



Effetto del tipo di fibre sul comportamento fessurato di prismi in calcestruzzo inflessi

Nicola Buratti, Claudio Mazzotti, Marco Savoia
Università di Bologna, nicola.buratti@mail.ing.unibo.it

Hendrik Thooft
Consorzio Tecnico Produttori Fibre Acciaio

RIASSUNTO. Il presente lavoro descrive i risultati di un'estesa campagna sperimentale relativa al comportamento flessionale di prismi in calcestruzzo fibrorinforzato. Sono state condotte prove di flessione a tre punti su provini con intaglio caratterizzati da diversi tipi e quantitativi di fibre metalliche e polimeriche. Le prove sono state condotte in accordo alle norme EN 14645:2005 e EN 14845:2006. I risultati sperimentali hanno mostrato come le proprietà geometriche e meccaniche delle fibre possano modificare il suo comportamento post-fessurativo. Infatti, l'efficienza delle fibre nel trasferimento della tensione attraverso la fessura controlla la tenacità del calcestruzzo fibrorinforzato.

I dati ottenuti dalla campagna sperimentale sono stati utilizzati come input per una procedura di analisi inversa, basata su di un semplice modello analitico, volta alla definizione della relazione tensione-apertura di fessura dei diversi calcestruzzi fibrorinforzati.

PAROLE CHIAVE. Calcestruzzo; Fibre metalliche; Fibre polimeriche; Tenacità; Fessurazione; Prove sperimentali; Legame costitutivo.

INTRODUZIONE

Il calcestruzzo fibrorinforzato è un calcestruzzo, normale o ad alta resistenza, al quale vengono aggiunte fibre, in acciaio, materiale polimerico, inorganico (carbonio o vetro) o in materiale naturale.

Le proprietà di tale composito dipendono ovviamente dalle caratteristiche dei materiali componenti e dai loro dosaggi; in particolare, oltre alle caratteristiche meccaniche della matrice, sono particolarmente importanti la percentuale volumetrica, le caratteristiche geometriche e meccaniche della fibra e l'aderenza tra fibra e matrice. Le fibre contribuiscono principalmente durante la propagazione della fessurazione nel calcestruzzo, incrementando significativamente l'energia assorbita durante il processo di frattura, conferendo una notevole tenacità al materiale. La loro aggiunta, infatti, conferisce al calcestruzzo una significativa resistenza residua a trazione dopo la fessurazione [1].

Si sono progressivamente diffuse negli ultimi anni numerose applicazioni strutturali dei calcestruzzi rinforzati con fibre in acciaio [1]: pannelli portanti di facciata, pavimentazioni industriali, conci prefabbricati e rivestimenti definitivi di tunnel [2], travi, giunti o nodi strutturali [3]. Altre applicazioni riguardano: elementi di copertura di spessore sottile [2], strutture destinate ad assorbire urti e/o resistere alla fatica (collettori o tubazioni per elevate pressioni, traversine ferroviarie, pali ad alta resistenza, ecc.), travi precomprese prefabbricate. In tutte queste applicazioni l'utilizzo di fibre metalliche o polimeriche consente di ridurre significativamente, e talvolta eliminare, le usuali elevate percentuali di armatura tradizionale.

La presente memoria descrive i risultati di un'ampia campagna sperimentale, svolta presso il Laboratorio Prove Strutture (LaPS) dell'Università di Bologna, nella quale sono stati sottoposti a prova di flessione a tre punti prismi in calcestruzzo



fibrorinforzato contenenti diversi dosaggi e tipi di fibre metalliche e polimeriche. In particolare l'uso di queste ultime si sta recentemente diffondendo, anche se il livello della conoscenza sul loro comportamento meccanico è ancora limitato. Al fine di confrontare l'efficacia delle diverse fibre, tutti i provini sono stati realizzati con la medesima miscela di calcestruzzo, le cui componenti sono state individuate nel corso di un'approfondita fase di qualifica preliminare alle prove.

I risultati sono successivamente stati utilizzati per definire, attraverso una procedura di analisi inversa e l'uso di un semplice modello a concio fessurato, il legame costitutivo, in termini di tensione - apertura di fessura, per i diversi calcestruzzi analizzati.

DESCRIZIONE DELLA CAMPAGNA SPERIMENTALE

Tutte le prove qui descritte sono state condotte seguendo le prescrizioni delle norme EN 14651:2005 e EN 14845:2006 [4, 5]. I paragrafi seguenti illustrano gli aspetti salienti della campagna sperimentale.

Calcestruzzo di riferimento

In questo studio sperimentale è stato utilizzato un calcestruzzo di caratteristiche meccaniche conformi a quelle prescritte dalla norma EN 14845:2006 [5], ovvero con tensione nominale al limite di proporzionalità, misurata a 28 giorni su provini privi di fibre, compresa nell'intervallo 4.3 ± 0.3 MPa. Per definire una miscela con queste caratteristiche sono stati realizzati alcuni campioni preliminari, che sono stati sottoposti a prova di flessione a tre punti valutando, per ciascuno di essi, la tensione nominale al limite di proporzionalità.

Durante la fase preliminare di qualifica sono state studiate dodici diverse miscele di calcestruzzo, utilizzando tre diversi valori del rapporto acqua - cemento e quattro diverse tipologie di aggregati. Al termine di tale fase si è giunti alla definizione della miscela di riferimento, le cui caratteristiche sono riportate in Tab. 1, che è successivamente stata utilizzata per il confezionamento di tutti i provini in calcestruzzo fibrorinforzato.

Componente	Unità di misura	Quantità
Cemento	kN/m ³	3.511
Sabbia (0-2 mm)	kN/m ³	1.135
Sabbia (0-5 mm)	kN/m ³	8.013
Pietrisco (8-15 mm)	kN/m ³	6.743
Pietrisco (15-22 mm)	kN/m ³	3.204
Acqua	l/m ³	174.4
Additivo superfluidificante	l/m ³	2.68

Tabella 1: Miscela utilizzata per confezionare i prismi di calcestruzzo.

Modalità di prova

Le modalità di prova adottate sono conformi alle prescrizioni della norme EN 14651:2005 [4] e EN 14845:2006 [5]. I provini prismatici (Fig. 1), sottoposti a prova di flessione a tre punti, hanno dimensione 150x150x550 mm e in mezzeria sono intagliati, tramite sega rotante con lama diamantata, per una profondità di 25 mm, al fine di controllare la zona di innesco del processo di fessurazione. Tutte le prove sono state eseguite dopo avere lasciato per 28 giorni i prismi a maturare in vasche contenenti acqua alla temperatura controllata di 20 °C.

Nel corso di ogni prova sono stati misurati il valore della forza, tramite una cella di carico con capacità di 50 kN, e l'ampiezza della fessura alla base dell'intaglio (Crack Mouth Opening Displacement – CMOD), tramite un trasduttore di spostamento resistivo. Le prove sono state condotte in controllo di CMOD secondo quanto prescritto dalla norma EN 14651:2005 [4].

In Fig. 2 è riportato il tipico andamento della curva forza – CMOD ottenuta durante le prove sperimentali. Con riferimento a tale curva, è opportuno definire alcune quantità di particolare interesse, i cui valori saranno riportati e discussi nel seguito: la forza al limite di proporzionalità F_L , definita come il massimo valore di forza registrato per valori di CMOD compresi tra 0 e 0.05 mm e le forze residue per CMOD pari a $CMOD_1 = 0.5$ mm, $CMOD_2 = 1.5$ mm, $CMOD_3 = 2.5$ mm e $CMOD_4 = 3.5$ mm, indicate nel seguito rispettivamente con F_1 , F_2 , F_3 , F_4 . Tali forze possono essere convertite in termini di tensioni nominali, dividendo il momento flettente nella sezione di mezzeria per il modulo di



resistenza della sezione al netto dell'intaglio. Le tensioni nominali corrispondenti alle forze sopra elencate saranno indicate nel seguito rispettivamente con i simboli $f_{ct,L}^f$, f_1 , f_2 , f_3 e f_4 .

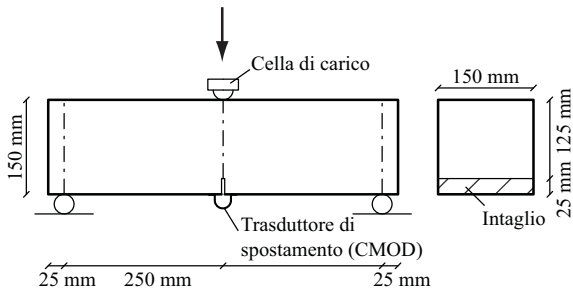


Figura 1: Geometria dei provini sottoposti a prova di flessione a tre punti.

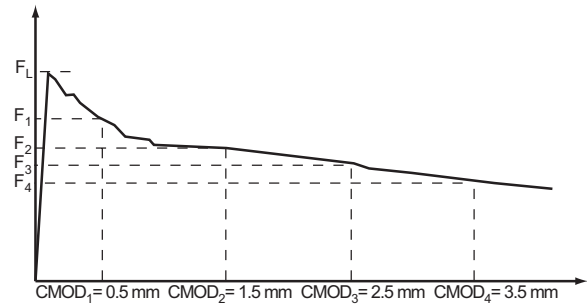


Figura 2: Andamento qualitativo della curva forza - CMOD con individuazione dei punti significativi

Il programma sperimentale

Nell'ambito di questa campagna sperimentale sono state utilizzate quattro diverse tipologie di fibre (Fig. 3): tre tipi di fibre macrosintetiche e uno di fibra metallica, le cui principali caratteristiche geometriche e meccaniche (lunghezza l_f , diametro equivalente d_f , modulo elastico E , tensione di rottura f_i) sono riassunte in Tab. 2.

Per ciascuna tipologia di fibra sono stati utilizzati due diversi dosaggi. Per ciascuna combinazione di dosaggio e tipologia di fibra sono stati confezionati 7 provini prismatici da sottoporre a prova di flessione a tre punti, 2 cubi 15 x 15 cm da sottoporre a prova di rottura per compressione, 1 cilindro 15 x 30 cm (ϕ x h) per la determinazione del modulo elastico.

In Tab. 3, sono indicati i dosaggi utilizzati per ciascuna tipologia di fibra, espressi sia in massa per metro cubo che in percentuale di volume, V_f . Tali dosaggi sono stati scelti in modo tale che, per ciascuna tipologia di fibra, quello più basso fosse simile a quello consigliato dal produttore e il maggiore fosse vicino al limite di lavorabilità del calcestruzzo fibrorinforzato. Nel seguito, le diverse combinazioni di dosaggi e tipologie di fibre verranno indicati tramite i codici riportati nella prima colonna della Tab. 3. Per tutti i provini il calcestruzzo è stato realizzato utilizzando la miscela riportata in Tab. 1, eccetto che per la quantità di additivo, riportata in Tab. 4, che è stata scelta per ottenere un prefissato livello di slump (circa 15 – 17 cm).

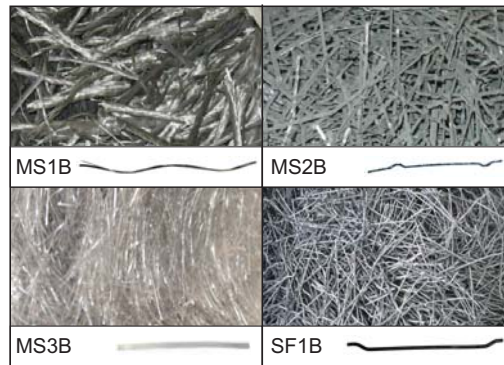


Figura 3: Tipologie di fibre utilizzate nella campagna sperimentale.

Tipo	Cod.	l_f [mm]	d_f [mm]	l_f/d_f	E [GPa]	f_i [MPa]
Acciaio	SF1B	50	1	50	210	1100
Sintetico	MS1B	54	0.34	158	-	620
						- 758
Sintetico	MS2B	40	0.83	48	11.3	400
						- 800
Sintetico	MS3B	40	0.44	90	9.5	620

Tabella 2: Caratteristiche geometriche e meccaniche delle fibre studiate (dati dichiarati dai produttori).



Codice miscela	Codice Fibra	Quantità [kg/m ³]	V _f [%]
MS1B_2	MS1B	2	0.22
MS1B_4_8	MS1B	4.8	0.53
MS2B_5	MS2B	5	0.37
MS2B_10	MS2B	10	0.74
MS3B_2	MS3B	2	0.22
MS3B_4_8	MS3B	4.8	0.52
SF1B_20	SF1B	20	0.26
SF1B_35	SF1B	35	0.45

Tabella 3: Dosaggi di fibre utilizzati nel presente studio.

Codice miscela	Additivo [l/m ³]	Slump [cm]	Temp. di idratazione [°C]	Massa [kg/m ³]
MS1B_2	4.73	19	27.5	2434
MS1B_4.8	2.70	17.5	22.6	2454
MS2B_10	3.04	15	23.6	2445
MS2B_5	3.04	15	23.3	2448*
MS3B_2	3.38	15	25.3	2438*
MS3B_4_8	3.38	13	23.7	2426*
SF1B_20	2.70	17	23.2	2462*;
SF1B_35	2.70	16	22.1	2444; 2466*

* Con fibre.

Tabella 4: Proprietà del calcestruzzo fresco.

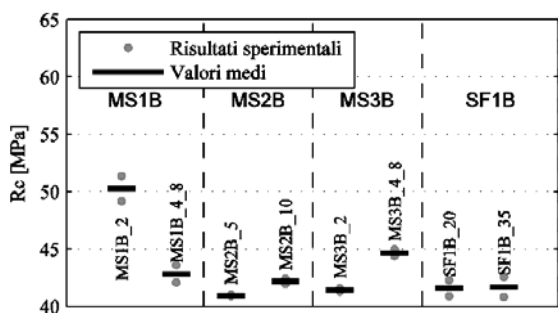


Figura 4: Resistenza a compressione misurata su provini cubici corrispondenti ai vari getti di calcestruzzo fibrorinforzato.

Codice	Modulo elastico [MPa]	R _m [MPa]
MS1B_2	37248.9	50.2
MS1B_4_8	30418.2	42.8
MS2B_5	31271.1	40.9
MS2B_10	32171	42.1
MS3B_2	-	41.4
MS3B_4_8	-	44.6
SF1B_35	-	41.7

Tabella 5: Moduli elastici e resistenze a compressione medie dei calcestruzzi fibrorinforzati appartenenti ai diversi gruppi.

RISULTATI DELLA CAMPAGNA SPERIMENTALE

Caratteristiche del calcestruzzo fresco

Per potere condurre uno studio comparativo tra le proprietà meccaniche dei calcestruzzi rinforzati con fibre diverse, la costanza e ripetibilità di produzione del calcestruzzo bianco (privo di fibre) è chiaramente di grande importanza. Come anticipato al paragrafo *Descrizione della campagna sperimentale – Calcestruzzo di riferimento*, per la definizione del calcestruzzo di riferimento è stata utilizzata la norma EN 14845:2006 [5].

Durante le fasi di miscelazione e di getto dei calcestruzzi sono state misurate alcune proprietà del calcestruzzo fresco bianco: lo slump, misurato con il cono di Abrams, la temperatura di idratazione e la massa volumica. I valori di tali proprietà sono riportati in Tab.4.

Per alcuni calcestruzzi, la lavorabilità è stata misurata anche secondo il test di Vebe, fornendo risultati che si sono attestati stabilmente a valori prossimi a 2 secondi. Le proprietà del calcestruzzo fresco si sono mantenute sufficientemente costanti durante lo svolgimento di tutti i getti.

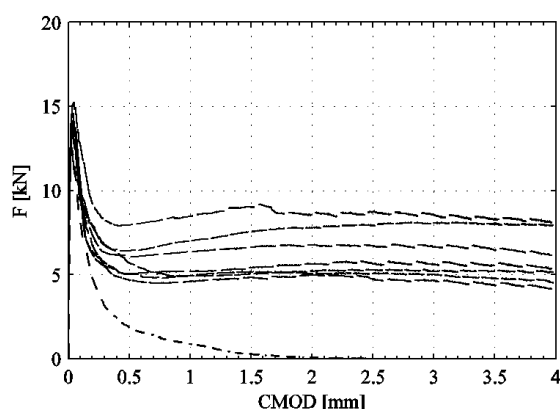


Figura 5: Curve forza - CMOD per i prismi del gruppo SF1B_20 (linee continue) e per un prisma non fibrorinforzato (linea tratteggiata).

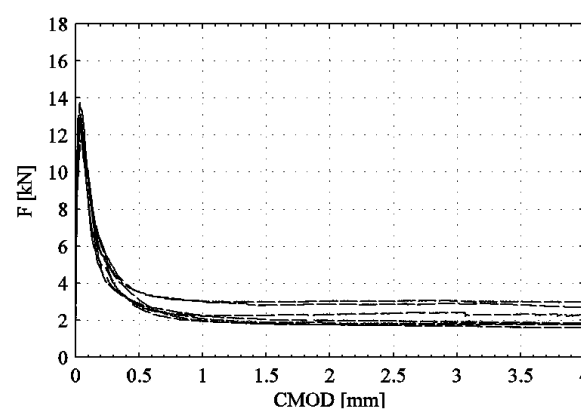


Figura 6: Curve forza - CMOD per i prismi del gruppo MS3B_2.

Proprietà meccaniche della matrice cementizia

Per ogni getto sono stati realizzati due provini cubici che, a 28 giorni di maturazione, sono stati sottoposti a prova di rottura per compressione. In Fig. 4, sono riportati gli esiti di tali prove. Se si escludono i provini provenienti dal getto MS1B_2, tutti gli altri getti hanno dimostrato una buona stabilità della resistenza, con un valore medio di 42.2 MPa ed un coefficiente di variazione pari al 3.1 %.

Sono inoltre state condotte prove per la determinazione del modulo elastico dei diversi calcestruzzi fibrorinforzati su provini cilindrici, i cui risultati sono riportati in Tab. 5 unitamente alle resistenze a compressione medie R_{cm} .

In accordo con quanto già osservato nelle prove di compressione, i calcestruzzi del getto MS1B_2 hanno presentato moduli elastici leggermente superiori agli altri.

Risultati delle prove a flessione sui prismi in calcestruzzo fibrorinforzato

Come descritto in precedenza, nel corso di ciascuna prova di flessione a tre punti sono state misurate la forza e l'apertura di fessura alla base dell'intaglio (CMOD). A titolo di esempio, in Fig. 5 sono riportate le curve ottenute per i sette prismi del gruppo SF1B_20 (fibre metalliche) e una curva ottenuta da un provino della medesima geometria ma confezionato con un calcestruzzo privo di fibre. A conferma di risultati ben noti l'inclusione delle fibre nel calcestruzzo non modifica significativamente il valore della forza di picco, ma al contrario induce un notevole aumento di resistenza residua in fase post-fessurata, con notevoli benefici in termini di tenacità. È interessante inoltre notare come la dispersione delle curve ottenute per i diversi travetti sia notevole: come sarà discusso in seguito, questa circostanza, inevitabile utilizzando la tipologia di prova prescritta da EN 14651:2005 [4], è principalmente dovuta alla variabilità nel numero di fibre nella sezione di mezzeria in cui si propaga la fessura.

La dispersione dei risultati è fortemente dipendente dalla tipologia e dal dosaggio delle fibre; ad esempio, in Fig. 6 sono riportate le curve forza - CMOD per i travetti del gruppo MS3B_2 (fibre sintetiche): è evidente come in questo caso la dispersione dei risultati sia minore rispetto alle prove condotte su prismi con fibre metalliche.

I risultati ottenuti dalle prove sui differenti gruppi di prismi fibrorinforzati sono riportati in forma sintetica in modo da consentire un più facile confronto tra le prestazioni delle diverse tipologie di fibre. In Fig. 7, sono riportati i valori di

tensione nominale al limite di proporzionalità $f_{ct,L}^f$ per tutti i prismi sottoposti a prova di flessione. Sono riportati i risultati di ciascuna prova (cerchi grigi), i valori medi μ , e gli intervalli di confidenza al 68% definiti come $\mu \pm \sigma$, dove σ è lo scarto quadratico medio. Come si può osservare, i valori di resistenza nominale al limite di proporzionalità sono abbastanza stabili e comunque compresi nell'intervallo 4.3 ± 0.3 MPa prescritto dalla norma EN 14845-1:2006 [5].

È evidente come, anche in questo caso, i prismi appartenenti al gruppo MS1B_2 abbiano presentato caratteristiche meccaniche leggermente superiori a quelle degli altri gruppi. Per consentire un migliore confronto tra i risultati, eliminando gli effetti della variabilità delle caratteristiche meccaniche della matrice cementizia, i valori di tensione al limite di proporzionalità sono stati normalizzati rispetto al valore di resistenza a trazione per flessione predetto secondo il Model



Code 90 [6], in funzione della resistenza a compressione del calcestruzzo. Secondo tale formulazione, la resistenza a trazione per flessione $f_{ct,fl}$ di un prisma in calcestruzzo bianco (privo di fibre) con altezza 125 mm, può essere valutata come $1.5 \cdot f_{ctm}$, dove f_{ctm} è la resistenza a trazione media, valutabile in funzione della resistenza media a compressione f_{cm} misurata su provini cilindrici, come:

$$f_{ctm} = 1.4 \left(\frac{f_{cm} - 8}{10} \right)^{2/3} \quad (1)$$

In Fig. 8 sono riportati i valori di resistenza al limite di proporzionalità normalizzati rispetto alla resistenza a trazione per flessione del calcestruzzo bianco ottenuta dalla Eq. (1). Per le diverse tipologie di fibre, non è individuabile una chiara tendenza al variare del dosaggio. Ciò conferma le ben note circostanze secondo cui le fibre non hanno un effetto significativo sulla tensione che causa la formazione della fessura nel calcestruzzo e, al contrario, un quantitativo eccessivo di fibre può causare una riduzione della resistenza di picco in quanto può ridurre la lavorabilità.

Sono stati quindi confrontati i valori di resistenza residua corrispondenti ai diversi valori di CMOD considerati (vedi Fig. 2). Tali valori, normalizzati rispetto alla tensione al limite di proporzionalità, sono riportati nella Fig. 9. È innanzitutto possibile osservare come i valori medi della resistenza residua delle fibre d'acciaio (SF1B) siano superiori a quelli delle fibre macrosintetiche (MS1B – MS3B) considerate, anche per dosaggi bassi.

I rapporti relativi tra le resistenze medie dei diversi gruppi di miscele con fibre restano sostanzialmente invariati passando da valori di CMOD di 0.5 mm a 3.5 mm. È possibile osservare, per tutte le tipologie di fibre, un significativo miglioramento di tutti i valori di resistenza residua in funzione dell'aumento del dosaggio di fibre.

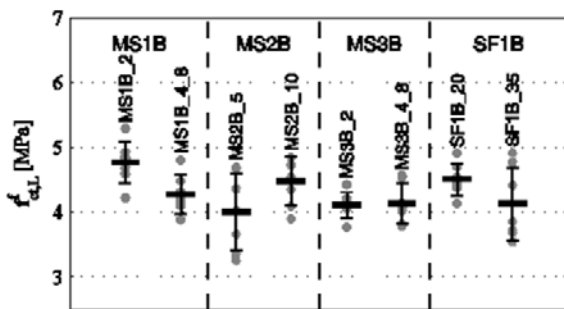


Figura 7: Tensione nominale al limite di proporzionalità.

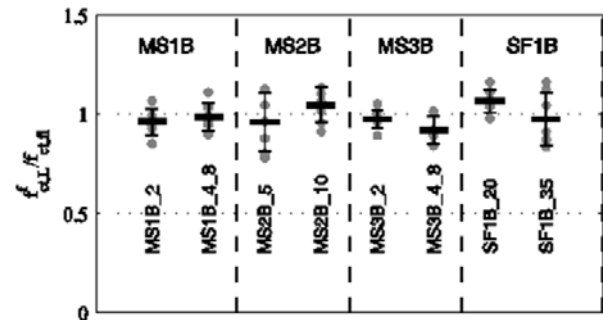


Figura 8: Tensione nominale al limite di proporzionalità, adimensionalizzata rispetto al valore di resistenza a trazione per flessione previsto dal Model Code 90 [6].

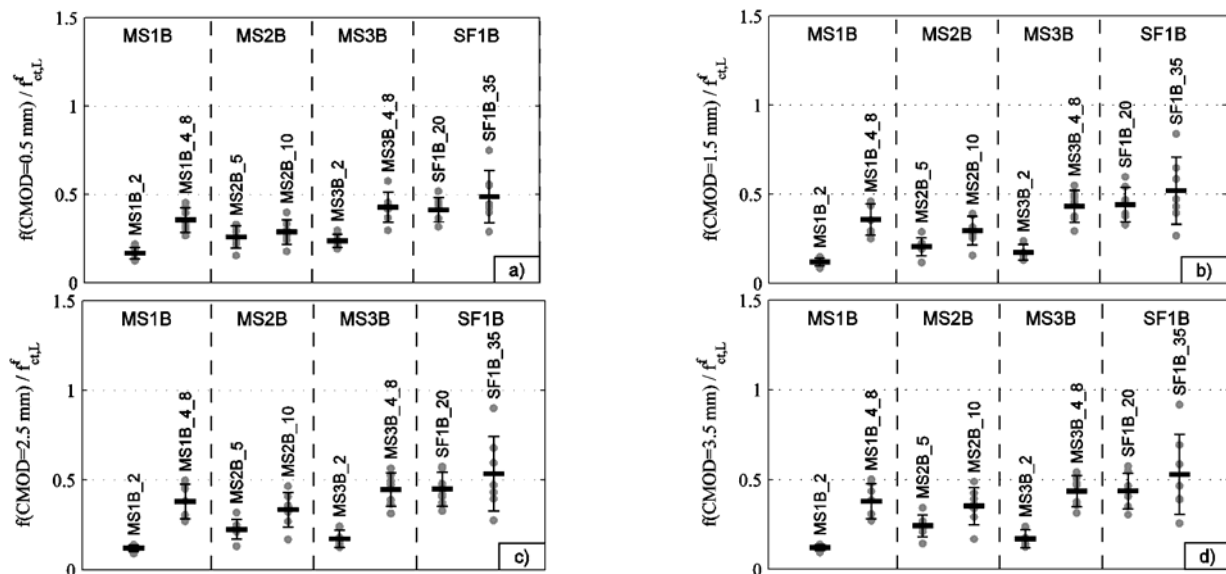


Figura 9: Resistenza residua adimensionalizzata rispetto alla resistenza al limite di proporzionalità:
a) CMOD = 0.5 mm; b) CMOD = 1.5 mm; c) CMOD = 2.5 mm; d) CMOD = 3.5 mm

Ovviamente, gli effetti dei maggiori dosaggi di fibre sono tanto più significativi quanto più grandi sono i valori di apertura di fessura considerati.

I valori di resistenza residua dei provini con fibre d'acciaio presentano una dispersione generalmente maggiore. Come descritto nel paragrafo successivo, la variabilità dei risultati delle prove con fibre metalliche dipende dalla dimensione dei provini prescritta dalle norme, piccola rispetto al dosaggio delle fibre.

Per consentire un più agevole confronto tra le diverse tipologie e dosaggi di fibre, in Fig. 10 sono riportati i valori medi delle resistenze residue, adimensionalizzati rispetto ai valori al limite di proporzionalità. Anche in questo caso è evidente come le prestazioni delle fibre di acciaio siano in generale superiori a quelle delle fibre macrosintetiche.

In Fig. 11 sono invece confrontati i valori caratteristici delle resistenze residue, ottenuti a partire dai valori medi e dalle deviazioni standard delle resistenze residue e assumendo una distribuzione di probabilità normale. Si osserva che, a causa della maggiore dispersione dei valori di resistenza, le prestazioni delle fibre di acciaio risultano particolarmente penalizzate e i valori caratteristici sono confrontabili con quelli delle fibre macrosintetiche. Tale aspetto è rilevante in quanto, secondo le attuali norme nella progettazione si devono utilizzare i valori caratteristici delle resistenze.

Per ciascuna serie di provini, è stato anche calcolato il valore dell'indice di tenacità, pari al rapporto tra l'area sottesa dalla curva forza-CMOD per il generico travetto in calcestruzzo fibrorinforzato e quella di un travetto di uguale geometria ma senza di fibre [7] (Fig. 5). I valori ottenuti sono riportati in Fig. 12; la loro distribuzione è del tutto simile a quella dei valori delle resistenze residue nel tratto post-picco. Si osserva che l'aggiunta di fibre al calcestruzzo porta al raggiungimento di valori dell'indice di tenacità generalmente compresi tra 5 e 10, aumentando quindi enormemente l'energia assorbita durante il processo di frattura.

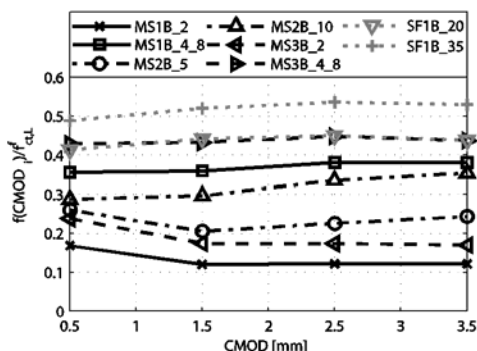


Figura 10: Valori medi della resistenza residua nel tratto post-fessurato.

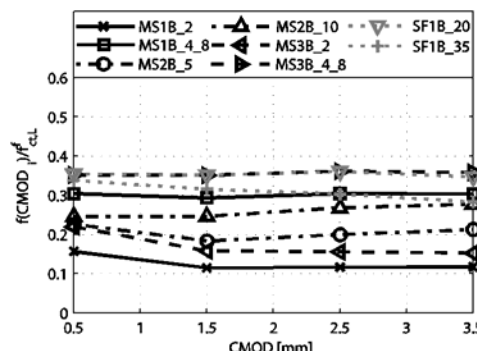


Figura 11: Valori caratteristici della resistenza residua nel tratto post-fessurato.

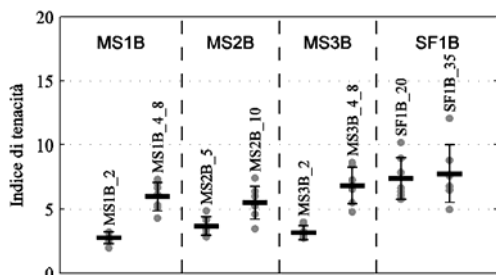


Figura 12: Valori dell'indice di tenacità calcolati per i provini dei diversi gruppi.

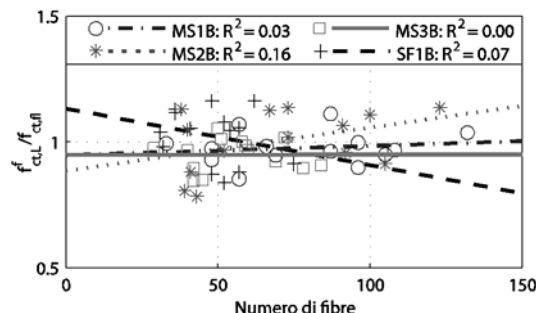


Figura 13: Correlazione tra la resistenza al limite di proporzionalità ed il numero di fibre totali nella sezione fessurata.

Correlazione tra la resistenza residua e il numero di fibre nella sezione di mezzeria

Per cercare le cause delle elevate dispersioni dei risultati ottenuti per alcune tipologie di fibre, è stato contato, per ogni provino, il numero di fibre nella sezione di propagazione della fessura.

La sezione trasversale al netto dell'intaglio è stata divisa in tre zone di uguale altezza e in ciascuna di esse sono state contate le fibre emergenti dal calcestruzzo. È stata poi cercata una correlazione tra il numero delle fibre in tre porzioni della sezione (superiore, centrale, inferiore) e i valori di resistenza ottenuti dalle prove sperimentali. La correlazione maggiore è stata ottenuta considerando il numero totale di fibre nella sezione trasversale.



In Fig. 13, sono riportati i valori di tensione nominale al limite di proporzionalità, normalizzati rispetto alla resistenza a trazione per flessione del calcestruzzo bianco riportata nell'Eq. (1), in funzione del numero totale di fibre nella sezione. I simboli rappresentano i risultati delle osservazioni mentre le linee sono state ottenute tramite regressione lineare ai minimi quadrati. È evidente come la presenza di fibre abbia una scarsa influenza sul valore di tale parametro: in particolare il coefficiente di determinazione R^2 , riportato in legenda, risulta sempre prossimo a zero. Tale risultato conferma la circostanza che anche il numero di fibre attraversate dalla sezione di rottura ha scarsa influenza sulla resistenza di picco dei prismi.

In Fig. 14, invece, è evidenziata la dipendenza della resistenza residua per diversi valori di CMOD dal numero totale di fibre nella sezione. Il valore di R^2 della retta di regressione rispetto ai dati sperimentali per ogni miscela è riportato in legenda. Ovviamente, la pendenza delle rette è legata alla rigidità delle singole fibre delle varie miscele, ed è chiaramente superiore nel caso di fibre metalliche (in numero inferiore ma con maggiore rigidità e resistenza).

I valori di resistenza residua in fase post-fessurata e il numero di fibre nella sezione di propagazione della fessura presentano una buona correlazione e possono spiegare la grande variabilità dei risultati in termini di tensione di rottura a flessione dei provini. In Fig. 15, è riportato il numero totale di fibre nella sezione fessurata per tutti i travetti sottoposti a prova di flessione. Si osservi come, per le fibre d'acciaio, gli intervalli di variabilità del numero di fibre in ciascun travetto siano ampi e si sovrappongano per i due dosaggi considerati. Al contrario, nel caso di fibre macrosintetiche, ai due dosaggi utilizzati corrispondono numeri di fibre resistenti decisamente distinti.

La distribuzione delle fibre nella sezione fessurata dipende ovviamente dal dosaggio [8], pertanto in questo caso la grande dispersione dei risultati ottenuti per le fibre in acciaio può essere messa in relazione al fatto che la geometria del provino sia troppo ridotta rispetto alla loro densità. Inoltre, la dispersione osservata per le fibre metalliche è in linea con quanto descritto in letteratura [9].

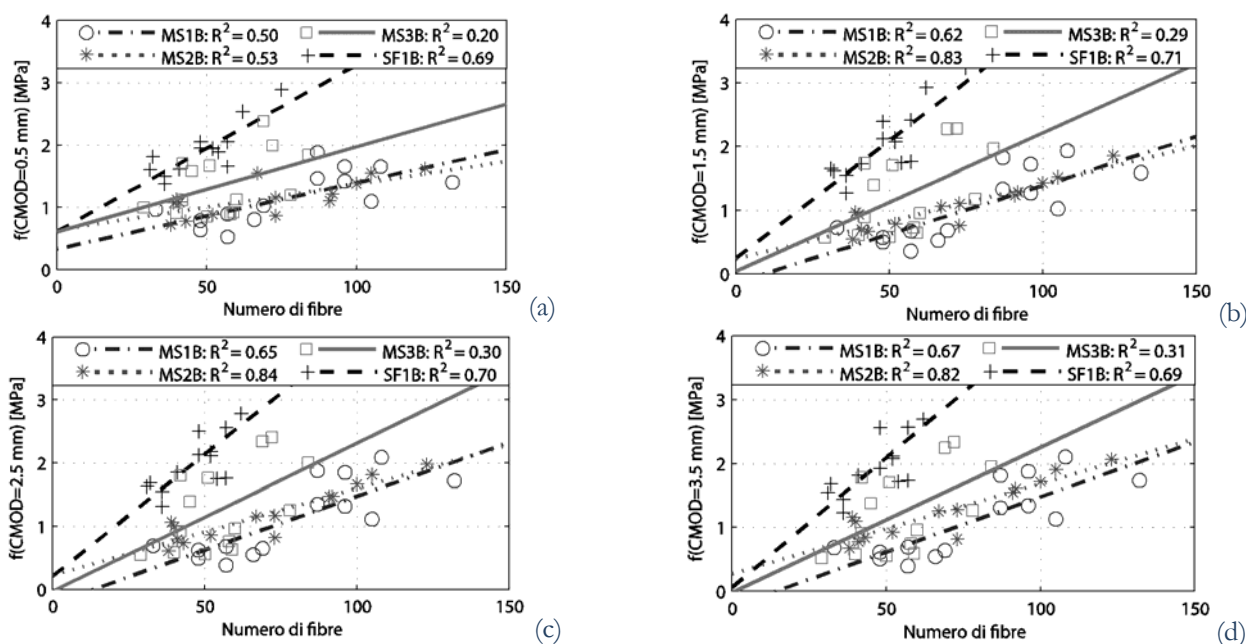


Figura 14: Correlazione tra la resistenza residua ed il numero totale di fibre nella sezione di propagazione della fessura: a) CMOD = 0.5 mm; b) CMOD = 1.5 mm; c) CMOD = 2.5 mm; d) CMOD = 3.5 mm.

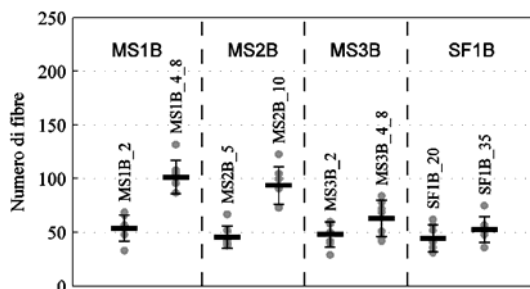


Figura 15: Numero totale di fibre nella sezione di propagazione della fessura per i provini sottoposti a prova di flessione a tre punti.



LEGAME TENSIONE – APERTURA DI FESSURA PER I CALCESTRUZZI FIBRORINFORZATI

I dati raccolti durante la campagna sperimentale sono stati utilizzati per determinare, per ogni tipo e dosaggio di fibra, i parametri di un legame costitutivo tensione – apertura di fessura. È stato formulato un problema di analisi inversa ed utilizzato un software di ottimizzazione. Nel seguito, sono descritti il modello adottato e i legami costitutivi ottenuti.

Il modello analitico

In letteratura sono stati proposti modelli di diversa complessità per descrivere il comportamento meccanico del calcestruzzo fibrorinforzato. In questo lavoro, l'attenzione è stata focalizzata su modelli che fossero sufficientemente semplici da potere essere utilizzati in fase di interpretazione di prove sperimentali e successivamente di progettazione di elementi in calcestruzzo fibrorinforzato. È ben noto, infatti, che non essendo il legame tensione – apertura di fessura a rigore un legame costitutivo, e quindi una proprietà intrinseca del materiale, il problema inverso di determinazione della legge dipende inevitabilmente dal modello utilizzato.

In particolare, in questo studio è stato fatto riferimento a modelli nei quali la zona in cui è presente la fessura viene descritta come una cerniera non-lineare [10], il cui comportamento, dipende dalle proprietà delle fibre utilizzate. I legami costitutivi adottati in questi modelli possono essere espressi in termini di tensione – apertura di fessura oppure di tensione – deformazione [10, 11]. Il modello qui utilizzato, proposto da Olesen nel 2001 [12], fa parte della prima categoria ed è descritto brevemente nel seguito.

L'idea alla base del modello è di schematizzare la porzione di trave in prossimità delle fessure come una cerniera costituita da fibre considerate come molle non-lineari indipendenti. Le estremità di tale concio sono due sezioni rigide a distanza s (Fig. 16a). Questa ipotesi consente di limitare la distorsione del campo delle deformazioni alla zona compresa tra le due sezioni. Tali sezioni possono traslare e ruotare in modo da mantenere la congruenza con il resto della trave che si considera non fessurata e a comportamento elastico lineare. La relazione costitutiva della generica fibra è la medesima del calcestruzzo fibrorinforzato e, in accordo con il modello della fessura fittizia [13] esprimibile come:

$$\sigma = \begin{cases} E \cdot \varepsilon \\ \sigma_w(w) = g(w) \cdot f_{ct} \end{cases} \quad (2)$$

dove E è il modulo elastico, ε la deformazione elastica, $\sigma_w(w)$ il legame tensione - apertura di fessura e f_{ct} è la resistenza a trazione monoassiale del calcestruzzo. La forma del legame tensione - apertura di fessura è definita dalla funzione $g(w)$, normalizzata in modo tale che $g(0) = 1$. Per i calcestruzzi fibrorinforzati, la forma di questa relazione può essere complessa e in generale è influenzata dal dosaggio e dalla tipologia di fibre utilizzate; lo sfilamento delle fibre è il meccanismo principale di trasferimento della tensione attraverso la fessura. Al fine di cogliere il diverso comportamento delle fibre per piccole e grandi aperture di fessura, una delle più semplici assunzioni è quella di un legame bilineare (Fig. 16a):

$$g(w) = b_1 - a_1 w = \begin{cases} 1 - a_1 w, & 0 \leq w \leq w_1 \\ b_2 - a_2 w, & w_1 \leq w \leq w_2 \end{cases} \quad (3)$$

dove w_1 e w_2 definiscono i valori limite di apertura di fessura del legame.

La deformazione della cerniera è esprimibile in funzione della rotazione ϕ delle sezioni rigide e della posizione dell'asse neutro y_0 . Introducendo la curvatura media $\kappa^* = 2\phi/s$ e la deformazione media $\varepsilon^* = (y - y_0) \cdot \kappa^*$, l'allungamento di una generica fibra è dato da $u(y) = s \cdot \varepsilon^*(y)$, dove s è l'estensione del concio. Nel caso in cui la generica fibra sia attraversata da una fessura, la deformazione $u(y)$ è esprimibile come somma della deformazione elastica e dell'apertura della fessura:

$$u(y) = s \cdot \varepsilon^*(y) = s \frac{\sigma_w(w(y))}{E} + w(y) \quad (4)$$

La tensione $\sigma_w(w)$ può essere ricavata dalla Eq. (4) nella forma:

$$\sigma_w(w(y)) = (2(y - y_0)\phi - w(y)) \cdot (E/s) \quad (5)$$

Inoltre dalle Eq. (2b, 3) si ottiene:



$$\sigma_w(w(y)) = f_{ct}(b_i - a_i w(y)) \quad i \in [1, 2] \quad (6)$$

Se le Eq. (5, 6) sono risolte rispetto a $w(y)$ e a $\sigma_w(w(y))$ per $i = 1, 2$, si ottiene:

$$w(y) = \frac{2(y - y_0)\phi - \zeta_i}{1 - \beta_i} \quad i \in [1, 2] \quad (7)$$

$$\sigma_w(w(y)) = \frac{\zeta_i - 2(y - y_0)\phi\beta_i}{1 - \beta_i} \frac{E}{s} \quad i \in [1, 2] \quad (8)$$

dove i parametri adimensionali β_i e ζ_i sono definiti come:

$$\beta_i = \frac{f_{ct} a_i s}{E}; \quad \zeta_i = \frac{f_{ct} b_i s}{E} \quad i \in [1, 2] \quad (9)$$

Le espressioni riportate nelle Eq. (7, 8) stabiliscono in forma analitica il profilo di apertura della fessura e la distribuzione della tensione nella porzione fessurata.

Con il propagarsi della fessura dal basso verso l'alto, la distribuzione delle tensioni nella cerniera passa attraverso quattro differenti fasi, illustrate in Fig. 16b: 0 - sezione interamente reagente, I - apertura di fessura alla base inferiore a w_1 , II - apertura di fessura alla base compresa tra w_1 e w_2 , III - apertura di fessura alla base maggiore di w_2 . In ogni fase le Eq. (7, 8) forniscono il profilo di apertura della fessura e delle tensioni normali corrispondenti. Equilibrando le risultanti delle tensioni interne con il momento M e lo sforzo normale N derivanti dai carichi applicati è possibile determinare una relazione analitica tra N , M e ϕ in ciascuna delle quattro fasi. L'apertura all'apice della fessura può essere infine ottenuta dalla Eq. (8) ponendo $y = h$.

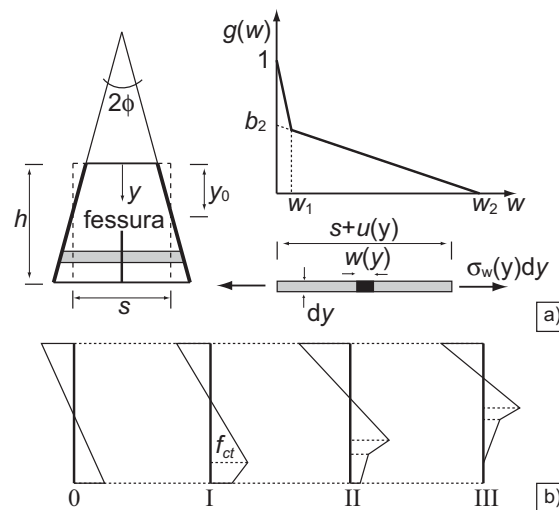


Figura 16: Modello a cerniera fessurata di Olesen [12]: a) cinematica e legame costitutivo; b) distribuzione delle tensioni nella sezione fessurata durante le fasi di avanzamento della fessura.

Determinazione del legame costitutivo

L'obiettivo di questa fase dello studio è stato quello di calibrare i parametri del legame costitutivo $\sigma_w(w)$ al fine di riprodurre con il modello analitico l'andamento della curva forza - CMOD della prova a flessione a tre punti. Sono stati considerati come incogniti i valori dei parametri che definiscono il legame costitutivo bilineare (f_{ct} , b_2 , w_1 , w_2) ed è stato utilizzato un software di ottimizzazione per determinare i valori dei parametri per i quali il modello analitico fornisce i risultati più aderenti a quelli sperimentali. Quale funzione da rendere minima è stata utilizzata la somma pesata degli scarti al quadrato tra alcune grandezze sperimentali e le rispettive grandezze numeriche. Le grandezze utilizzate sono: l'area sottesa dalla curva forza - CMOD nell'intervallo di CMOD = 0.05 - 4 mm, la resistenza al limite di proporzionalità e le resistenze residue per valori di CMOD pari a 0.05 mm, 0.1 mm, 0.2 mm, 0.5 mm, 1.5 mm, 2.5 mm, 3.5 mm.



Risultati dell'analisi inversa

La procedura di ottimizzazione è stata applicata ai risultati di tutte le prove sperimentali ottenendo in generale buoni risultati in termini di precisione. In particolare, i legami tensione – apertura di fessura ottenuti riproducono con buona approssimazione i valori di tensione al limite di proporzionalità, di area sottesa dalla curva e di tensione residua per valori di CMOD di 0.5, 1.5, 2.5 e 3.5 mm. La corrispondenza tra i valori sperimentali e quelli numerici è meno buona nella zona della curva immediatamente successiva al picco, in particolare nei casi in cui tale tratto è particolarmente ripido. Infatti, gli errori, valutati per tutti i prismi dei diversi gruppi come differenza percentuale tra il valore fornito dal modello e quello sperimentale, sono estremamente bassi se si considerano la forza di picco (inferiori al 2%) e l'area sottesa dalla curva (inferiori all'1%) mentre sono più significativi per le resistenze residue: mediamente del 15% se si considera f_1 e del 5% se si considerano f_2 , f_3 e f_4 .

A titolo di esempio, in Fig. 17 è riportato il confronto tra la curva Forza - CMOD sperimentale e la curva numerica per uno dei travetti del gruppo SF1B_35. Come si può notare, in questo caso il modello adottato è in grado di riprodurre con precisione i risultati sperimentali, soprattutto nella fase successiva al picco. Per valori di apertura di fessura molto piccoli la precisione è inferiore, principalmente per problemi legati all'incapacità del modello di riprodurre i fenomeni locali in prossimità dell'intaglio. In Tab. 6, sono riportati i valori medi e le deviazioni standard dei parametri del legame costitutivo, ottenuti elaborando i risultati ottenuti dai diversi prismi per ogni miscela.

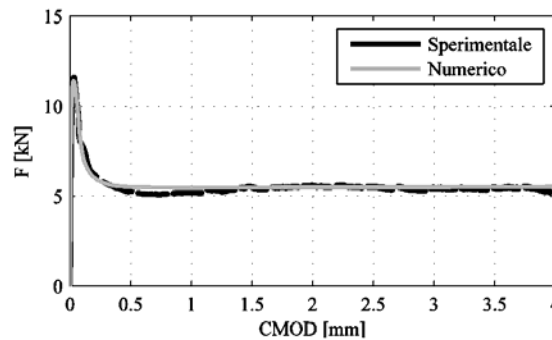


Figura 17: Confronto tra la curva forza – CMOD sperimentale e quella prevista dal modello analitico.

		w_1 [mm]	f_t [MPa]	$\sigma_w(w_1)$ [MPa]	$\sigma_w(4 \text{ mm})$ [MPa]
MS1B_2	Media [MPa]	0.070	2.700	0.190	0.170
	Dev. Std.	0.007	0.286	0.044	0.042
MS1B_4_8	Media [MPa]	0.060	2.390	0.500	0.500
	Dev. Std.	0.008	0.296	0.103	0.103
MS2B_5	Media [MPa]	0.070	2.230	0.290	0.290
	Dev. Std.	0.013	0.457	0.067	0.069
MS2B_10	Media [MPa]	0.050	2.640	0.470	0.470
	Dev. Std.	0.009	0.293	0.127	0.127
MS3B_2	Media [MPa]	0.070	2.040	0.230	0.160
	Dev. Std.	0.011	0.612	0.087	0.120
MS3B_4_8	Media [MPa]	0.070	2.280	0.610	0.590
	Dev. Std.	0.025	0.280	0.137	0.158
SF1B_20	Media [MPa]	0.050	2.400	0.600	0.600
	Dev. Std.	0.008	0.588	0.202	0.202
SF1B_35	Media [MPa]	0.050	2.210	0.670	0.660
	Dev. Std.	0.012	0.356	0.218	0.228

Tabella 6: Valori medi e coefficienti di variazione dei parametri del legame costitutivo bilineare ottenuti attraverso la procedura di ottimizzazione

CONCLUSIONI

Nel presente studio è stato investigato il comportamento di prismi realizzati con calcestruzzi rinforzati con diverse tipologie e dosaggi di fibre d'acciaio e sintetiche, tramite prova di flessione a tre punti. I dati ottenuti dalle prove sperimentali sono stati utilizzati in una procedura di analisi inversa al fine di determinare i parametri del legame



costitutivo tensione – apertura di fessura per il modello a concio fessurato di Olesen.

Nel caso in cui siano usate fibre sintetiche per applicazioni strutturali, le deformazioni viscoso possono essere rilevanti, in particolare in condizioni di esercizio. Nella seconda fase dello studio qui presentato, in corso di svolgimento, si sta studiato il comportamento differito di travi realizzate con le miscele qui descritte, sottoposte a caricamento costante secondo uno schema di flessione a quattro punti.

RINGRAZIAMENTI

Si ringraziano per il loro contributo finanziario il Consorzio Tecnico Produttori Fibre in Acciaio e il MIUR: PRIN 2006 “Applicazioni strutturali del calcestruzzo autocompattante”.

BIBLIOGRAFIA

- [1] A. Ahmad, M. Di Prisco, C. Meyer, G.A. Plizzari, S.P. Shah, *Fiber reinforced concrete: from theory to practice*, Bergamo (2004).
- [2] M. Di Prisco, C. Failla, G.A. Plizzari, *Applicazioni industriali della tecnologia SFRC per la realizzazione di strutture prefabbricate*, (2004).
- [3] G. Campione, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 29 (2003) 742.
- [4] EN 14651:2005, *Test method for metallic fibered concrete - Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)*, (2005).
- [5] EN 14845:2006, *Test methods for fibres in concrete: Reference concretes*, (2006).
- [6] CEB-FIP, *Model Code 1990*, (1993).
- [7] V.S. Gopalratnam, R. Gettu, *Cement and Concrete Composites*, 17(3) (1995) 239.
- [8] P. Soroushian, C.-D. Le, *ACI Materials Journal*, 87(5) (1990) 433.
- [9] B. Barr, M. Lee, E. De Place Hansen, D. Dupont, E. Erdem, S. Schaerlaekens, B. Schnütgen, H. Stang, L. Vandewalle, *Materials and Structures*, 36 (9) (2003) 609.
- [10] RILEM TC 162-TDF, *Materials and Structures*, 35 (5) (2002) 262.
- [11] RILEM TC 162-TDF, *Materials and Structures*, 33(2) (2000) 75.
- [12] J.F. Olesen, *Journal of Engineering Mechanics*, 127 (3) (2001) 273.
- [13] A. Hillerborg, M. Modèer, P.E. Petersson, *Cement and Concrete Research*, 6 (1976) 773.