



Esperienze nell'applicazione di tecniche "compression pre-cracking" per prove di propagazione frattura

M. Carboni, L. Patriarca, D. Regazzi

Politecnico di Milano, Dipartimento di Meccanica, Via La Masa 34, 20156 Milano; michele.carboni@mecc.polimi.it

RIASSUNTO. Considerando tecniche di progettazione moderne quali la "Damage Tolerance", la caratterizzazione delle curve di propagazione è uno degli elementi fondamentali per la valutazione e la progettazione dell'integrità strutturale dei componenti in servizio, insieme alla performance dei controlli non distruttivi e alla determinazione dei carichi di esercizio. La zona della soglia di propagazione risulta poi particolarmente critica in quanto è lecito pensare che la maggior parte della vita di un componente avvenga nel suo ambito.

Recentemente è stato però dimostrato che le metodologie tradizionali per la determinazione della soglia di propagazione, quali il " ΔK -decreasing" e il " $K_{max}=const.$ ", influenzano il risultato in maniera non conservativa, ovvero possono produrre soglie di propagazione più alte di quelle naturali del materiale. E' quindi stata proposta una metodologia innovativa basata sulla pre-cricatura in compressione. Tale tecnica, data la sua recente introduzione, è stata finora applicata a pochi casi applicativi. I materiali considerati ad oggi sono le leghe di alluminio, le leghe di titanio e gli acciai ad alta resistenza sollecitati mediante geometrie M(T) e C(T) e a rapporti di ciclo positivi.

La presente memoria si è quindi incentrata nell'applicazione della metodologia innovativa all'acciaio dolce strutturale A1N (tipicamente utilizzato per produrre assili ferroviari) in forma di provini SE(B) sollecitati da un ampio raggio di rapporti di ciclo tra $R=-2$ e $R=0.85$.

PAROLE CHIAVE. Soglie di propagazione; Pre-cricatura in compressione; A1N.

INTRODUZIONE E BACKGROUND

La determinazione affidabile del comportamento a frattura dei materiali è di particolare interesse e criticità per la valutazione e la progettazione dell'integrità strutturale dei componenti in servizio. Da questo punto di vista, considerando tecniche di progettazione moderne quali la "Damage Tolerance" [1], la caratterizzazione delle curve di propagazione è uno degli elementi fondamentali insieme alla performance dei controlli non distruttivi e alla determinazione dei carichi di esercizio [2,3]. La zona della soglia di propagazione risulta poi particolarmente critica in quanto è lecito pensare che la maggior parte della vita di un componente avvenga nel suo ambito.

Le tecniche tradizionali per la determinazione sperimentale della soglia di propagazione sono riportate nella normativa ASTM E647 [4] e consistono nei test " ΔK -decreasing" e " $K_{max}=const.$ ". Recentemente è stato però dimostrato [5-7] che tali metodologie tradizionali influenzano il risultato in maniera non conservativa, ovvero possono produrre soglie di propagazione più alte di quelle naturali del materiale. In particolare, la tecnica ΔK -decreasing genera, per alcuni materiali, soglie in funzione della velocità di propagazione di inizio test: la normativa propone di cominciare la diminuzione graduale del carico dopo aver portato il materiale a propagare ad una velocità pari a circa 10^{-8} m/ciclo, mentre gli studi recenti già richiamati hanno mostrato che tale velocità avviene ad un valore di fattore di intensificazione degli sforzi tale da introdurre effetti di interazione dei carichi sulla propagazione (principalmente dovuti alla "plasticity-induced crack closure" [8]) capaci di fermare la cricca anzitempo. Considerando invece la tecnica $K_{max}=const.$, l'errata determinazione della soglia di



propagazione dipende dal valore di carico a cui questa viene applicata inizialmente: in questo caso, dipendentemente dal materiale, la soglia può risultare più alta o più bassa di quella naturale.

Gli effetti appena descritti sono stati osservati anche dagli autori della presente memoria nell'ambito di una sperimentazione atta alla determinazione del comportamento meccanico dell'acciaio dolce strutturale A1N, tipicamente utilizzato nella produzione di assili ferroviari pieni [9], in termini del diagramma di Kitagawa-Takahashi (ovvero del legame tra il limite di fatica o della soglia di propagazione del materiale e la dimensione dell'eventuale difetto presente) e delle curve di propagazione. Fig. 1 mostra i risultati di questa campagna sperimentale. Maggiori dettagli e risultati possono essere trovati in [10]. In particolare, Fig. 1a riporta il diagramma di Kitagawa a $R=-1$ in termini di soglia di propagazione, dove la tendenza asintotica della soglia per le cricche lunghe risulta essere pari a circa $9 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Fig. 1b, invece, mostra il risultato dei test di propagazione di cricche lunghe a $R=-1$ eseguiti, su provini SE(B) e utilizzando la tecnica ΔK -decreasing, per determinare le soglie che, oltre a mostrare un elevato scarto, hanno suggerito un valore medio pari a $13.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. La discrepanza sperimentale evidenziata tra le indicazioni riguardo la soglia di propagazione a $R=-1$ dell'A1N ottenute mediante due approcci diversi è risultata quindi pari a circa il 30%.

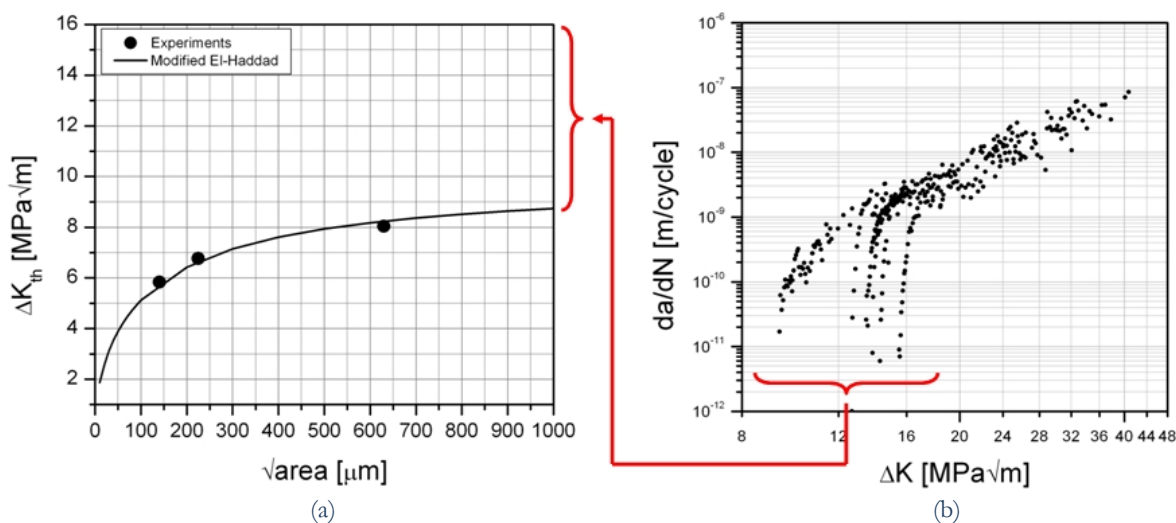


Figura 1: Campagna sperimentale “tradizionale” sull'acciaio A1N ($R=-1$):
a) diagramma di Kitagawa in termini di soglia di propagazione; b) curve di propagazione.

Considerando poi la forma delle curve di propagazione ottenute a differenti rapporti di ciclo, è stato anche possibile notare il fenomeno chiamato “fanning” [11], ovvero una differente distanza tra le curve di propagazione nel tratto di soglia e in quello a velocità lineare al variare di R (Fig. 2, come se il rapporto $U=\Delta K_{\text{eff}}/\Delta K$ di Schijve [12] cambiasse con R). Anche questo fenomeno viene imputato alla closure della cricca ed è quindi influenzato dalla tecnica sperimentale utilizzata per la determinazione delle soglie. E' infine interessante notare che i gomiti di transizione tra la zona di soglia e quella del Paris sono erroneamente individuabili a diverse velocità di propagazione con R .

Una metodologia per affrontare i problemi fin qui descritti è stata recentemente proposta [5] e consiste nel cambiare le modalità di esecuzione della pre-cricatura dei provini e di delle prove sperimentali vere e proprie. L'idea principale è mostrata in Fig. 3 e descritta brevemente nel seguito:

- 1) la prima fase consiste nel pre-criccare mediante cicli compressione-compressione in modo da ottenere cricche completamente aperte (e quindi non affette dalla closure e dai conseguenti effetti di interazione dei carichi) che si fermano naturalmente al bordo delle zone di tensione residua che si formano all'apice degli intagli durante il ciclo di fatica;
- 2) successivamente vengono applicati dei cicli in tensione caratterizzati da piccole escursioni del carico, in modo da far propagare la cricca quel tanto che basta per uscire dalla zona di influenza dell'intaglio e della fatica in compressione precedentemente applicata;
- 3) infine si esegue il test vero e proprio in termini di applicazione del carico ad ampiezza costante per caratterizzare la parte alta della curva di propagazione (questo test è detto “Compression Pre-cracking Constant Amplitude” o CPCA) o in termini dell'applicazione del carico che diminuisce nel tempo per caratterizzare la soglia (questo test è detto “Compression Pre-cracking Load Reduction” o CPLR). E' importante aggiungere che quest'ultimo può essere



applicato partendo da velocità molto inferiori (dell'ordine del 10^{-9} m/ciclo) rispetto al tradizionale ΔK -decreasing e quindi risulta meno influenzato dagli effetti di carico.

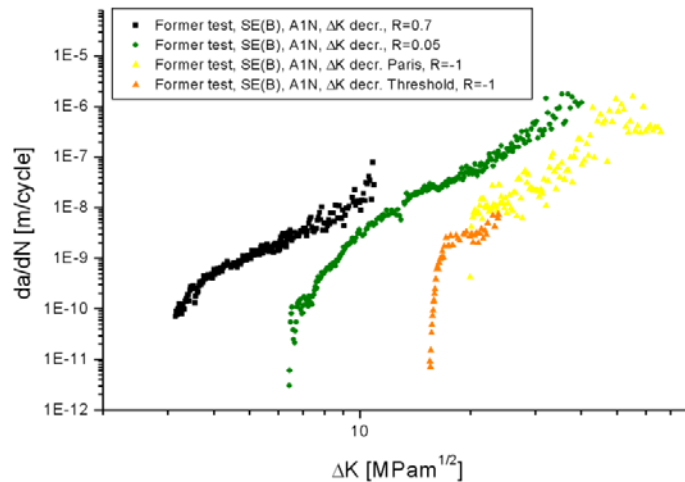


Figura 2: Curve di propagazione ottenute a diversi R con le tecniche sperimentali tradizionali.

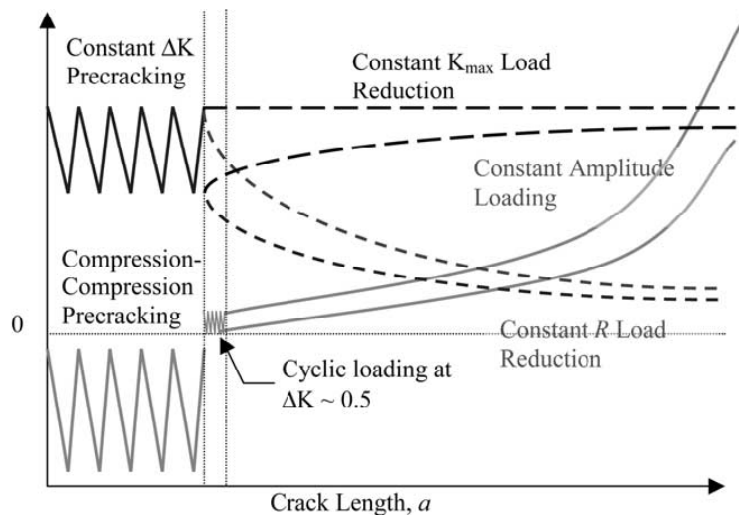


Figura 3: Idea fondamentale dell'approccio sperimentale innovativo proposto in [5] e qui applicato.

Tale tecnica, data la sua recente introduzione, è stata finora applicata a pochi casi applicativi. I materiali considerati ad oggi sono le leghe di alluminio, le leghe di titanio e gli acciai ad alta resistenza (aventi carichi di rottura superiori a 1300 MPa). Le geometrie di provino sono gli M(T) e i C(T), mentre i rapporti di ciclo da 0 a 0.7.

La presente memoria si è quindi incentrata nell'applicazione della metodologia all'acciaio dolce strutturale A1N ($R_{p0.2}=365$ MPa, $R_m=600$ MPa) in forma di provini SE(B) sollecitati da un ampio raggio di rapporti di ciclo varianti da $R=-2$ a $R=0.85$.

PRE-CRICCATURA IN COMPRESSIONE

I test di propagazione sono quindi stati condotti considerando provini di tipo SE(B) aventi sezione 12x24mm e lunghezza dell'intaglio geometrico pari a 8mm. Una campagna dedicata di osservazioni al profilometro ha permesso di stimare il raggio dell'apice dell'intaglio a circa 0.12 mm.

La pre-criccatura in compressione è stata effettuata applicando una flessione a quattro punti (Fig. 4) mediante una macchina servo-idraulica mono-assiale MTS da 100 kN e un dispositivo dedicato. La forza sulla traversa è stata scelta in



modo da generare un momento flettente pari a 130 Nm con un rapporto di ciclo $R=10$ e a 30 Hz. Tale valore di momento flettente è stato scelto dopo alcuni tentativi per ottenere una cricca di lunghezza soddisfacente con l'applicazione di 10^6 cicli. E' necessario aggiungere che tale numero di cicli è stato definito controllando al microscopio ottico l'avanzamento della cricca fino al suo naturale fermarsi (allo scopo entrambi i lati del provino sono stati preventivamente lucidati con carta abrasiva nell'intorno della zona dell'intaglio). Fig. 5 mostra un esempio di pre-cricatura. Il valore medio della lunghezza superficiale delle pre-cricature di tutti i provini testati è risultato essere 0.3 mm.

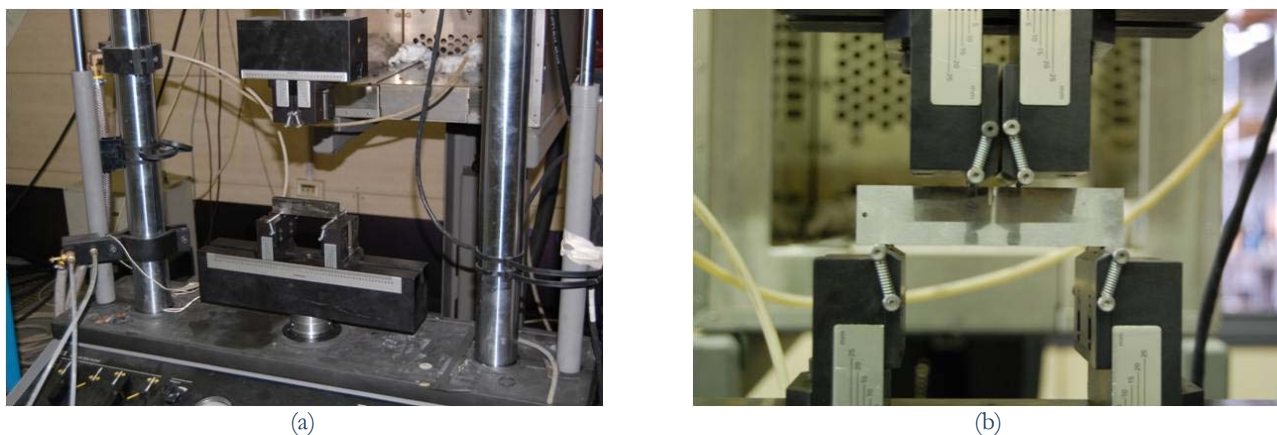


Figura 4: Pre-cricatura in compressione di provini SE(B) mediante flessione a quattro punti: a) macchina servo-idraulica; b) dettaglio del dispositivo di flessione

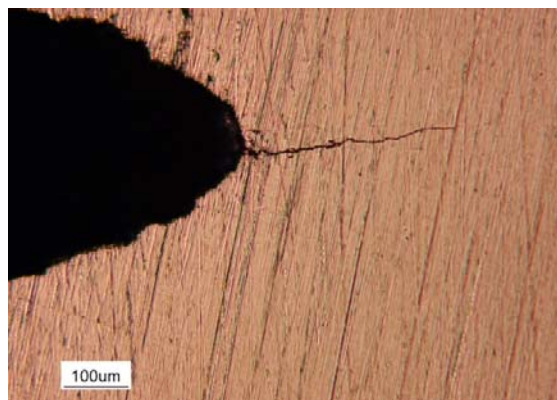


Figura 5: Esempio di pre-cricatura in compressione.

Alla fine di ogni test, i provini sono stati rotti in azoto liquido in modo da poter analizzare le superfici di frattura al SEM. Le cricche ottenute durante la pre-cricatura hanno mostrato una lunghezza media nella parte centrale (ipotesi di deformazione piana) minore rispetto a quella osservata in superficie (ipotesi di sforzo piana), come visibile in Fig. 6. Ciò è perfettamente in accordo con le teorie riguardanti l'estensione della zona plastica in deformazione e sforzo piani.

Analisi FEM della pre-cricatura in compressione

Il modello 3D utilizzato per la simulazione del primo ciclo di carico e scarico in compressione del provino SE(B) ha come obiettivo la stima del raggio plastico in corrispondenza del carico massimo di compressione e della successiva zona di sforzi residui di trazione che si viene a formare quando il provino è riportato al carico minimo. In Fig. 7a è mostrata la disposizione dei vincoli e del carico: è possibile notare come il modello corrisponda a $1/4$ del provino reale in quando sono state sfruttate tutte le simmetrie possibili. La forza applicata nel modello è tale da produrre un momento flettente sull'intaglio pari a quello applicato sperimentalmente: $M_{f_{\min}} = -144,4$ Nm e $M_{f_{\max}} = -14,4$ Nm.

Il modello è stato definito e risolto utilizzando ABAQUS v.6.7-1 [13] ed è costituito da due differenti regioni. La zona esterna, in corrispondenza della quale è applicato il carico e il vincolo in direzione 2, è costituita da elementi esaedrici quadratici ad integrazione ridotta di tipo C3D20R [13]. La zona dell'intaglio, in cui si osserva plasticizzazione del materiale

(dettaglio di Fig. 7b), è costituita da elementi esaedrici lineari ad integrazione ridotta di tipo C3D8R [13] e presenta un opportuno infittimento con dimensione media degli elementi pari a $h=0,02$ mm in corrispondenza dell'apice.

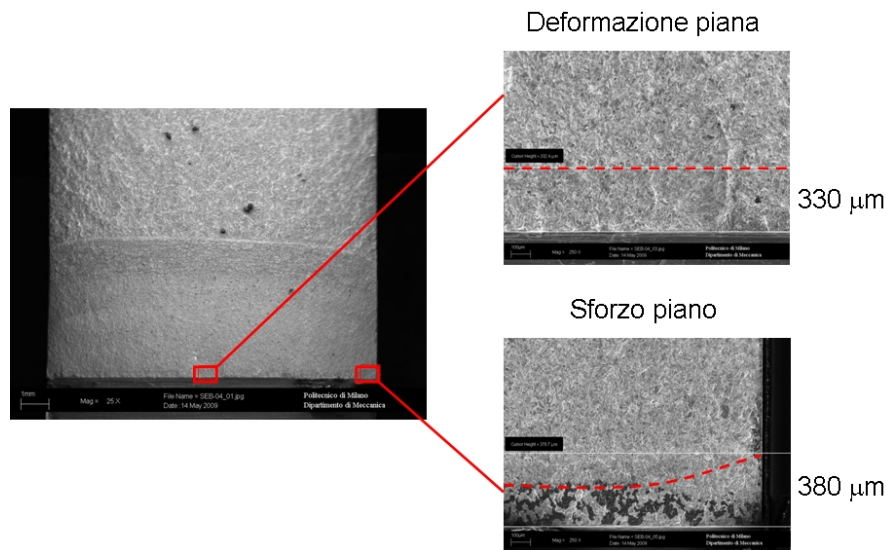


Figura 6: Analisi SEM delle superfici ottenute dalla pre-cricatura in compressione.

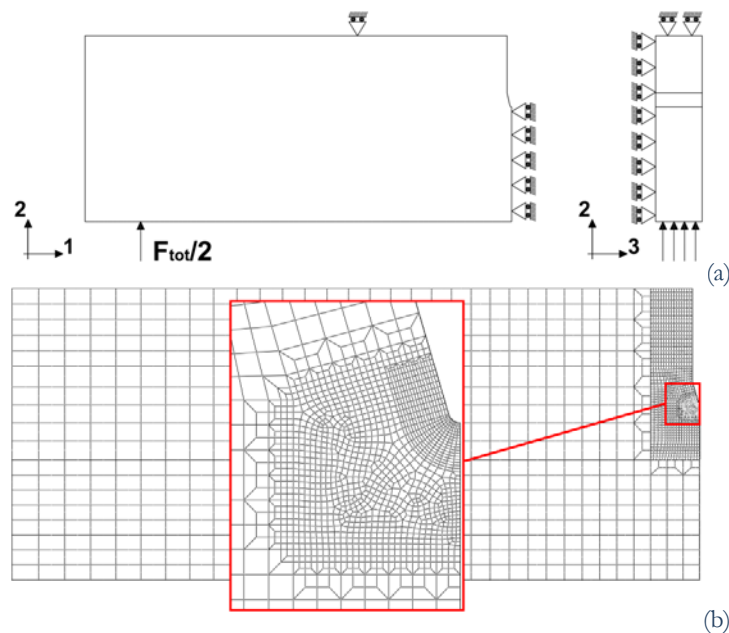


Figura 7: Analisi FEM del provino SE(B) durante le pre-cricatura in compressione:
a) geometria; b) discretizzazione in elementi finiti.

La caratteristica di comportamento plastico del materiale è stata introdotta nel modello mediante due differenti formulazioni. La prima è quella di ipotizzare il materiale elastico-perfettamente plastico, mentre la seconda è quella di implementare una procedura illustrata in [14] e detta FfS, pervenendo alla ricostruzione della curva di trazione del materiale in zona plastica a partire dalla conoscenza del carico di snervamento e di rottura nel modo seguente:

$$\sigma = R_{p0.2} (\epsilon / \epsilon_{sn}) N \quad (1)$$

con N ("strain hardening coefficient") dato dalla seguente espressione:

$$N = 0.3 (1 - R_{p0.2} / R_m) \quad (2)$$



In Fig. 8 sono mostrate le curve ottenute con le due ipotesi utilizzate. Per entrambe le ipotesi di materiale, i punti della curva sforzi-deformazioni sono stati convertiti e forniti al modello in termini veri e non ingegneristici.

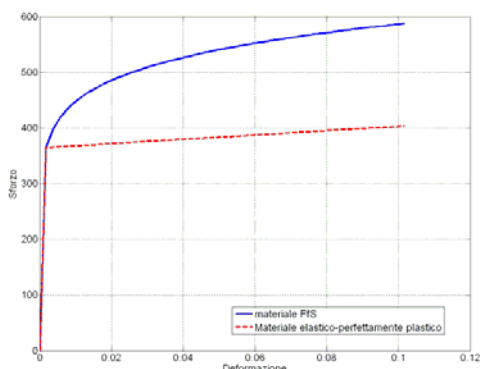


Figura 8: Curva sforzi-deformazioni tratta dall'implementazione del metodo ricavato da [14] (materiale "FfS") e con ipotesi di comportamento elasto-plastico perfetto.

I risultati di interesse sono rappresentati dall'andamento degli sforzi di flessione (Fig. 9a) in corrispondenza del carico massimo di compressione (Fig. 9b) e dagli sforzi residui di trazione che rimangono nella zona dell'intaglio (Fig. 9c) al carico minimo di compressione e che permettono la nucleazione della cricca e il suo successivo naturale arresto.

Entrambe le ipotesi di modellazione del materiale, come atteso, denotano una maggiore estensione in corrispondenza della superficie libera del provino (ipotesi di sforzo piano) in maniera del tutto equivalente a quanto riscontrato osservando il fronte sperimentale della cricca in fase di pre-criccatura. E' poi molto importante notare (Fig. 9c) che la stima dell'estensione della zona plastica residua in trazione (sia in sforzo piano, sia in deformazione piana) risulta molto vicina a quella sperimentale considerando il materiale elasto-plastico perfetto, mentre una modellazione FfS sembra suggerire una dimensione minore.

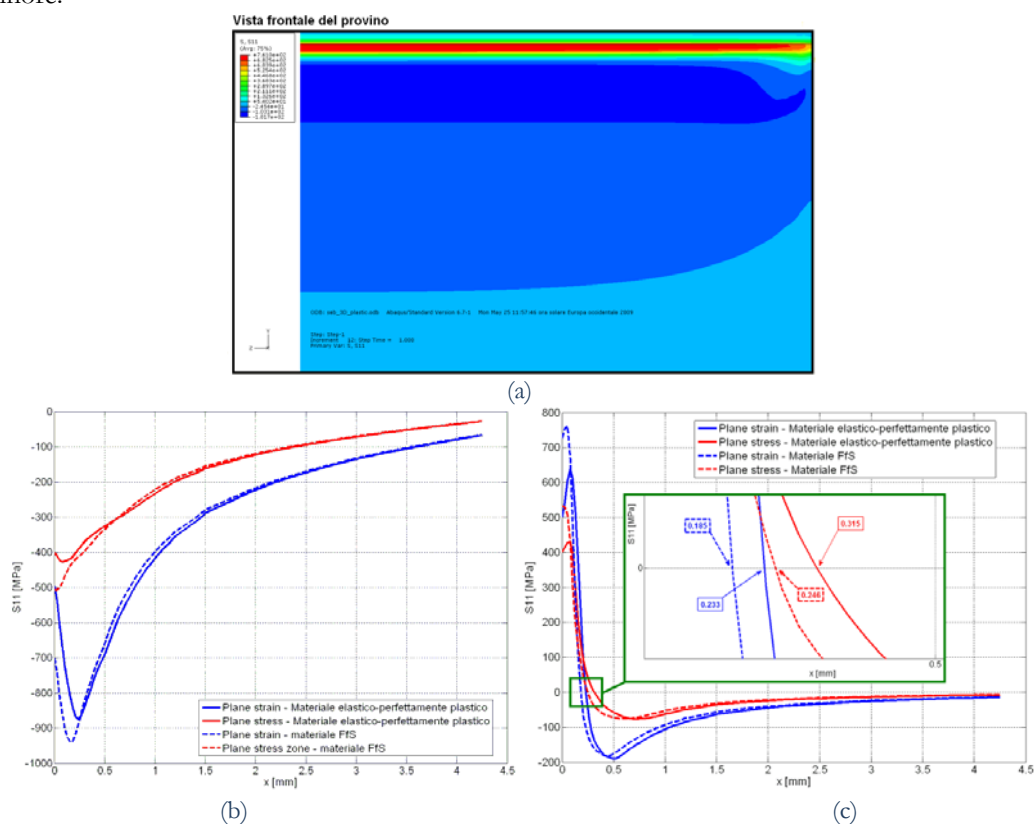


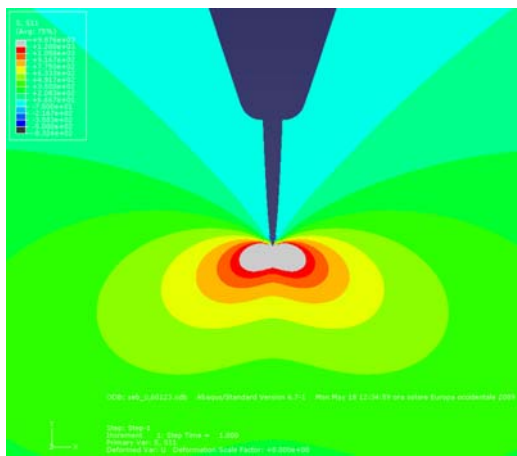
Figura 9: Risultati dell'analisi FEM: a) sforzi di flessione in sezione al carico massimo di compressione; b) andamento dello sforzo di flessione al carico massimo di compressione; c) andamento dello sforzo di flessione al carico minimo di compressione.



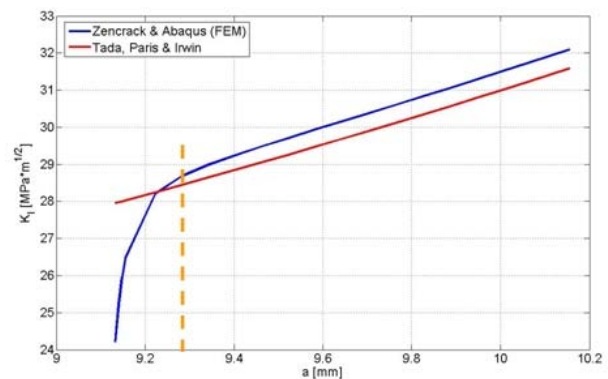
STABILIZZAZIONE DELLA PROPAGAZIONE

Come già descritto in precedenza, una volta completata la pre-riccatura in compressione, è necessario far propagare la cricca quanto basta per non avere più influenza sia dell'intaglio che degli effetti della pre-riccatura stessa.

Il modello FEM già descritto nel precedentemente paragrafo è stato quindi riutilizzato modellando il materiale come lineare-elastico ed aggiungendo una cricca di lunghezza progressivamente crescente mediante il software dedicato Zencrack [15]. In questo modo è stato possibile valutare l'influenza dell'intaglio sullo stato di sforzo agente sulla cricca stessa. Fig. 10 mostra un esempio di analisi del fattore di intensificazione degli sforzi e il conseguente suo andamento al crescere della cricca confrontato con una soluzione di letteratura [16]. Come si può osservare, la soluzione numerica del SIF converge con quella di letteratura (evidenziando quindi la fine della zona di influenza dell'intaglio) per una cricca di profondità pari a circa 0.3 mm.



(a)



(b)

Figura 10: Determinazione dell'influenza dell'intaglio sulla cricca: a) esempio di calcolo del fattore di intensificazione degli sforzi; b) andamento del SIF con la lunghezza della cricca e confronto con una soluzione di letteratura.

La valutazione dell'estensione dell'influenza della pre-riccatura in compressione sulla propagazione della cricca è stata invece affrontata mediante un approccio empirico proposto in [11]. In particolare, la propagazione di cricca Δa necessaria per la stabilizzazione della propagazione risulta essere determinata come:

$$\Delta a = 3 \cdot (1 - R) \cdot \rho_c \quad (3)$$

dove R è il rapporto di ciclo e la classica dimensione della zona plastica ciclica nel caso di sforzo piano:

$$\rho_c = \frac{\pi}{8} \cdot \left(\frac{|K_{cp}|}{R_{p0.2}} \right)^2 \quad (4)$$

dove $|K_{cp}|$ è il massimo SIF in compressione utilizzato durante la pre-riccatura. Applicando le Eq. (3) e (4) al caso in esame si trova che $\rho_c = 790 \mu\text{m}$ e $\Delta a = 2133 \mu\text{m}$. Tali valori sono perfettamente in accordo con le osservazioni sperimentali, per le quali la stabilizzazione della propagazione è sempre stata ottenuta ad una profondità di cricca di circa 2 mm.

CARATTERIZZAZIONE DEL COMPORTAMENTO A PROPAGAZIONE

Una volta pre-riccato in compressione, ogni provino è stato strumentato mediante due krak-gages RMF-A10 (Fig. 11a, uno per lato e aventi base di misura 10 mm) in modo da poter monitorare in tempo reale l'avanzamento della cricca durante la prova. Tali misure sono state eseguite mediante una centralina RUMUL Fractomat®



basandosi su una tecnica di caduta del potenziale. L'applicazione della flessione su quattro punti è stata affidata ad una macchina di flessione piana a risonanza RUMUL Cracktronic® da 160 Nm e vibrante a circa 130 Hz (Fig. 11b).

Sono stati testati in tutto dieci provini SE(B) a diversi rapporti di ciclo sia per caratterizzare il tratto del Paris (test CPCA), sia per caratterizzare le soglie (test CPLR). Nel secondo caso, i parametri tipici delle prove con riduzione di carico sono stati fissati entro i limiti di normativa [4]: la velocità a cui la riduzione di carico è sempre stata iniziata è pari a 10^{-9} m/ciclo, mentre il coefficiente di riduzione del carico è stato impostato a $C=-0.08$ mm⁻¹. Fig. 12 mostra una selezione dei risultati più significativi confrontata con i risultati precedentemente ottenuti con le metodologie tradizionali.



Figura 11: Prove di propagazione: a) strumentazione di un provino mediante crack-gages per il monitoraggio in tempo reale dell'avanzamento della cricca durante le prove; b) sistema di prova.

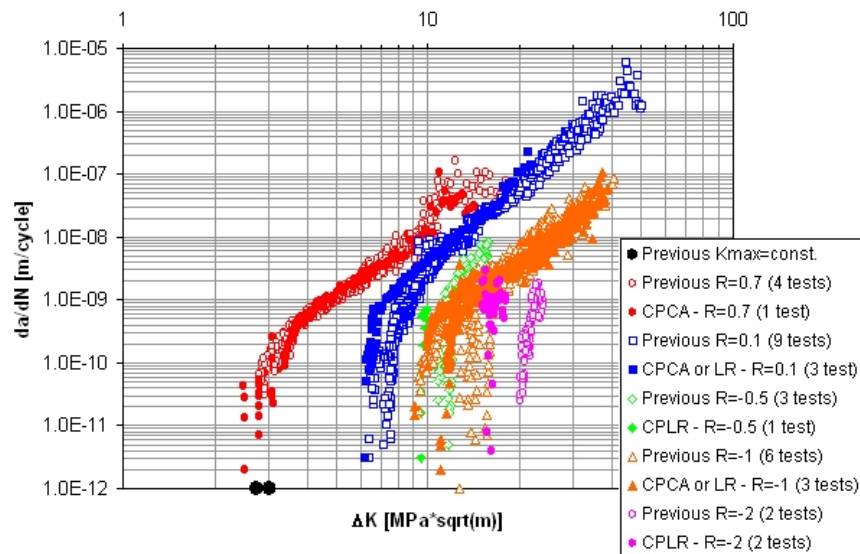


Figura 12: Confronto tra le curve di propagazione ottenute CPCA a CPLR e mediante metodi tradizionali.

Alcune interessanti osservazioni possono essere tratte da questa figura. Innanzitutto, dal punto di vista sperimentale-metodologico, la curva CPCA a $R=0.7$ mostra i diversi tentativi utilizzati per trovare il valore del SIF capace di far propagare la cricca. In particolare, sono evidenziati tre tentativi in cui la cricca è diventata in realtà non-propagante e si è dovuto procedere ad innalzare leggermente il carico. Tale comportamento è stato osservato in ogni test, ma riportato solo per questo caso per non confondere ulteriormente la figura.

Considerando invece i risultati veri e propri risulta evidente che la forma delle curve ha assunto un andamento più ripetibile con il rapporto di ciclo: sia il fenomeno del "fanning", sia la differente altezza dei gomiti delle curve sono spariti considerando i test CPCA e CPLR rispetto alle tecniche tradizionali. Un'analisi di dettaglio dei soli valori di soglia è riportata in Fig. 13 insieme a quelli ottenuti con le metodologie tradizionali.

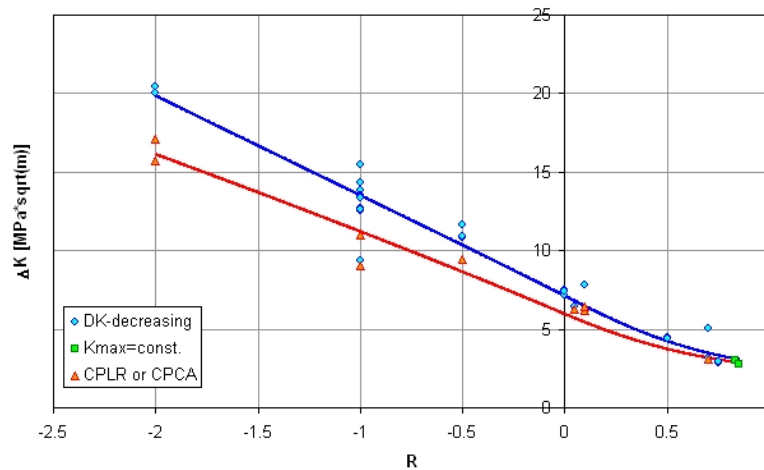


Figura 13: Andamento delle soglie di propagazione con il rapporto di ciclo.

Questo grafico permette, innanzitutto, di osservare che la differenza tra le soglie generate con i metodi tradizionali e con i metodi della pre-cricatura in compressione aumenta considerevolmente e significativamente con l'abbassarsi del rapporto di ciclo, mentre è praticamente nulla per R molto alti. Ciò può essere spiegato ricordando che il fenomeno della closure assume sempre più importanza abbassando R e quindi anche gli effetti di interazione dei carichi vengono sentiti in maniera più marcata. Nel caso di R=-2, la differenza tra le soglie raggiunge il 25% circa: ciò può avere grosse ripercussioni sulla manutenzione, in termini di distanza tra ispezioni successive, degli assili ferroviari. Nel caso, invece, di R=-1, il valore medio delle soglie determinate con CPLR si assesta intorno a 9.5÷10 MPa√m, un valore molto prossimo a quello ricavato dal diagramma di Kitagawa (vedi Fig. 1). È infine anche interessante notare che lo scarto delle soglie ottenute da pre-cricatura in compressione è significativamente inferiore a quello relativo ai test tradizionali.

Fig. 13 mostra anche le interpolazioni dei dati sperimentali ottenute con il metodo della massima verosimiglianza ed utilizzando l'equazione di NASGRO per le soglie [17]:

$$\Delta K_{th} = \Delta K_o \cdot \sqrt{\frac{a}{a+a_o}} \cdot \left[\frac{1-f}{(1-A_o)(1-R)} \right]^{(1+C_{th}R)} \quad (5)$$

dove R è il rapporto di ciclo, f è la funzione che tiene in conto del fenomeno della closure, A_o è una costante utilizzata nella formulazione di f, ΔK₀ è la soglia a R=0, C_{th} è una costante empirica, a è la lunghezza della cricca e a_o è il parametro di El-Haddad. La dipendenza di ΔK_{th} da R è controllata dal parametro C_{th}: differenti valori di C_{th} (ovvero C_{th+} e C_{th-}) devono essere considerati per valori positivi e negativi di R. È da notare che l'Eq. (5) è valida in generale nel campo -2≤R≤0.7; fuori da questi limiti le soglie tendono a rimanere costanti. I parametri empirici da determinare dai dati sperimentali sono quindi ΔK₀, C_{th+} e C_{th-}: Tab. I confronta i risultati dell'interpolazione per i diversi metodi.

	ΔK-decreasing	CPCA o CPLR
ΔK ₀	7.11 MPa√m	5.96 MPa√m
C _{th+}	1.52	1.17
C _{th-}	-0.04	-0.02

Tabella I: Parametri di interpolazione dei dati sperimentali.

CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Sono state qui analizzate le performance della tecnica sperimentale di pre-cricatura in compressione nella generazione di curve di propagazione e soglie considerando un materiale, una geometria di provini e un range di rapporti di ciclo non ancora disponibili in letteratura. Le conclusioni più significative possono essere così riassunte:



- la pre-cricatura in compressione si è dimostrata un metodo efficace nel non influenzare i risultati sperimentali ricercati. L'applicazione di analisi numeriche e approcci empirici ha trovato buon riscontro con le evidenze sperimentali alla fine della pre-cricatura;
- le curve di propagazione ottenute mediante CPCA o CPLR non hanno mostrato le tipiche discrepanze (quali il "fanning" e una differente altezza del gomito della curva con R) osservate nei test effettuati con i più tradizionali metodi ΔK -decreasing e $K_{max}=\text{const.}$;
- per quanto riguarda la zona di soglia, la metodologia ha permesso di notare che più è basso il rapporto di ciclo e più le soglie sono non conservative con i metodi tradizionali (fino ad una differenza del 25% a $R=-2$). Inoltre, a $R=-1$ la soglia trovata con CPLR è consistente con quella determinata mediante il diagramma di Kitagawa. Infine, lo scarto delle soglie ottenute con CPCA o CPLR è di molto inferiore a quello ottenuto dai metodi tradizionali.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] U.S. Air Force Research Laboratory, Handbook for Damage Tolerant Design, online handbook: <http://www.afgrow.net/applications/DTDHandbook/default.aspx>.
- [2] S. Cantini, S. Beretta, M. Carboni, Atti del 15th Int. Wheelset Congress, Praga, Repubblica Ceca (2007).
- [3] S. Beretta, M. Carboni, Atti del 8th Int. Conference on Engineering Structural Integrity Assessment (ESIA8), Manchester, UK (2006).
- [4] ASTM E647-05, Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates, Annual Book of ASTM Standards, Vol. 3(1), ASTM International, West Conshohocken, PA, CD-ROM version.
- [5] S. C. Forth, J. Jr. Newman, R.G. Forman, Int. J. Fat., 25 (2003) 9.
- [6] S. C. Forth, J. Jr. Newman, R.G. Forman, J. ASTM Int., 2 (2005) 1.
- [7] J. Jr. Newman, J. Schneider, A. Daniel, D. McKnight, Int. J. Fat., 27 (2005) 1432.
- [8] W. Elber, in: Damage tolerance in aircraft structure, ASTM STP 486:230-242, (1971).
- [9] BS EN13261, Railway Applications – Wheelsets and Bogies – Axles – Product Requirements, CEN, (2003).
- [10] S. Beretta, M. Carboni, S. Cantini, A. Ghidini, Proc. Instn Mech. Engrs, Part F: J. Rail and Rapid Transit., 218 (2004)
- [11] J. Jr. Newman, Y. Yamada, Atti del 17th European Conference on Fracture (ECF17), Brno, Repubblica Ceca, (2008).
- [12] J. Schijve, Fatigue of structures and materials, Kluwer Academic Publishers. New York, (2004).
- [13] ABAQUS 6.7-1, User's Manual, (2008).
- [14] U. Zerbst, M. Schödel, S. Webster, R. A. Ainsworth, Fitness-for-Service Fracture Assessment of Structures Containing Cracks, Elsevier, (2007).
- [15] Zencrack 7.6, User's Manual, (2009).
- [16] H. Tada, P. C. Paris, G. R. Irwin, The stress analysis of cracks handbook, 3^a edizione, John Wiley And Sons Ltd, (2000).
- [17] NASGRO 3.0.21, User's Manual, (2000).