

PROGETTAZIONE DAMAGE TOLERANCE DI UNA FUSOLIERA DI ELICOTTERO

Daniele Colombo^{1,a}, Marco Giglio^{1,b}, Corrado Giani^{2,c}, Ugo Mariani^{2,d},

¹ Politecnico di Milano, Dipartimento di Meccanica, Via la Masa 34, Milano, Italy

² AgustaWestland, Via G. Agusta, Cascina Costa di Samarate (VA), Italy

^adaniele.colombo@polimi.it, ^bmarco.giglio@polimi.it, ^ccorrado.giani@agustawestland.com,

^dugo.mariani@agustawestland.com,

SOMMARIO

In questo lavoro viene presentato un esempio di progettazione damage tolerant di una fusoliera di elicottero. In particolare, l'attenzione è posta sulla parte finale della fusoliera compresa tra la cabina e il rotore di coda. Data la complessità della struttura in esame, la verifica damage tolerant è stata condotta per via numerica tramite il metodo agli elementi finiti, con l'utilizzo di opportune metodologie numeriche per rendere il più possibile automatico il processo di simulazione di propagazione della cricca. I risultati delle simulazioni numeriche sono stati confrontati con i dati sperimentali disponibili, con ottima concordanza.

ABSTRACT

The aim of this paper is the description of the damage tolerant design of the fuselage of a helicopter. The object of the study is the rear fuselage, from the main cabin to the tail rotor. Due to the complexity of the structure, the work has been carried out by means of the finite element method, with the use of appropriate numerical methods in order to automate the crack propagation simulations. The numerical results have been compared with experimental available values, obtaining a good agreement.

1. INTRODUZIONE

Nelle strutture sono sempre inevitabilmente presenti zone di concentrazione di sforzo dovute, tipicamente, a cambiamenti di forma geometrica, ad applicazione di carichi o a contatti tra diverse parti. Inoltre è spesso difficile evitare la presenza di irregolarità superficiali o cavità di ritiro nei componenti, dovute ai processi di fabbricazione, ed eventuali difetti dovuti a danneggiamenti in esercizio, come ad esempio corrosione o incisioni dovute all'impatto di oggetti estranei. Nel caso in cui la struttura sia sottoposta a carichi variabili nel tempo, da queste zone possono nascere, e successivamente propagare, cricche di fatica che costituiscono un pericolo per l'integrità della stessa struttura. In molti casi la formazione e propagazione di cricche di fatica non può essere evitata e la loro presenza viene tollerata in fase di progettazione. Per far ciò è però indispensabile riuscire a determinare, tramite le metodologie della meccanica della frattura, i possibili punti di innesco di cricche di fatica e i tempi di propagazione necessari al raggiungimento della propagazione instabile. Questo permette di stabilire i tempi di ispezione del velivolo in modo tale da poter intervenire con la riparazione o con la sostituzione della parte danneggiata di struttura quando necessario.

L'approccio appena descritto costituisce la cosiddetta progettazione *damage tolerant* [1, 2]. L'origine di questa filosofia progettuale risale alla prima metà degli anni '70 quando, in seguito ad eventi catastrofici che riguardarono in particolar modo velivoli militari, venne effettuata una revisione critica della metodologia progettuale comunemente utilizzata. Fino ad allora la progettazione delle strutture, in particolar modo aeronautiche, era basata sull'approccio *safe-life*: la struttura veniva dimensionata in

modo tale che in tutto l'arco della sua vita utile non si sviluppasse cricche di fatica. L'incertezza che caratterizza i dati di fatica dei materiali, sommata alle limitazioni che caratterizzano le leggi che permettono di stimare la vita a fatica, spesso di natura empirica, obbligava i progettisti all'adozione di coefficienti di sicurezza elevati [3]. Questo contrastava però con la tendenza di realizzare velivoli sempre più leggeri e dalle prestazioni più spinte. Inoltre, come già ricordato, gli alti coefficienti di sicurezza utilizzati non mettevano al riparo da cedimenti prematuri. Poiché dall'analisi di questi cedimenti risultò evidente che la causa principale era la formazione e la propagazione a fatica di cricche in punti particolarmente sollecitati o in prossimità di difetti della struttura, si rese necessaria la definizione della progettazione *damage tolerant*. Oggi l'approccio *safe-life*, anche se reso più raffinato dalle metodologie di tipo *defect tolerant* [4], viene adottato limitatamente a quelle parti di struttura a cui non è possibile accedere facilmente per le ispezioni periodiche.

In questo lavoro viene presentato un esempio di progettazione *damage tolerant* della parte terminale di una fusoliera di elicottero (*rear fuselage*), nella zona compresa tra la cabina e il rotore di coda. Lo studio è stato effettuato principalmente per mezzo del metodo FE, con l'utilizzo di apposite metodologie numeriche per permettere di considerare diverse lunghezze di propagazione della cricca.

2. DESCRIZIONE DELLA REAR FUSELAGE E DELLA MODELLAZIONE AD ELEMENTI FINITI

Il modello geometrico della fusoliera oggetto di studio è visibile in figura 1. La fusoliera è stata progettata seguendo la comune prassi aeronautica ed è costituita da pannelli in lega Al-Li 8090-T81, realizzati secondo la classica costruzione con correnti e ordinate. La struttura ha una lunghezza di circa 10 metri, è larga circa 3 metri e la sua altezza, compreso l'impennaggio verticale, è di circa 5 metri. La parte terminale della coda può essere ripiegata su se stessa grazie alla presenza di traverse di ripiegamento. Le notevoli dimensioni della struttura pongono problemi di modellazione a causa del fatto che la lunghezza della cricca che dovrà essere introdotta è dell'ordine del millimetro. Si è pertanto scelto di creare un primo modello ad elementi finiti (FE) grossolano dell'intera fusoliera (fig. 2) in modo tale da localizzare i punti più sollecitati della struttura. Questo modello è costituito da elementi shell a quattro nodi (pannelli e ordinate) e beam (correnti).

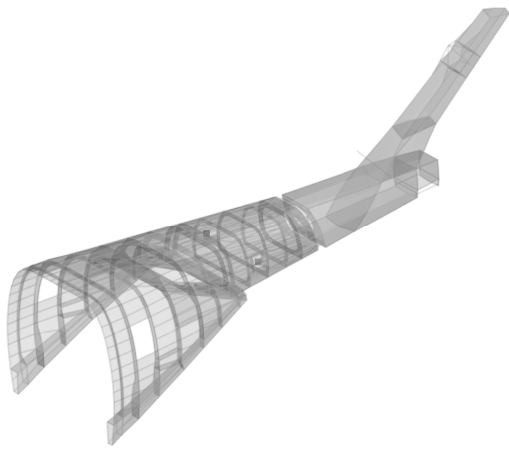


Fig. 1 – Modello geometrico trasparente della rear fuselage studiata in questo lavoro

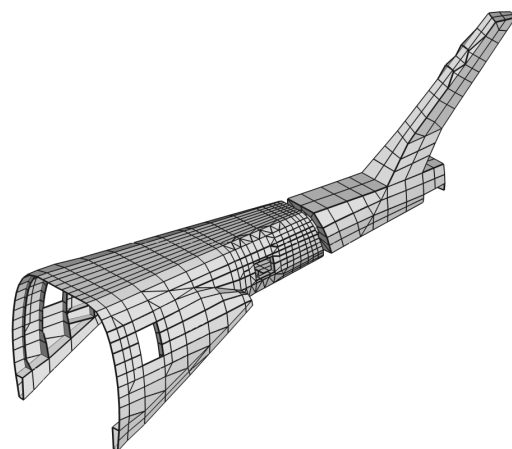


Fig. 2 – Modello FE della rear fuselage costituito da elementi beam e shell

Le forze e i momenti applicati alla fusoliera sono visibili in figura 3. Queste azioni rappresentano i risultanti delle forze e momenti applicati dal rotore (F_y e M_y) e delle azioni aerodinamiche agenti sul pianetto di coda (F_z). Poiché i loro punti di applicazione non appartengono al modello FE, sono stati introdotti alcuni elementi beam aggiuntivi di collegamento. Questi elementi sono stati assunti rigidi poiché il loro unico scopo è quello di trasmettere correttamente il carico alla fusoliera. Inoltre, anche le traverse di ripiegamento sono state modellate con elementi beam rigidi poiché in questo lavoro si è esclusa l'analisi di questa parte della struttura.

Le forze e il momento applicati alla fusoliera permettono di descrivere ogni tipo di manovra del velivolo tramite una loro opportuna combinazione; può quindi essere definito lo spettro di carico in termini di valore medio ed alternato di F_y , M_y e F_z . La forza F_y risulta essere quella di intensità maggiore, ed è quindi anche tale da produrre il contributo più elevato allo stato tensionale nella struttura. Il suo valore massimo è pari a circa 21000 N, contro un valore massimo di F_z pari a circa 3000 N e un valore massimo assunto da M_y pari a circa 5000 Nm. Per la verifica *damage tolerant* è stato definito uno

spettro di carico che copre circa 10000 ore di volo. Questo spettro comprende, oltre alle manovre di volo, anche i carichi vibratori che, sebbene di intensità inferiore di circa due ordini di grandezza rispetto ai carichi dovuti alle manovre, sono in numero notevolmente superiore.

Il modello è stato vincolato a terra eliminando i gradi di libertà dei nodi della parte anteriore della coda (fig. 4). Tale vincolo simula l'azione della parte rimanente di fusoliera che non è stata considerata nel modello.

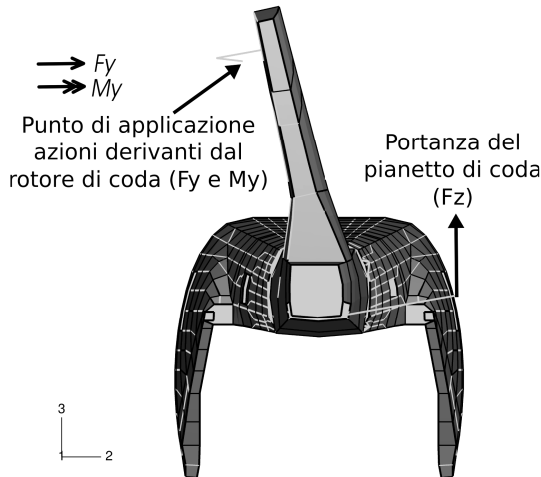


Fig. 3 – Forze e momenti applicati alla fusoliera rappresentati con il verso assunto positivo

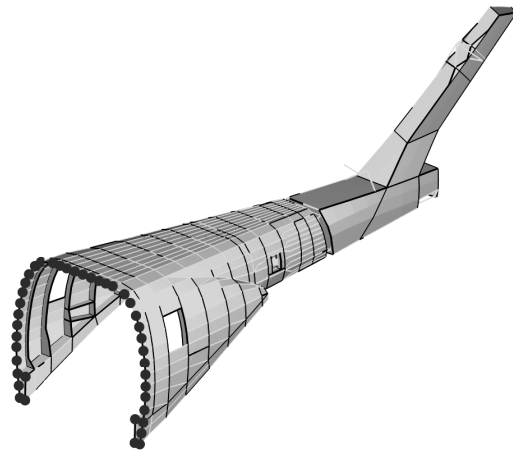


Fig. 4 – Vincoli a terra: i gradi di libertà dei nodi evidenziati in figura sono stati posti uguali a zero

Il modello FE risulta essere lineare poiché non sono stati introdotti contatti tra le parti e il materiale lavora in campo elastico lineare. Questo ha permesso di ridurre il numero di analisi FE applicando al modello una sola forza alla volta. Sfruttando il principio di sovrapposizione degli effetti è stato possibile ricostruire ogni singola manovra contenuta nello spettro di carico. Questa analisi preliminare ha permesso di identificare il punto più sollecitato della fusoliera nella zona del finestrino evidenziato in figura 5. Inoltre, l'effetto della forza F_y risulta predominante rispetto alle altre forzanti: la sovrapposizione degli effetti fornisce, in pratica, gli stessi risultati ottenibili con la sola forza F_y .

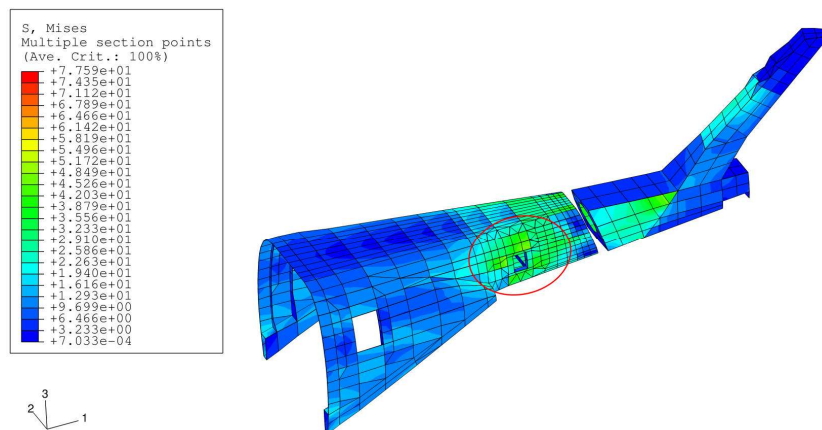


Fig. 5 – Sforzo equivalente di von Mises dovuto all'applicazione del carico $F_y = 10000$ N. Il cerchio rosso evidenzia la zona più sollecitata del modello.

2.1. Introduzione della cricca nel modello FE

Per poter introdurre la cricca all'interno del modello FE, visti i problemi connessi alla differenza di scala già evidenziati, si è scelto di creare un sottomodello [5] della baia più sollecitata individuata dall'analisi preliminare (fig. 5) in modo tale da ottenere una soluzione dettagliata del campo di sforzo e deformazione in prossimità dei punti più sollecitati e in modo tale da ridurre le dimensioni del modello

e rendere possibile l'introduzione di una cricca. Il sottomodulo è visibile in figura 6. Sia i pannelli che i correnti e le ordinate sono stati modellati utilizzando elementi shell quadratici. Grazie anche alla dimensione ridotta degli elementi utilizzati, compresa tra 0,7 e 23 mm, è stato possibile fornire una distribuzione dettagliata degli spessori dei pannelli nelle diverse zone della fusoliera. I rivetti che uniscono le diverse parti sono stati modellati utilizzando tre diversi elementi molla di rigidezza equivalente. Una di queste tre molle reagisce solamente lungo la direzione assiale del rivetto mentre le altre due rispondono lungo due direzioni di taglio tra loro perpendicolari. Inoltre sono stati introdotti, nelle zone circostanti ciascun rivetto, degli elementi gap. Questi elementi sono costituiti da due nodi e sono in qualche modo equivalenti a molle non lineari. Infatti quando la distanza tra i due nodi costituenti, misurata lungo una direzione stabilita in fase di creazione dell'elemento, è superiore ad un valore prefissato, detto *clearance*, l'elemento ha rigidezza nulla e non si oppone quindi allo spostamento (gap aperto). Al contrario, quando la distanza scende sotto il valore della clearance, l'elemento reagisce con una rigidezza infinita (gap chiuso). In questo modo le superfici che interagiscono non possono compenetrarsi.

Purtroppo l'utilizzo degli elementi gap rende il sottomodulo non lineare. Nonostante ciò, alcune considerazioni permettono di semplificare il problema. Come già evidenziato dall'analisi preliminare, infatti, l'effetto della forza F_y sullo stato di sollecitazione della fusoliera è predominante. Questo permette di escludere dalle simulazioni la forza F_z e il momento M_y . In secondo luogo, la risposta fornita dal sottomodulo è sostanzialmente lineare con F_y , a meno di uno scostamento percentuale molto limitato, con un fattore di proporzionalità che cambia solamente al variare del verso della forza. Queste considerazioni permettono di semplificare il problema rendendo applicabile il principio di sovrapposizione degli effetti a patto di distinguere il comportamento della struttura per forza F_y positiva da quello ottenuto per forza F_y negativa. La validazione sperimentale descritta di seguito ha convalidato il comportamento previsto dal sottomodulo.

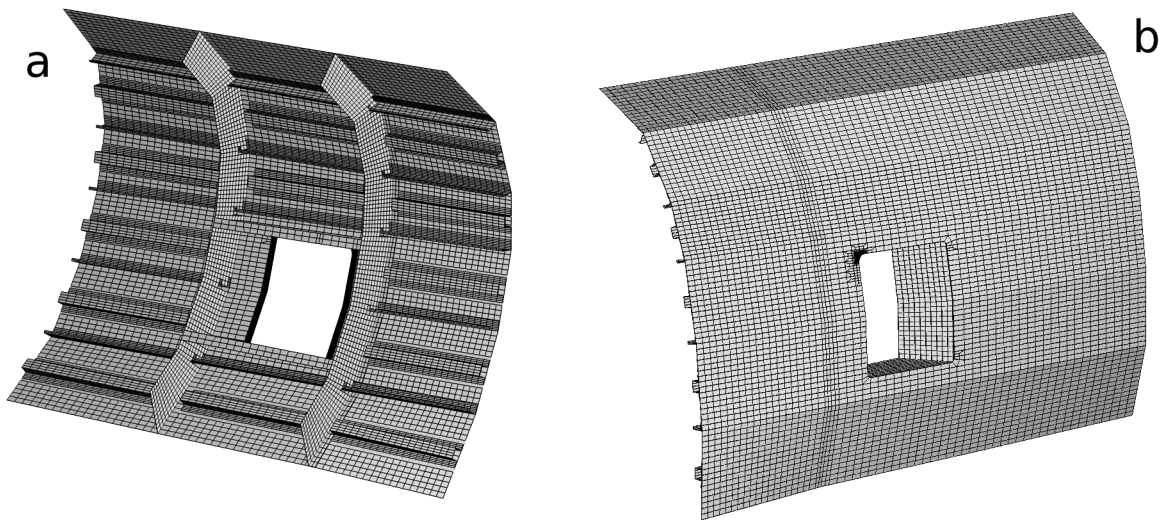


Fig. 6 – Sottomodulo della baia più sollecitata evidenziata in figura 5. a: vista dall'interno della fusoliera. b: vista dall'esterno della fusoliera.

L'analisi della sollecitazione dovuta alla sola forza F_y ha mostrato che il punto più sollecitato della baia è localizzato nello spigolo in alto a sinistra del finestrino (fig.7). In questo punto è stata introdotta, sulla base delle indicazioni definite in sede di certificazione, una cricca di lunghezza pari a 1,27 mm in direzione perpendicolare al massimo sforzo principale presente, come mostrato in figura 8.

2.2. Validazione del modello FE

La validazione del modello è stata effettuata confrontando i valori di deformazione e di spostamento restituiti dal sottomodulo in alcuni punti con i valori misurati sperimentalmente in una prova full-scale della fusoliera. Allo scopo sono stati utilizzati 4 rosette estensimetriche, 2 estensimetri e un trasduttore di spostamento (LVDT). La posizione delle rosette e degli estensimetri è visibile in figura 9. Il trasduttore è stato posizionato in corrispondenza del rotore di coda. Sono state condotte 4 diverse prove sperimentali, in tre di esse è stata applicata una sola delle forze agenti sulla fusoliera, mentre nell'ultima prova le forze sono invece state applicate contemporaneamente. Le forze sono state

applicate con modulo compreso tra 0 e il massimo valore previsto dagli spettri di carico. I valori di deformazione registrati durante l'incremento di carico hanno mostrato un andamento lineare con il modulo della forza applicata istante per istante, in accordo con la previsione di comportamento proporzionale fornita dal sottomodulo. Inoltre i valori di deformazione registrati durante l'applicazione della sola forza F_z e del solo momento M_y (valore massimo di circa $50 \mu\epsilon$) sono risultati essere trascurabili rispetto a quelli registrati durante l'applicazione della sola forza F_y (valore massimo di circa $2000 \mu\epsilon$). Queste osservazioni permettono di confermare quanto previsto dal sottomodulo: è possibile condurre l'analisi damage tolerance della fusoliera considerando la sola forza F_y e sfruttando il comportamento lineare del modello.

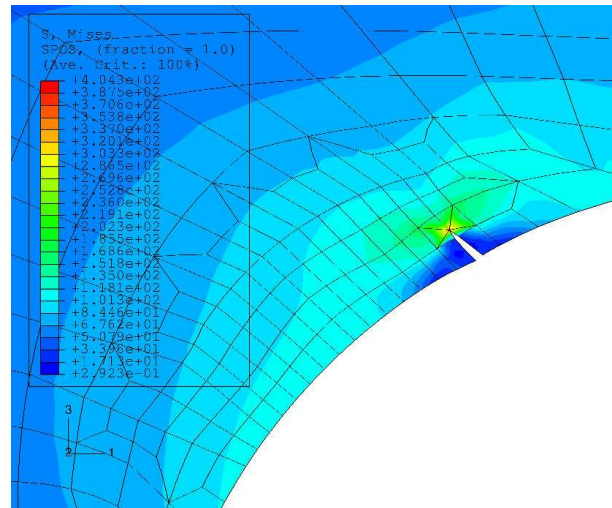
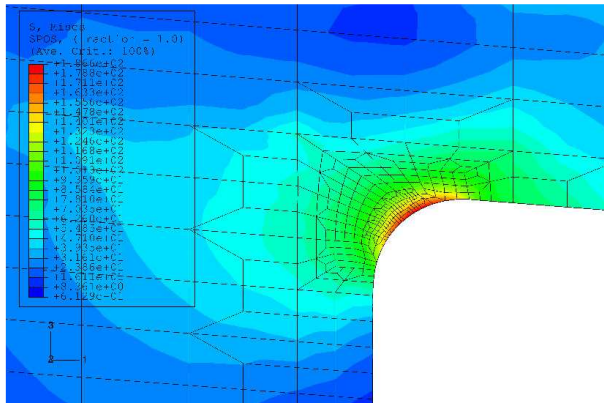


Fig. 7 – Ingrandimento dello spigolo in alto a sinistra del finestrino del sottomodulo (fig. 5-b).
Fig. 8 – Introduzione di una cricca iniziale di lunghezza 1,27 mm nel punto più sollecitato del stata applicata solamente la forza $F_y = 10000$ N. sottomodulo (fig. 7). (Sforzi di von Mises)

Il confronto tra valori di deformazione restituiti dalle rosette estensimetriche e valore numerico è stato effettuato considerando la deformazione principale massima. Questo permette di ridurre l'influenza di errori di posizionamento della rosetta. Infatti il sottomodulo evidenzia che rotazioni dei bracci della rosetta di qualche grado possono causare una variazione della deformazione prevista dal modello numerico dell'ordine del centinaio di microepsilon. I risultati del confronto sono riportati in tabella 1. Con l'eccezione della rosetta 5, l'errore risulta accettabile. Come visibile in figura 9, le rosette 5 e 6, che esibiscono l'errore più elevato, risultano posizionate vicino agli spigoli del finestrino e, in particolare, la rosetta 5 è più vicina rispetto alla 6. Il sottomodulo mostra che in queste zone esiste un forte gradiente di deformazione. In figura 10 è riportato l'andamento della deformazione in funzione della distanza radiale dallo spigolo del finestrino per la rosetta 5. Da questo grafico risulta evidente che nei primi 2 mm si ha una variazione di deformazione di circa $1500 \mu\epsilon$. Pertanto, piccoli errori di posizionamento della rosetta possono influire molto sul valore della deformazione misurata. Tale valutazione può spiegare l'elevato errore ottenuto per la rosetta 5. Un comportamento simile si riscontra per lo spigolo in basso a destra del finestrino, dove è posizionata la rosetta 6. Quest'ultima, però, risulta essere più distante dal bordo rispetto alla rosetta 5 e, pertanto, si trova in una zona a gradiente di deformazione elevato, ma in misura inferiore rispetto alla rosetta 5. Perciò l'errore rilevato sulla rosetta 6 (+17%) risulta più elevato rispetto agli altri estensimetri ma inferiore rispetto a quello della rosetta 5 (+70%). Infine bisogna rilevare che la deformazione prevista dal sottomodulo per queste due rosette è superiore rispetto al valore registrato sperimentalmente, risultando quindi a favore della sicurezza.

Per quanto riguarda il confronto sugli spostamenti, il trasduttore ha registrato uno spostamento pari a 35,36 mm in corrispondenza del valore massimo di F_y . Il valore predetto dal modello FE di partenza (figura 2) è pari a 32,29 mm. Considerata la complessità della struttura, la concordanza tra i due valori è molto buona (errore pari a 8,7%).

Dal confronto con i valori sperimentali si può pertanto concludere che il modello FE messo a punto permette di prevedere il comportamento della fusoliera con buona affidabilità.

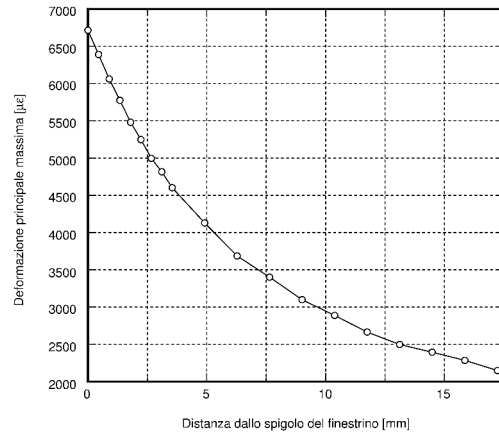
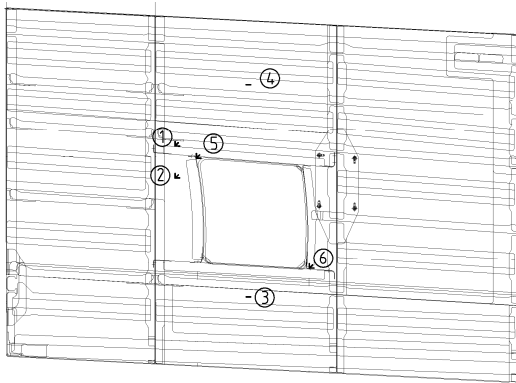


Fig. 9 – Posizione degli estensimetri (3,4) e delle rosette (1,2,5,6) utilizzati per la validazione del sottomodello

Fig. 10 – Andamento della deformazione principale massima in funzione della distanza dallo spigolo del finestrino in prossimità della rosetta 5.

Estensimetro o rosetta	Valore numerico ϵ_1 [$\mu\epsilon$]	Valore sperimentale ϵ_1 [$\mu\epsilon$]	Errore [%]
1	1270	1347	-6
2	1132	1036	+9
3	388	342	+13
4	244	272	-10
5	3841	2254	+70
6	2487	2128	+17

Tabella 1 – Confronto tra i valori sperimentali e quelli numerici per gli estensimetri e le rosette applicate alla fusoliera. Per le rosette il confronto è fatto esclusivamente sulla deformazione principale massima. I valori sono riferiti all'applicazione della massima forza F_y prevista dagli spettri.

3. SIMULAZIONE DELLA PROPAGAZIONE DI CRICCA

Come già descritto, nel sottomodello è stata introdotta una cricca iniziale di lunghezza pari a 1,27 mm (fig. 8). Per determinarne i parametri fondamentali e la direzione di avanzamento più probabile, è stato utilizzato il J-integral [6]. Applicando i criteri della meccanica della frattura lineare elastica, a partire dal valore del J-integral calcolato dal solutore ad elementi finiti è possibile ricavare il fattore di intensità degli sforzi equivalente K_{eq} , definito come segue in campo elastico e per stato piano di sforzo:

$$K_{eq} = \sqrt{J \cdot E} \quad (1)$$

dove J è il valore del J-integral ed E è il modulo di Young del materiale. Il valore di K_{eq} così calcolato permette di tenere in considerazione tutti i modi di apertura della cricca. La direzione di avanzamento della cricca viene assunta coincidente con quella che massimizza la velocità di rilascio dell'energia di deformazione (*direction of maximum strain energy release rate*) [7].

La propagazione viene simulata in passi discreti. In ognuno di essi la cricca viene fatta avanzare in direzione rettilinea di una quantità prefissata modificando la mesh del sottomodello. Ad ogni passo viene ricalcolato il J-integral in modo tale da ricavare sia il parametro K_{eq} che la direzione di avanzamento. In questo modo è possibile ricavare il fattore di intensità degli sforzi equivalente in funzione della lunghezza della cricca, seguendo il percorso di propagazione più probabile.

La modifica del sottomodello ad ogni passo di propagazione viene effettuata in maniera automatica tramite un algoritmo appositamente ideato [8, 9]: gli elementi della mesh interessati dalla

propagazione vengono rimossi e sostituiti da elementi triangolari. Per poter determinare in maniera precisa il valore del J-integral e la direzione di propagazione, l'algoritmo sfrutta un sottomodello costituito da elementi isoparametrici posizionato attorno all'apice di cricca, nel quale viene adottata la tecnica quarter-point [10, 11]. Applicando a questo sottomodello un processo iterativo di infittimento è possibile raggiungere una precisione elevata dei risultati anche con una mesh di partenza abbastanza rada.

Per quanto mostrato precedentemente, solamente il carico F_y influisce in maniera determinante sullo stato di sforzo e deformazione della fusoliera e la risposta del modello risulta essere lineare; tale comportamento ha permesso di introdurre una semplice procedura di valutazione proporzionale della propagazione della cricca durante l'applicazione dello spettro di carico. Pertanto la simulazione numerica è stata utilizzata per ricavare il valore del K_{eq} in funzione della lunghezza di cricca applicando la sola forza F_y (fig. 11), il cui modulo è stato fissato pari al massimo valore previsto nello spettro di carico. Come visibile in figura 11, il valore di K_{eq} raggiunge un massimo per una lunghezza di cricca di circa 35 mm. Questo comportamento è dovuto al fatto che durante la propagazione la cricca si avvicina ad un corrente, raggiungendolo per una lunghezza di propagazione pari a circa 60 mm (figura 12).

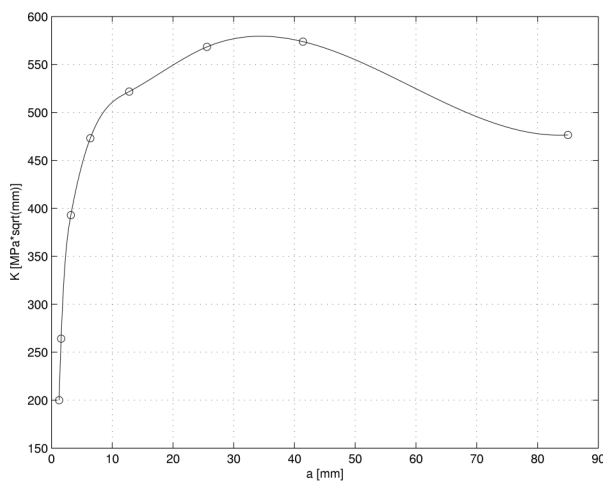


Fig. 11 – Andamento del K_{eq} in funzione della lunghezza di cricca. stata applicata solo una forza $F_y = 21000$ N.

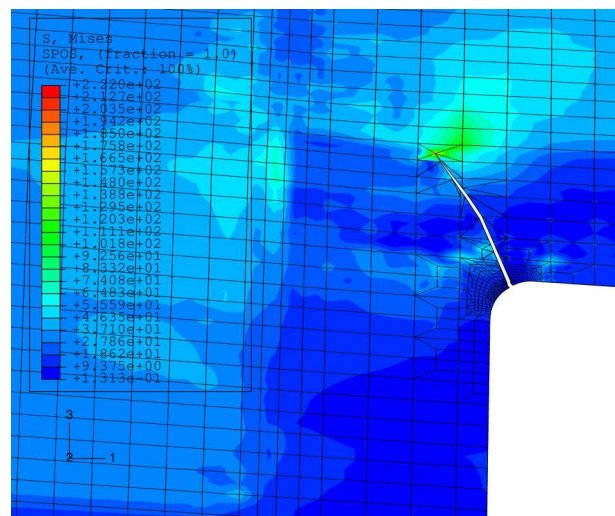


Fig. 12 – Percorso di propagazione della cricca (lunghezza pari a 85 mm).

3.1. Tempi di propagazione e confronto sperimentale

Utilizzando una legge di propagazione del materiale è possibile valutare l'andamento della lunghezza di cricca nel tempo. Nel presente lavoro è stata utilizzata la legge di propagazione di NASGRO [12]: nota la sequenza dei carichi data dallo spettro operativo, noto l'andamento del K_{eq} in funzione della lunghezza di cricca (Fig. 11) e sfruttando la linearità della risposta del sistema alla forza F_y , è possibile ricavare i tempi di propagazione della cricca (Fig. 13), considerando anche il modello di ritardo di Wheeler [13]. Nella simulazione la cricca non giunge mai a propagazione instabile, almeno per il numero di ore di volo considerate. Parallelamente alle simulazioni numeriche, sono state condotte delle prove sperimentali di fatica sulla fusoliera utilizzata per la validazione del modello FE. Tramite l'utilizzo di liquidi penetranti (fig. 14) si è potuto constatare la nucleazione e propagazione di una cricca dallo stesso punto del bordo del finestrino previsto dal modello numerico. Sulla fotografia di figura 14 è stato evidenziato il percorso di propagazione della cricca e, per confronto, è stato sovrapposto il percorso di propagazione previsto dal modello numerico. Come è visibile, i due percorsi sono praticamente coincidenti.

4. CONCLUSIONI

è stato presentato uno studio damage tolerance di una fusoliera di elicottero. Per la modellazione ad elementi finiti è stata ampiamente adottata la tecnica della sottomodellazione. Tale metodologia ha permesso di risolvere il problema dell'introduzione della cricca nel modello, nonostante la differenza di dimensioni rispetto all'intera struttura. Inoltre, la sottomodellazione ha permesso di ottenere risultati molto precisi per quanto riguarda il calcolo dei fattori di intensità degli sforzi all'apice della cricca e dei percorsi di propagazione, senza dover ricorrere a infittimenti della mesh della fusoliera. La

propagazione è stata simulata tramite una modifica dei soli elementi della mesh interessati, grazie ad un algoritmo appositamente ideato. La comparazione con i risultati sperimentali ha mostrato un'ottima concordanza. Il risultato dello studio damage tolerance è riassunto in un grafico che mostra l'andamento della lunghezza di cricca in funzione delle ore di volo. Questo grafico permette di scegliere gli intervalli di tempo tra un'ispezione e la successiva e la lunghezza di cricca massima tollerabile, superata la quale è necessario un intervento di ripristino dell'integrità strutturale della fusoliera. Inoltre, i risultati delle simulazioni permettono di individuare la zona della fusoliera da sottoporre ai controlli periodici, con un notevole risparmio di tempo.

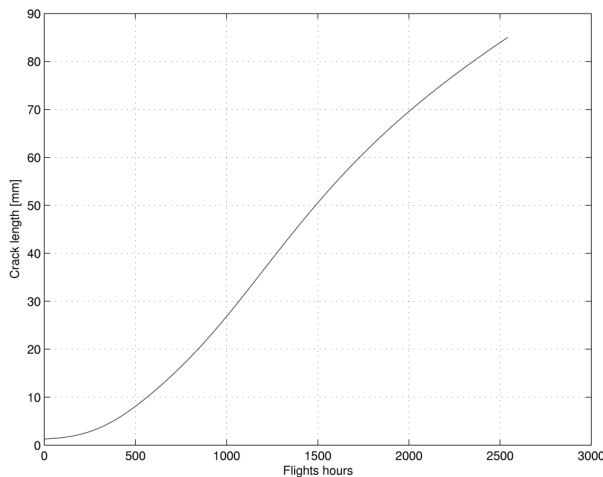


Fig. 13 – Andamento della lunghezza di cricca in funzione delle ore di volo.

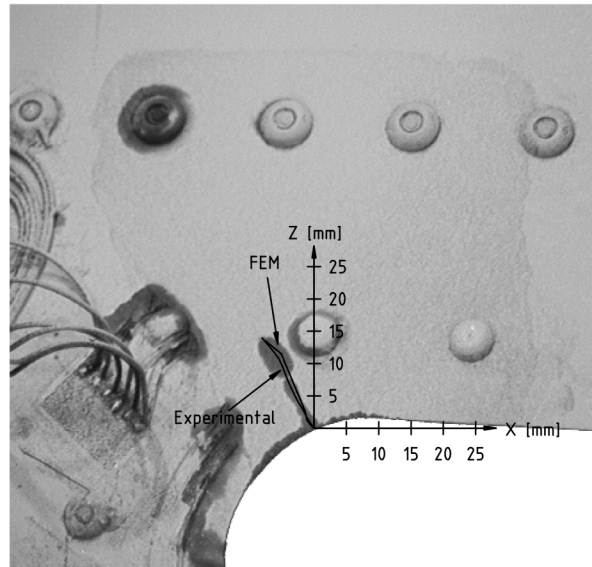


Fig. 14 – Comparazione tra il percorso di propagazione reale e quello previsto dalle simulazioni numeriche

Bibliografia

- [1] Gallagher J.P., Giessler F.J., Berens A.P.. USAF Damage Tolerant Design Handbook: Guidelines for the Analysis and Design of Damage Tolerant Aircraft Structures. Revision B. USA: Pentagon Report, 1984
- [2] USAF Handbook for Damage Tolerant Design. 2002.
URL: <http://www.siresearch.info/proects/dtdh/index.php>
- [3] Damage tolerance assessment handbook. Cambridge, MA: J.A.Volpe National Transportation Systems Center, 1993
- [4] Murakami . Metal Fatigue: Effects of Small Def ects and Nonmetallic Inclusions. Oxford: Elsevier, 2002.
- [5] Cook RD. Finite element modeling for stress analysis. New ork: John Wiley Sons Inc, 1995
- [6] WARP3D User-Theory Manual – URL: <http://cern49.cce.uiuc.edu/cfm/warp3d.html>
- [7] Shen B., Stephansson O. Modification of the G-criterion for crack propagation subected to compression. Engineering Fracture Mechanics. 1994; 47: 177-189
- [8] Colombo D. Metodologie numeriche per la valutazione del danno balistico in componenti elicotteristici. Politecnico di Milano. Tesi di Laurea. Milano, 2001
- [9] Colombo D., Giglio M. A methodology for automatic crack propagation modelling in planar and shell FE models. Engineering Fracture Mechanics. 2006; 73(4): 490-504
- [10] Henshell R.D., Shaw K.G. Crack tip elements are unnecessary. Int J Numer Meth Engng. 1975; 495-509
- [11] Barsoum R.S. On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics. Int J Numer Meth Engng. 1976; 25-37
- [12] NASA Johnson Space Center. Fatigue crack growth computer program NASGRO version 4.2 reference manual. Huston, Texas, 2005. Web: <http://www.nasgro.swri.org/>
- [13] Broek D. The practical use of fracture mechanics. Dordrecht: Kluwer, 1988