



## Formulazione moltiplicativa per la previsione dell'accumulo di deformazione a creep in fase primaria

Luca Esposito, Nicola Bonora, Andrew Ruggiero, Domenico Gentile

*Università di Cassino, Di.M.S.A.T., via G. di Biasio 43, 03043 Cassino (FR), Italia*

*l.esposito@unicas.it*

---

**RIASSUNTO.** Tradizionalmente le ricerche nell'ambito dello scorrimento viscoso alle alte temperature si sono concentrate sullo studio della fase secondaria stazionaria trascurando i fenomeni transitori ed in particolare quelli iniziali che si verificano durante la fase primaria. In particolari applicazioni tuttavia la descrizione accurata dell'accumulo di deformazione a creep durante il primario risulta di cruciale importanza. In questo lavoro viene presentata una formulazione strain based in grado di descrivere l'accumulo di deformazione durante il primario derivata dalle stesse condizioni di equilibrio che contraddistinguono il secondario. Ne consegue una scrittura moltiplicativa unificata che soddisfa le condizioni stazionarie e non. Il modello è stato testato sia per materiali che esibiscono un esteso secondario sia per materiali che sono caratterizzati da una rapida transizione primario terziario. In questo lavoro l'applicabilità è dimostrata per l'acciaio ad alto contenuto di cromo ASTM P91.

**PAROLE CHIAVE.** Creep; Energia di attivazione; Meccanismi dislocazionali.

---

### INTRODUZIONE

La fase primaria di un processo di accumulo di deformazione a creep è generalmente caratterizzata da un rapido decremento del creep rate e termina quando il rateo di creep si stabilizza, cioè quando si raggiungono le condizioni stazionarie tipiche della fase secondaria. Tradizionalmente gran parte delle ricerche in questo settore si sono concentrate nella comprensione del comportamento a creep durante la fase secondaria, in quanto è in tali condizioni stazionarie che il materiale trascorre gran parte della sua vita, sia in termini di strain che in termini di tempo. Tuttavia esistono applicazioni e materiali per i quali la fase primaria non può essere trascurata. Benchè infatti, l'accumulo di deformazione nel primario superi raramente l'unità percentuale, tale limite può risultare critico o comunque non trascurabile quando le deformazioni ammissibili sono pari a poche unità percentuali. Ad esempio nella progettazione di turbine, sia esse turbine di potenza che turbine aeronautiche, il raggiungimento del 2% di deformazione è assunto mediamente come limite per la vita in esercizio della palettatura. In questo specifico campo di applicazione, la sperimentazione di nuovi materiali, prevalentemente superleghe di Nichel che non sono esenti da primario, e la tendenza verso l'incremento delle temperature e delle sollecitazioni di esercizio, aumentano l'interesse verso queste tematiche e conferiscono allo studio del creep primario un forte impulso.

Edward Neville da Costa Andrade fu il primo ad osservare il fenomeno del creep primario e descriverlo mediante una formulazione time dependent:

$$\varepsilon_1 = At^m \quad m \cong \frac{1}{3} \quad (1)$$

Dopo Andrade si sono susseguite diverse teorie volte prevalentemente a descrivere in maniera fenomenologica l'accumulo di deformazione durante il primario trascurando i meccanismi e con l'esclusiva finalità di scalare le deformazioni accumulate durante il secondario per ottenere la deformazione totale a creep secondo la relazione:

---



$$\varepsilon_c = \varepsilon_I + \varepsilon_{II} \quad (2)$$

L'equazione (2) implica che, affinché il primario abbia il solo effetto di scalare le deformazioni accumulate durante la fase stazionaria, il primario deve essere descritto mediante una funzione saturante, cioè tale che con il procedere del tempo e/o della deformazione tenda ad un valore costante.

Evans e Wishire e altri [1,2] hanno proposto la seguente funzione saturante in tempo:

$$\varepsilon_I = \theta_1 (1 - \exp(-\theta_2 t)) \quad (3)$$

con  $\theta_1$  e  $\theta_2$  a loro volta funzioni di sforzo e temperatura.

Souni [3] ha osservato una dipendenza lineare del creep rate primario in funzione del creep strain in un diagramma doppio logaritmico che si traduce nella seguente formulazione saturante in strain:

$$\dot{\varepsilon}_I = A\varepsilon^{-p} \quad (4)$$

con  $A$  e  $p$  entrambi funzione dello sforzo.

Le formulazioni riportate in (3) e (4), come tutte le formulazioni che sfruttano la (2), considerano la fase primaria di creep come un processo di accumulo di deformazione distinto e separato dalle altre fasi il cui rateo tende ad annullarsi in tempo o in strain.

In questo lavoro viene proposta una formulazione per il primario derivata dalla considerazione che i meccanismi responsabili del creep sono i medesimi sia in fase primaria sia in fase stazionaria. E' noto infatti che il secondario è il risultato dell'equilibrio tra processi di hardening e processi di recovery invece in un primario standard prevalgono i processi di hardening che, limitando il moto dislocazionale, hanno l'effetto di ridurre il rateo di creep. Ne consegue che primario e secondario devono essere descrivibili con una scrittura unificata in cui il secondario è l'evoluzione della fase primaria.

## FORMULAZIONE DEL MODELLO

**G**ran parte delle teorie basate sui meccanismi dislocazionali ricavano il creep rate in condizioni stazionarie dalla nota relazione di Orowan [4]:

$$\dot{\varepsilon}_{II} = \rho_{ss} \cdot \bar{v}_{ss} \cdot b \quad (5)$$

con  $\rho_{ss}$  densità delle dislocazioni mobili allo steady state,  $\bar{v}_{ss}$  velocità media delle dislocazioni allo steady state e  $b$  Burgers vector. Rispetto alle condizioni stazionarie descritte mediante la (5), durante il primario sia la densità delle dislocazioni mobili che la velocità media dislocazionale possono variare. Generalmente si assume che la densità totale delle dislocazioni cresca con lo strain per incrudimento mentre la velocità dislocazionale media decresca. L'andamento delle dislocazioni mobili dovrebbe seguire quello della velocità ma per semplicità possiamo assumere che l'abbattimento del creep rate in un normale primario sia totalmente imputabile alla riduzione della velocità media dislocazionale. Detto quindi  $\dot{\varepsilon}_c$  il generico valore del creep rate, anche in condizioni non stazionarie, e  $\bar{v}$  la generica velocità media non necessariamente di steady state, deve essere verificata la seguente relazione:

$$\frac{\dot{\varepsilon}_c}{\dot{\varepsilon}_{II}} = \frac{\bar{v}}{\bar{v}_{ss}} \quad (6)$$

Scrivendo le velocità medie in funzione del coefficiente di diffusione del materiale possiamo esplicitare la loro dipendenza dalla energia di attivazione dei processi di creep,  $Q$ , che in condizioni stazionarie indichiamo con  $Q_{ss}$ , e riscrivere la (6) nel modo seguente:

$$\frac{\dot{\varepsilon}_c}{\dot{\varepsilon}_{II}} = \frac{\bar{v}}{\bar{v}_{ss}} = \frac{\exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)}{\exp\left(-\frac{Q_{ss}}{RT}\right)} \quad (7)$$



con  $R$  pari alla costante universale dei gas e  $T$  la temperatura assoluta.

L'energia di attivazione è una costante esclusivamente in condizioni stazionarie [5] dove assume un valore di massimo. Nella prima fase di accumulo di deformazione a creep l'energia di attivazione tipicamente cresce perché lo sforzo interno ( $\sigma_i$ ), che si oppone al moto delle dislocazioni, cresce per poi stabilizzarsi. Lo sforzo nominale ( $\sigma_n$ ) macroscopico esterno, mantenuto costante durante un test di creep, può essere decomposto in uno sforzo effettivo ( $\sigma^*$ ) e uno sforzo interno [6]:

$$\sigma_n = \sigma^* + \sigma_i \quad (8)$$

Qualitativamente l'andamento dello sforzo nominale esterno e dello sforzo interno sono diagrammati in Fig. 1. Il primario termina quando lo sforzo interno raggiunge un valore di saturazione. Il secondario è dovuto allo sforzo effettivo residuo ( $\sigma_r$ ) pari ad una porzione dello sforzo nominale.

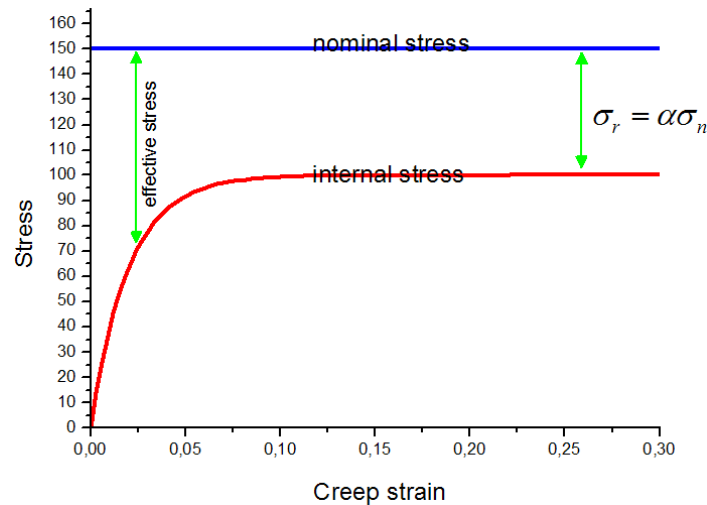


Figura 1: Andamento qualitativo di sforzo interno e sforzo nominale durante un test di creep. Il primario termina quando lo sforzo interno raggiunge un valore stazionario.

Per l'energia di attivazione possiamo assumere la seguente dipendenza dal rateo dello sforzo interno:

$$Q = Q_{ss} - \Omega \frac{\partial \sigma_i}{\partial \varepsilon} \quad (9)$$

oppure in modo equivalente dal rateo dello sforzo effettivo:

$$Q = Q_{ss} + \Omega \frac{\partial \sigma^*}{\partial \varepsilon} \quad (10)$$

Dalle equazioni (9) e (10) possiamo verificare la coincidenza di  $Q$  e  $Q_{ss}$  solo in condizioni stazionarie quando sforzo interno e sforzo effettivo hanno ratei nulli.

La dipendenza dello sforzo interno dalla deformazione è stata ipotizzata nel modo seguente:

$$\sigma_i = \sigma_r (1 - \exp(-k\varepsilon)) = \alpha \sigma_n (1 - \exp(-k\varepsilon)) \quad \text{con } 0 < \alpha \leq 1 \quad (11)$$

Combinando le equazioni (11), (9) e (7) otteniamo:

$$\frac{\dot{\varepsilon}_c}{\dot{\varepsilon}_{II}} = \exp\left(\frac{\bar{\Omega} \sigma_n \exp(-k\varepsilon)}{RT}\right) \quad (12)$$

L'equazione (12) ci fornisce il termine che moltiplicato per il valore del creep rate stazionario ci consente di descrivere contemporaneamente primario e secondario, indipendentemente dal modello utilizzato per prevedere lo steady state o il minimum creep rate. Per l'utilizzo della (12) è necessario identificare i parametri  $\bar{\Omega}$  e  $k$ . Dal parametro  $\bar{\Omega}$  dipenderà il creep rate iniziale mentre  $k$  controlla la durata del primario in strain.



**APPLICAZIONE**

L'applicabilità del modello proposto è stata verificata sia per materiali che esibiscono un esteso secondario sia per materiali che sono caratterizzati da una rapida transizione primario terziario. In questo lavoro l'applicabilità è dimostrata per l'acciaio ASTM P91 ad alto contenuto di cromo. Per ogni prova sperimentale sono stati determinati i valori  $\bar{\Omega}$  e  $k$  mediante una procedura di fitting ed i risultati relativi a diversi livelli di sollecitazione e temperatura sono mostrati in Fig. 2 e Fig. 3. La formulazione è stata implementata nel codice numerico agli elementi finiti MSC/Marc e l'accumulo di deformazione nel primario e nel secondario è stato simulato con successo come mostrato in Fig. 4.

Per il materiale investigato i parametri  $\bar{\Omega}$  e  $k$  non sembrano dipendere dalla temperatura mentre è stata riscontrata una chiara dipendenza dallo sforzo applicato esterno, Fig. 5.

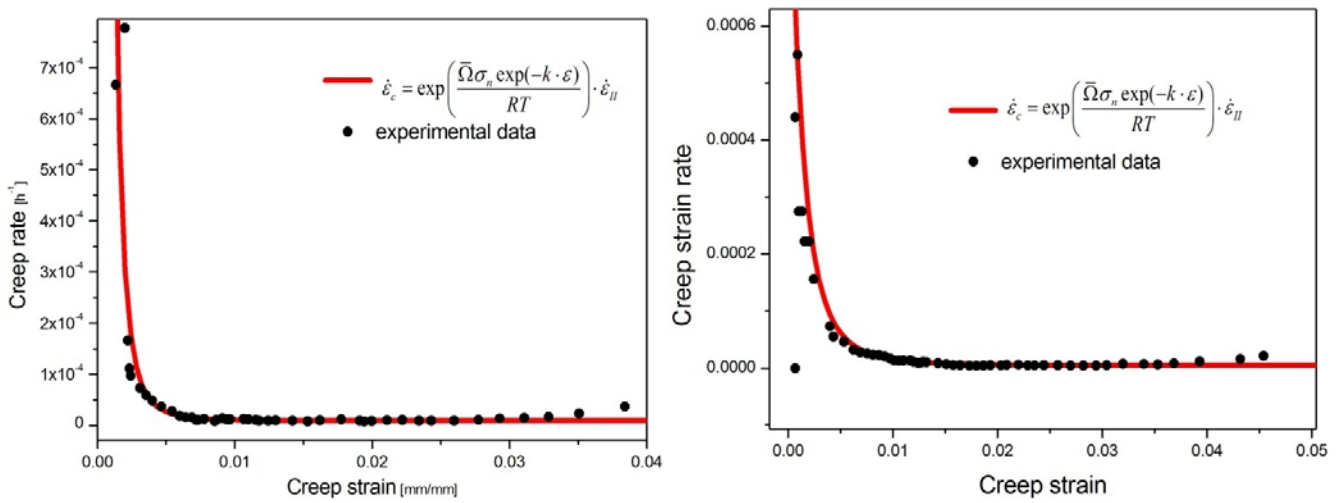


Figura 2: Confronto tra modello e andamento sperimentale del creep rate in funzione del creep strain. I grafici sono relativi a due temperature e due livelli di sforzo; a) 600°C  $\sigma_n=130$ MPa, b) 550°C  $\sigma_n=200$ MPa.

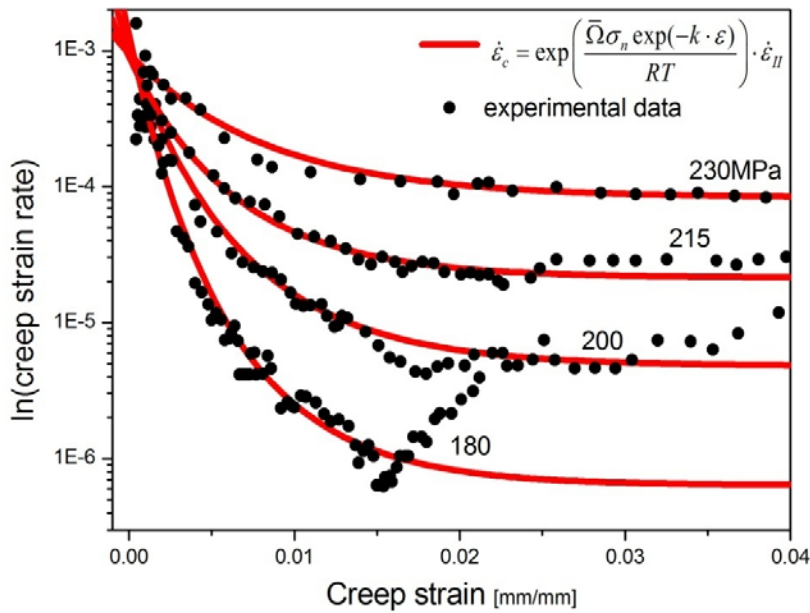


Figura 3: Variando  $\bar{\Omega}$  e  $k$  il modello è in grado di descrivere con grande accuratezza il creep rate della fase primaria. Prove sperimentali relative a 550°C e differenti sollecitazioni.

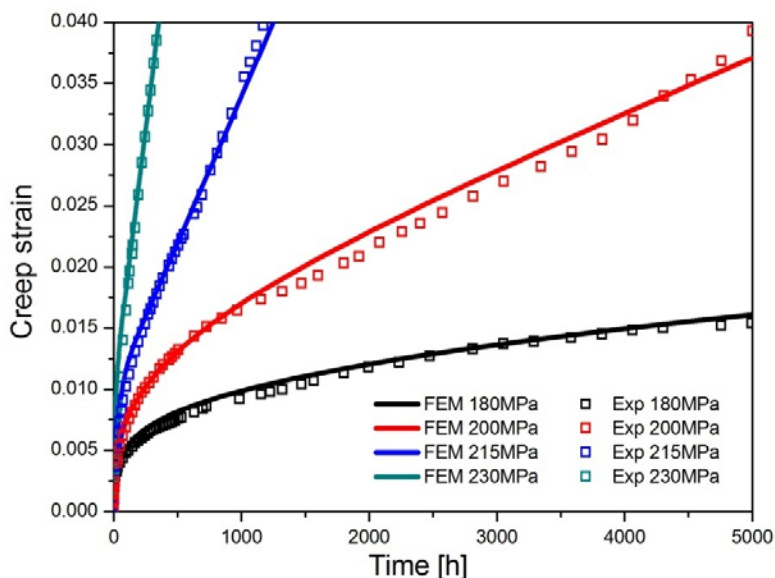


Figura 4: Simulazione del comportamento a creep dell'acciaio ASTM P91 a 550°C dopo implementazione del modello in codice numerico agli elementi finiti.

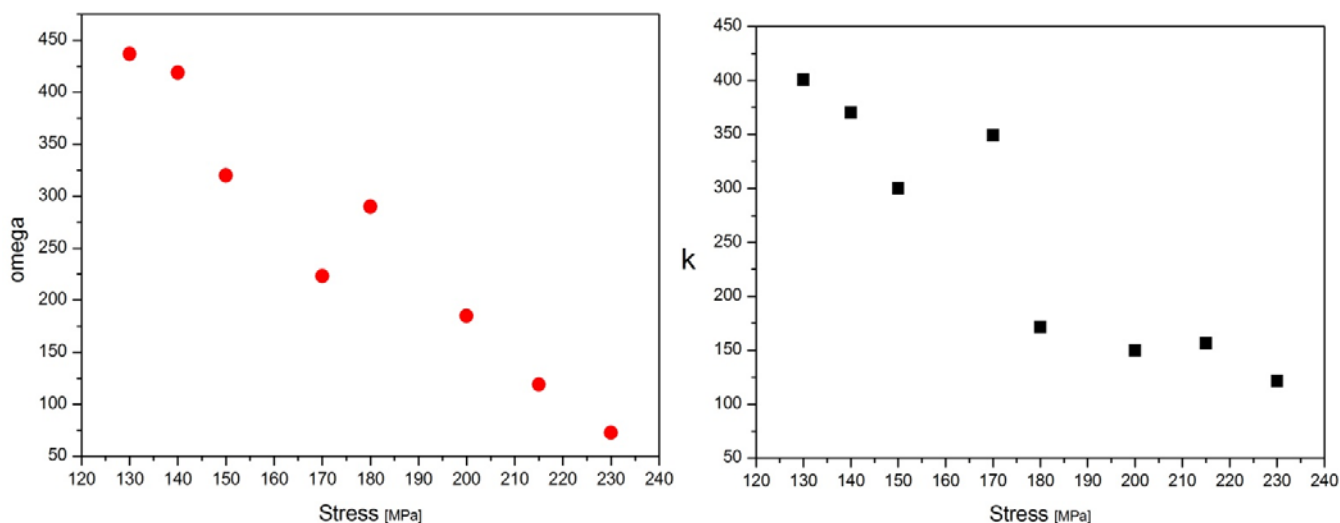


Figura 5: Dipendenza dei parametri  $\bar{\Omega}$  e  $k$  dallo sforzo esterno applicato.

## CONCLUSIONI E DISCUSSIONE

Una scrittura unificata che descrive l'evoluzione del creep rate nel primario e converge naturalmente al secondario è stata ricavata esplicitando la dipendenza dell'energia di attivazione dallo sforzo effettivo. Le caratteristiche di tale formulazione si possono riassumere come segue:

- 1) Il termine che descrive l'evoluzione del creep rate nel primario, Eq. (12), è espresso in strain e non in tempo.
- 2) Il termine per descrivere il primario va moltiplicato per il creep rate stazionario e non addizionato.
- 3) I parametri da identificare sono due e risultano indipendenti dalla temperatura e facilmente correlabili allo sforzo applicato esterno.

L'Eq. (12) è compatibile con qualsiasi modello utilizzato per la previsione del secondario o del minimum creep rate.



## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] R. W. Evans, B. Wilshire, *Creep of Metals and Alloys*, The Institute of Metals, London (1985).
- [2] L. Esposito et al., *Modello CDM impiegato nella previsione del comportamento a Creep dell'acciaio ASTM P91- Proc. AIAS06*.
- [3] M. ES-Souni, *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 2 (1999) 211.
- [4] L. Esposito, N. Bonora, *Frattura ed integrità strutturale*, 5 (2008) 22.
- [5] F. Dobes , K. Milicka, *Materials Science and Engineering A*, 462 (2007) 380.
- [6] J.L.Martin et al., *Materials Science and Engineering A*, 332 (2002) 118.