'area di perdita associata con uno specifico difetto sono parametri necessari per le procedure di stima e previsione con la metodologia LBB. Per questo motivo è necessario definire la forma e distribuzione del Crack Opening Displacement (COD) del difetto sotto l'azione di carichi esterni, [1]. Molti studi sono presenti in letteratura per quanto concerne la determinazione della forma del COD in particolare per tubi sottoposti a flessione con una cricca circonferenziale a tutto spessore. Nel caso in cui la cricca è posizionata centralmente rispetto al piano di flessione su una sezione normale all'asse del tubo sono anche disponibili delle soluzioni analitiche del campo tensione-deformazione, [2-8].

Da osservazioni sperimentali [2-8] è emerso che il profilo del COD può essere descritto attraverso una geometria ellittica quando la cricca è centrata rispetto al piano di flessione. La legge del profilo ellittico può essere determinata come proiezione dell'intersezione di una superficie conica con la superficie cilindrica del tubo, sul piano tangente alla superficie media del cilindro e normale al piano di flessione, Fig. 1.

Tuttavia se le cricche sono fuori asse (off-centered cracks), queste soluzioni, come già detto, non sono più applicabili. Per questo tipo di condizioni Bonora ha presentato una soluzione analitica, per tubi soggetti a flessione ed a pressione interna, [1]. Questa soluzione è basata sull'analogia tra i profili del COD e le curve spaziali ottenute tramite intersezione di superfici coniche con la superficie cilindrica del tubo.

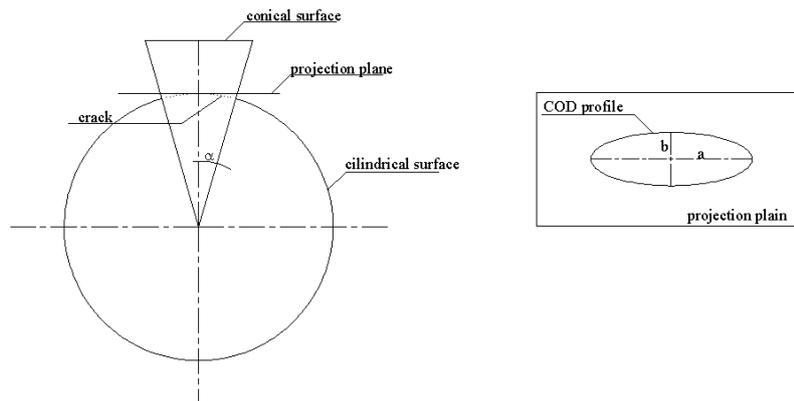


Figura 1: Profilo ellittico del COD

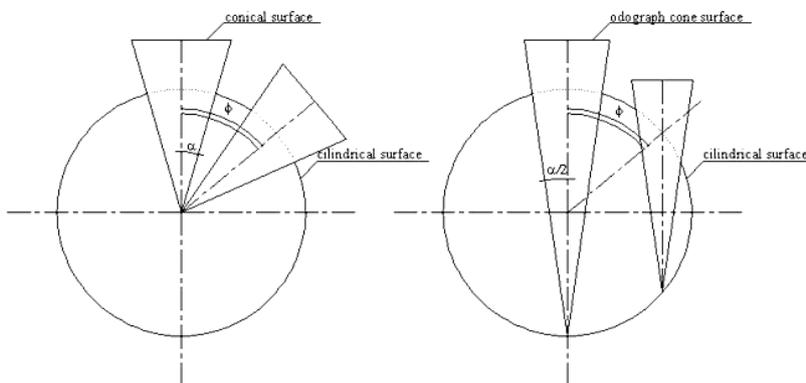


Figura 2: Cono odografo, [1].

Le equazioni proposte sono riassunte qui di seguito, [1].
La superficie conica è descritta dall'Eq. (1):

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{R^2} \\ a = R * \tan(\alpha) \\ b = \delta_0^{maxc} \end{cases} \quad (1)$$

ed il vertice del cono è situato sull'asse del cilindro, mentre la superficie cilindrica è descritta dall'Eq. (2):

$$\begin{cases} x^2 + z^2 = R^2 \\ y = k \end{cases} \quad (2)$$

dove R è il raggio medio del tubo, α è il semi angolo della lunghezza di cricca δ_0^{maxc} il COD massimo quando la cricca è centrata rispetto al piano di flessione.

L'intersezione tra queste due superfici è data dall'Eq. (3):

$$\begin{cases} y = b * \sqrt{\cos^2(\beta) - \frac{\sin^2(\beta)}{\tan^2(\alpha)}} \\ x = R * \sin(\beta) \\ z = R * \cos(\beta) \end{cases} \quad (3)$$

dove β è l'angolo generico della cricca compreso tra i due estremi possibili, ($\beta \in [-\alpha, \alpha]$), Fig. 1.

Quando la cricca è posizionata fuori asse il cono odografo trasla ed il suo vertice resta sul cilindro, Fig. 2. Il profilo del COD non è più una curva ellittica. Secondo il modello proposto da Bonora le equazioni divengono:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a'^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{(R+z)^2}{(2R)^2} \\ a' = 2R * \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ b = \delta_0^{maxc} \end{cases} \quad (4)$$



e la superficie di intersezione diviene:

$$\begin{cases} y = \frac{b}{2} * \sqrt{[\cos^2(\beta) + \cos^2(\varphi)] - \frac{\sin^2(\beta) - \sin^2(\varphi)}{\tan^2(\frac{\alpha}{2})}} \\ x = R * \sin(\beta) \\ z = R * \cos(\beta) \end{cases} \quad (5)$$

con φ l'angolo di fuori asse, Fig. 2.

E' emerso, tuttavia che la presenza di cricche fuori asse presenta alcune problematiche risolutive. In particolare la soluzione analitica per il calcolo del J-integral differisce in maniera molto evidente da quella numerica.

Nel presente lavoro è stata presa in considerazione la soluzione analitica proposta da Bonora, [1]. E' stata condotta una estesa simulazione numerica su tubi in flessione su 4 punti. A seguito di questa simulazione numerica si è visto che la formulazione di Bonora e la soluzione FEM danno risultati molto simili per cricche in asse con il piano di simmetria, mentre per cricche fuori asse sono emerse delle differenze. Per tener conto di queste discrepanze viene proposta una modifica alle equazioni sopra riportate che meglio definisce il problema.

CALCOLO FEM

Il calcolo FEM è stato eseguito in due fasi. In una prima fase è stato verificato il modello proposto da Bonora ed in una seconda fase, dopo aver modificato il modello, si è verificata la bontà delle variazioni proposte.

La geometria analizzata è quella corrispondente ad un test di flessione su quattro punti, Fig. 3.

Questa configurazione consente di semplificare notevolmente il modello numerico sfruttando le simmetrie esistenti. Le dimensioni sono riportate in Tab. 1.

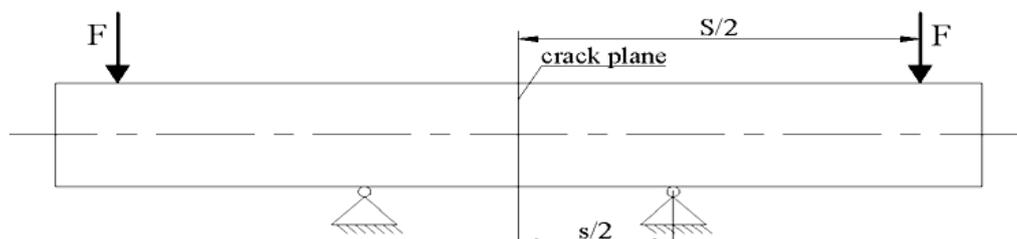


Figura 3: Test di flessione su 4 punti.

Outer span $S/2$	5272.72 mm
Inner span $s/2$	1890.90 mm
Outer radius R	400 mm
Inner radius r	300 mm
Young's modulus	193000 MPa

Tabella 1: Dimensioni e proprietà del tubo.

Sono state analizzate cricche aventi differenti semi-lunghezze angolari ($\alpha/2 = 25^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ e 90°) e posizionate sia in asse che fuori asse rispetto al piano di applicazione del carico. ($\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$).

In Fig. 4 è riportato un particolare della mesh in prossimità dell'apice della cricca.

Le condizioni di simmetria sono state date vincolando nella direzione dell'asse del tubo i nodi presenti nel piano di flessione senza includere i nodi appartenenti alla cricca. Il carico è stato applicato mediante un cilindro posto a contatto con la parte superiore del tubo e ad una distanza tale da generare il momento desiderato. La cerniera è stata realizzata utilizzando sempre una superficie cilindrica rigida posta ad una distanza dalla cricca tale da non influenzare lo stato tensionale della stessa. L'analisi è stata eseguita sia in campo lineare elastico che in condizioni elasto-plastiche. Per analizzare quest'ultimo caso è stato fatto riferimento al criterio del "Net Section Collapse Load", NSCL, [9].

Sono state eseguite anche analisi introducendo dei carichi assiali dovuti a pressione interna.

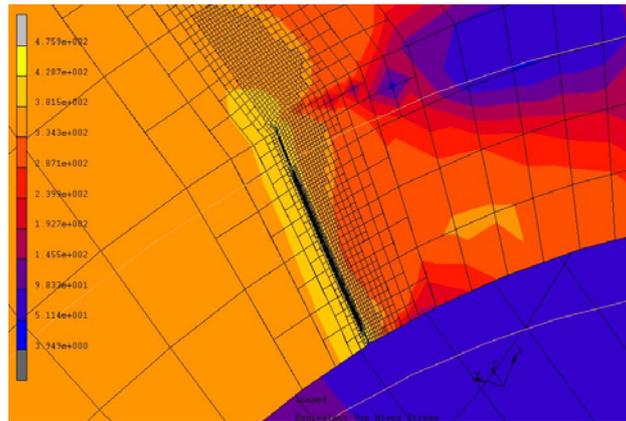


Figura 4: Particolare dell'apice della cricca.

ANALISI DEI RISULTATI

Analisi elastica solo flessione

Come primo caso si è svolta un'analisi lineare elastica con il solo carico di flessione. Il modello analitico di Bonora ha dato buoni risultati per l'analisi delle piccole e medie cricche ($\alpha = 25^\circ$ e 45°) sia in asse che fuori asse, Fig. 5 e 6.

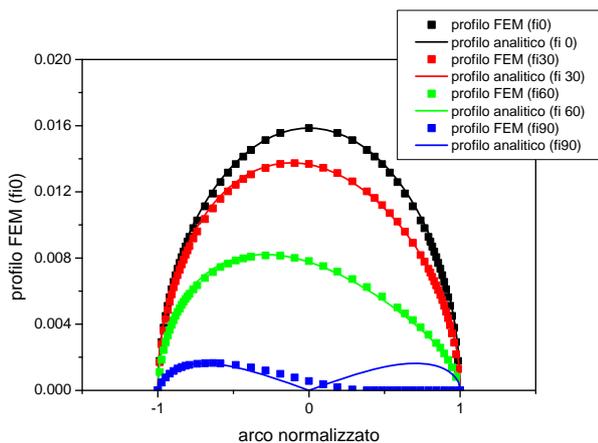


Figura 5: Cricca di semi-ampiezza angolare 25° (COD/2).

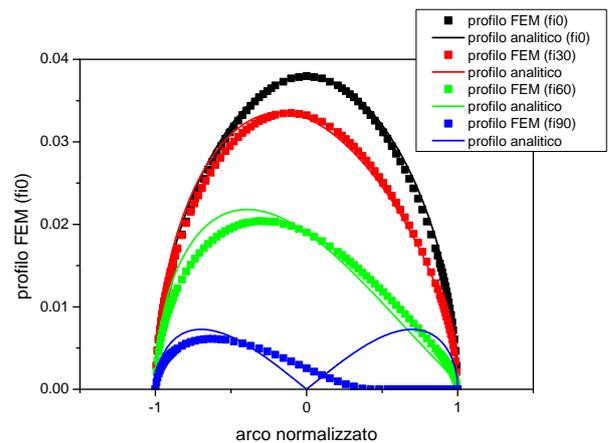


Figura 6: Cricca di semi-ampiezza 45° (COD/2).

Per quanto riguarda le cricche di dimensioni maggiori, ($\alpha = 60^\circ$ e 90°), sono stati riscontrati scostamenti crescenti tra il profilo del modello numerico e quello analitico al crescere dell'angolo di off-axes, Fig. 7 e 8.

In Tab. 2 è riportato il confronto tra il COD/2 massimo ricavato con il FEM è quello ricavato mediante l'EPRI [10] nella configurazione di cricca in posizione centrale, i valori risultano in buon accordo.

Dal confronto, riportato nelle Fig. 7 e 8, si può notare che al crescere dell'angolo di off-axes aumenta la differenza sul COD massimo della cricca.

Gli scostamenti per angoli elevati sono dovuti al fatto che, quando parte della cricca va al di sotto del piano di mezzeria del tubo, il modello di Bonora non tiene conto dei reali effetti di chiusura della cricca dovuti al carico di compressione del momento al di sotto dell'asse neutro. Poichè mentre il modello prevede chiusura di tutta la parte della cricca presente nella parte di tubo in compressione, l'analisi FEM evidenzia che questo avviene solo parzialmente.

Di conseguenza si è provveduto a modificare il modello di Bonora per ridurre il COD massimo nelle configurazioni di off-axes.

Sono stati pensati due differenti modi per correggere il metodo del cono odografo entrambi legati all'angolo di fuori asse della cricca.

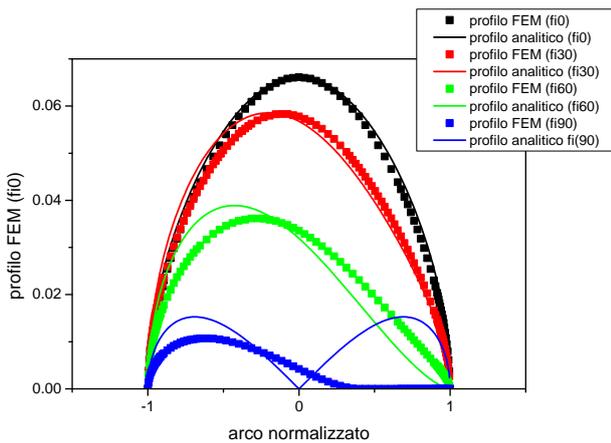


Figura 7: Cricca di semi-ampiezza 60° (COD/2).

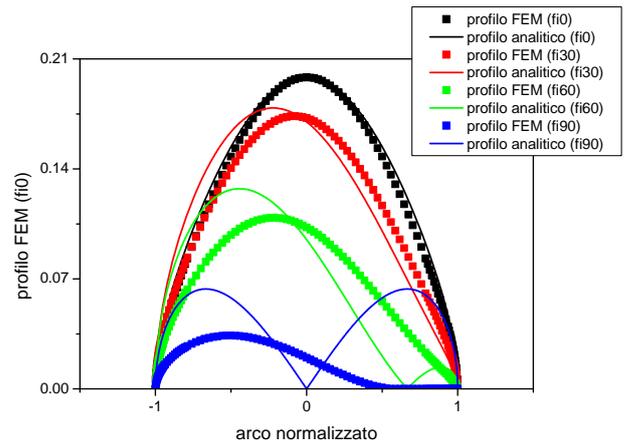


Figura 8: Cricca di semi-ampiezza 90° (COD/2).

	GE EPRI [mm]	FEM [mm]
Alfa25fi0	0.017	0.01585
Alfa45fi0	0.043	0.03795
Alfa60fi0	0.078	0.06611
Alfa90fi0	0.22	0.19836

Tabella 2: Confronto GE-EPRI con risultati FEM (COD/2 per cricca in asse).

Il primo consiste nel determinare l'angolo di rotazione della cricca $(\frac{\pi}{2} + \tau)$, rispetto alla posizione di riferimento, per il quale si ha la chiusura di metà cricca. Il secondo consiste nel determinare l'angolo di rotazione della cricca $(\frac{\pi}{2} + \tau)$, rispetto alla posizione di riferimento, per il quale il piano dei momenti passa per il piano di simmetria del tubo, Fig. 9.

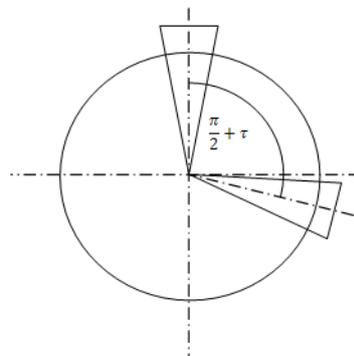


Figura 9: Angolo di rotazione della cricca

Il fattore di correzione nel primo caso sarà:

$$\cos\left(\frac{\tau}{\alpha} * \varphi\right)$$

mentre nel secondo caso sarà:

$$\cos\left(\frac{\tau}{2 * \alpha} * \varphi\right)$$

Nella Fig. 10 si riporta il confronto per il solo caso con $\alpha=45^\circ$, φ variabile ($\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$) e per il primo modo di correzione.

Nella Fig. 11 si riporta per il solo caso $\alpha = 45^\circ$, $\varphi = 60^\circ$, il confronto tra i due metodi di correzione proposti.

Dalle Fig. 10 e 11 si nota che i metodi proposti permettono di stimare in modo soddisfacente il COD massimo ottenuto dalla simulazione. In particolare il secondo metodo permette di ridurre ulteriormente la differenza tra le due analisi.

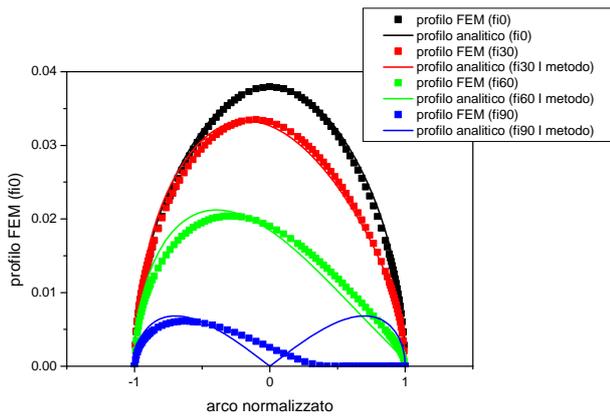


Figura 10: Cricca semi-ampiezza 45°(COD/2): correzione primo metodo.

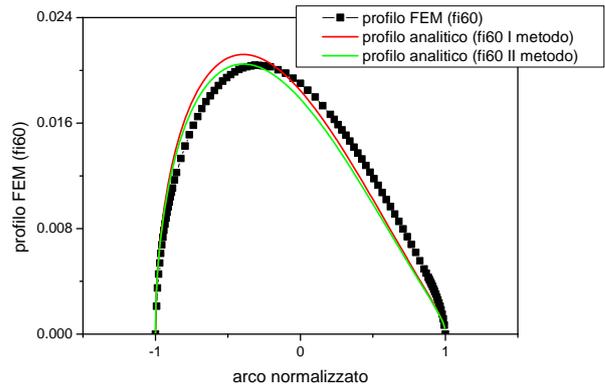


Figura 11: Confronto metodi di correzione per il solo caso $\alpha 45^\circ, \varphi 60^\circ$ (COD/2).

Analisi elastica con carichi di flessione e pressione interna.

Le analisi FEM, i cui risultati sono stati esposti sopra, sono state rieseguite introducendo l'azione dovuta alla presenza della pressione interna al tubo. Le sollecitazioni generate dalla pressione interna sono di tipo circonferenziale ed assiale. Solo la seconda delle due tensioni sollecita la cricca, quindi il carico dovuto alla sola pressione è stato inserito come carico di trazione applicato all'estremità del tubo opposta alla cricca. L'analisi è stata eseguita sempre in campo lineare elastico applicando, quindi, il principio di sovrapposizione degli effetti e studiando separatamente il caso di sola flessione e sola pressione interna e poi sommando i due risultati ottenuti.

Nelle Fig. 12 e 13 sono riportati rispettivamente il caso $\alpha 45^\circ, \varphi 0^\circ$ e $\alpha 45^\circ, \varphi 60^\circ$.

Il confronto dei dati relativi alla Fig. 11 con i dati EPRI hanno mostrato buon accordo, Tab. 3.

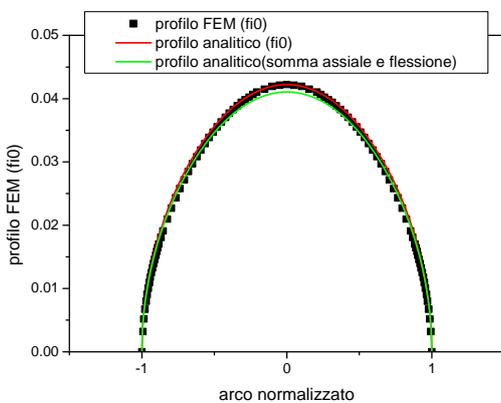


Figura 12: Caso flessione e pressione interna, $\alpha 45^\circ, \varphi 0^\circ$, (COD/2).

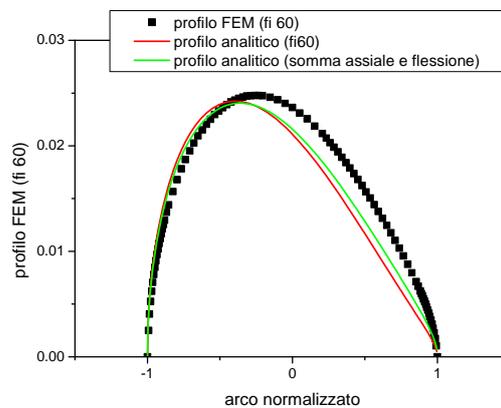


Figura 13: Caso flessione e pressione interna, $\alpha 45^\circ, \varphi 60^\circ$, (COD/2).

	GE EPRI [mm]	FEM [mm]
Alfa45fi0(tensione e flessione)	0.0486	0.422

Tabella 3: Confronto GE-EPRI con risultati FEM (COD/2 per cricca in asse).

Analisi in campo elasto-plastico

L'analisi nel caso elasto-plastico è stata eseguita utilizzando due differenti carichi a flessione. Questi sono stati scelti attraverso il metodo del Net Section Collapse Load (NSCL), [9]. In particolare sono stati analizzati i casi in cui si raggiunge il 50% ed il 100% del NSCL. Il momento di NSCL è di $1.13e+7$ N*m per un valore della tensione di rottura di 310 MPa. Quando si raggiunge, nel modello FEM, la chiusura della cerniera plastica la tensione raggiunta è di 310 MPa con una momento applicato di $1.20e+7$ N*m, Fig. 14.

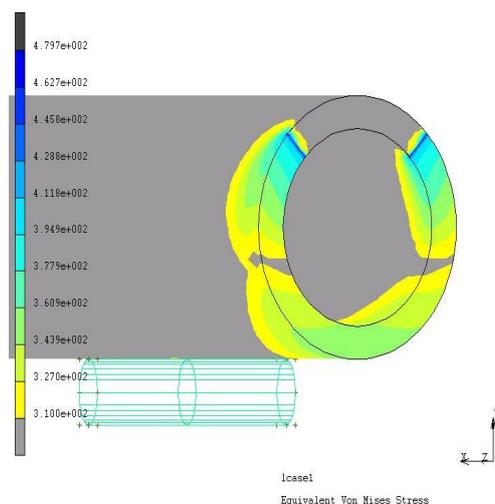


Figura 14: Cerniera plastica.

Il confronto del metodo di Bonora con l'analisi FEM è riportata nelle Fig. 15 e 16, per i soli casi di $\alpha 45^\circ$, $\varphi 0^\circ$ ed $\alpha 45^\circ$, $\varphi 60^\circ$. Risultati analoghi si ottengono anche per gli altri casi.

Nel caso del 100% del NSCL il profilo della cricca degenera e non può più essere approssimato con un profilo di tipo ellittico, mentre nel caso del 50% del NSCL, il profilo del difetto è ancora quello ellittico, Fig. 17 e 18.

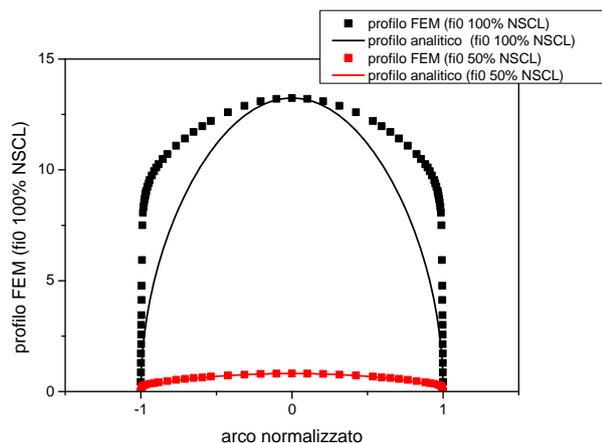


Figura 15: Caso elasto-plastico al 100% e 50% del NSCL, $\alpha 45^\circ$, $\varphi 0^\circ$, (COD/2).

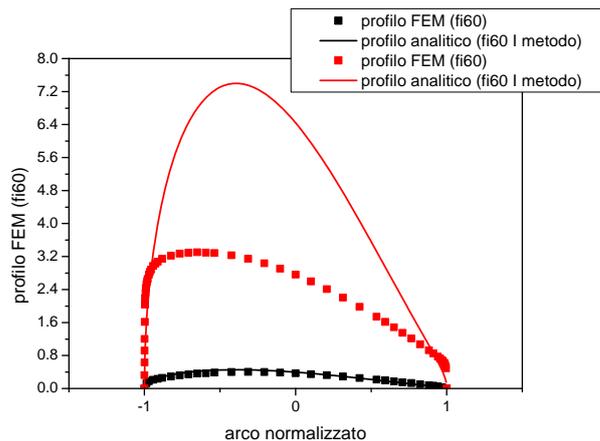


Figura 16: Caso elasto-plastico al 100% e 50% del NSCL, $\alpha 45^\circ$, $\varphi 60^\circ$, (COD/2).

Dalla Fig. 18 si nota che i metodi di correzione proposti non permettono di stimare in modo corretto il COD massimo. È stato, quindi, utilizzato un terzo metodo di correzione del COD massimo, sempre legato all'angolo di off-axes la cui funzione può essere rappresentata come $\sin(\varphi)$.

Dalla Fig. 19 si può notare che questo terzo metodo permette di approssimare in modo corretto il COD massimo della cricca.

CONCLUSIONI

Nel presente lavoro si è verificato il modello di determinazione dell'area di COD proposto da Bonora per un tubo sottoposto a flessione e pressione interna, sia per cricche circonferenziali in asse che fuori asse rispetto al piano del momento. Dal confronto tra la simulazione FEM ed il modello è emerso che per certe tipologie di cricche fuori asse il modello di Bonora può essere migliorato con delle opportune modifiche delle equazioni. Le modifiche proposte hanno determinato una maggiore rispondenza tra i risultati analitici e le simulazioni FEM. Ulteriore verifica



effettuata con i codici EPRI ha confermato la bontà della procedura proposta. Il passo successivo richiede una verifica sperimentale che è attualmente in corso. La determinazione dell'area della cricca sotto carico consente l'applicazione della metodologia di leak before break.

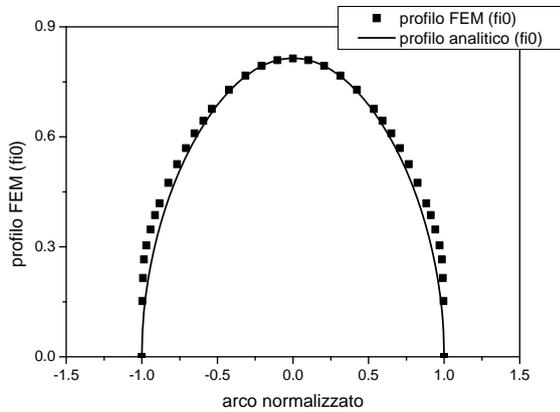


Figura 17: Caso elasto-plastico al 50% del NSCL, $\alpha 45^\circ$, $\varphi 0^\circ$, (COD/2).

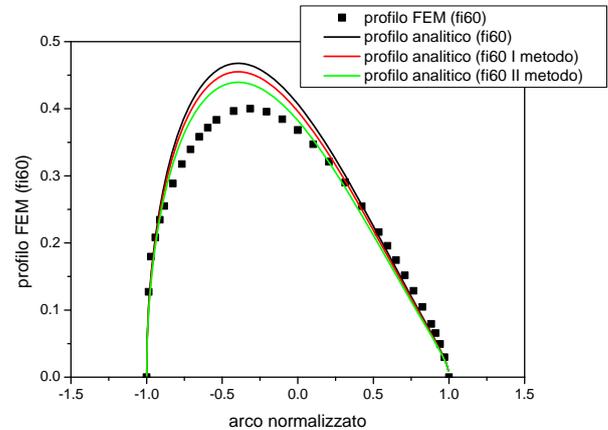


Figura 18: Caso elasto-plastico al 50% del NSCL, $\alpha 45^\circ$, $\varphi 60^\circ$, (COD/2).

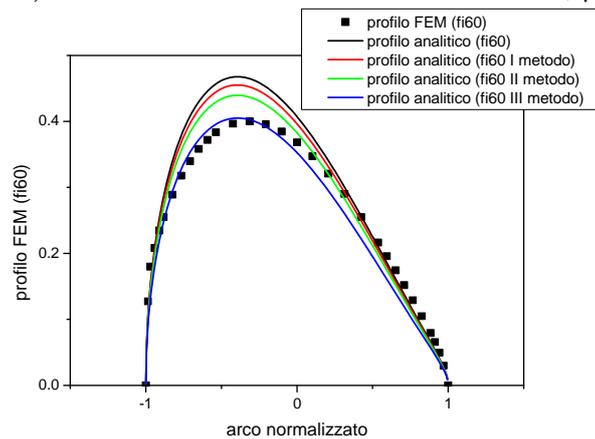


Figura 19: Caso elasto-plastico al 50% del NSCL, $\alpha 45^\circ$, $\varphi 60^\circ$, (COD/2).

BIBLIOGRAFIA

- [1] N. Bonora, *Int. J. of Fracture*, 75 (1996) 1.
- [2] S. Rahman, N. Ghadiali, G. Wilkowski, F. Moberg, B. Brickstad, *Int. J. of Pressure Vessels and Piping*, 75 (1998) 357.
- [3] S. Rahman, N. Ghadiali, G. Wilkowski, F. Moberg, B. Brickstad, *Int. J. of Pressure Vessels and Piping*, 75 (1998) 375.
- [4] S. Rahman, N. Ghadiali, G. Wilkowski, F. Moberg, B. Brickstad, *Int. J. of Pressure Vessels and Piping*, 75 (1998) 397.
- [5] K. Kishida, A. Zahoor, EPRI Special Report NP-5959-SR. Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute, (Agosto 1988).
- [6] F.W. Brust, NUREG/CR-4853. Washington, DC: US Nuclear Regulatory Commission, (Febbraio 1987).
- [7] V. Kumar, M. German, W. Wilkening, W. Andrews, H. deLorenzi, D. Mowbray, EPRI Final Report NP-3607. Palo Alto, CA: Electric Power Research Institute, (Agosto 1984).
- [8] G. Wilkowski, *J. of Pressure Vessel Technology*, ASME, 122 (2000) 267.
- [9] P.P Milella, N. Bonora, D. Gentile, *Proceedings of PVP2003*, ASME, Cleveland Ohio, USA (2003).
- [10] A. Zahoor, NP-6301-D Research Project, EPRI.