

RESISTENZA E ANISOTROPIA IN COMPOSITI RINFORZATI CON FIBRE CORTE: ANALISI MEDIANTE TOMOGRAFIA CON LUCE DI SINCROTRONE

A. Bernasconi^a, M. Broznic^b, F. Cosmi^b, D. Dreossi^c, G. Tromba^c

^a *Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Milano, via La Masa 34 – 20156 Milano, email: andrea.bernasconi@polimi.it*

^b *Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Università degli Studi di Trieste, via A. Valerio 10 – Trieste email: cosmi@units.it.*

^c *Sincrotrone Trieste, Area Science Park, Basovizza, Trieste.*

SOMMARIO

In questa memoria vengono presentati i risultati preliminari di una ricerca volta a misurare l'orientamento delle fibre di rinforzo in un materiale composito a matrice polimerica ottenuto con il processo dello stampaggio a iniezione. La caratterizzazione proposta utilizza un parametro, il Mean Intercept Length (MIL), comunemente impiegato in biomeccanica, ricavato da immagini tridimensionali ottenute mediante tomografia con luce di sincrotrone. La ricostruzione dell'immagine tridimensionale da una serie di radiografie permette di visualizzare la distribuzione spaziale delle fibre di vetro all'interno della fase polimerica. I risultati presentati si riferiscono ad un campione di poliammide 6 rinforzata con il 30% in peso di fibre corte di vetro, estratto da una lastra sottile stampata in modo da favorire lo sviluppo della tipica struttura a strati, caratterizzata da un orientamento delle fibre parallelo al flusso d'iniezione negli strati prossimi alle superfici e perpendicolare al flusso nella zona centrale. Le misure di MIL effettuate si sono rivelate in grado di fornire una stima del grado di anisotropia del materiale e di cogliere le differenze di orientamento delle fibre osservate nei differenti strati del campione.

ABSTRACT

In this note, we present preliminary results of a research activity concerning the measurement of fibres orientation distribution in injection moulded short fibre reinforced polymer composites. The proposed measure is based on the Mean Intercept Length (MIL) parameter, commonly used in biomechanics, obtained from the analysis of three-dimensional images acquired by synchrotron light tomography. The digital reconstruction of the three-dimensional image from a series of X-ray slices allows for visualizing the spatial distribution of reinforcing fibres, separating them from the polymer matrix. The results presented herein refer to a sample of a 30% by weight glass fibre reinforced polyamide 6, extracted from a thin plate. The plate had been injection moulded and presented the typical layered structure, with fibres preferentially aligned to the melt polymer flow direction in the shell layers, located close to the upper and lower plate surface, and perpendicular to it in the core layer. MIL parameter values provided an estimate of the degree of anisotropy of the material and allowed to capture the differences in fibre orientation observed in the shell and core layers.

1. INTRODUZIONE

I materiali compositi a matrice polimerica rinforzati con fibre corte sono sempre più frequentemente impiegati in molti settori industriali per la realizzazione di componenti soggetti a carichi rilevanti, in sostituzione dei materiali metallici, grazie alla maggiore resistenza specifica. L'effetto di rinforzo, aumento di rigidità e di resistenza, statica e a fatica, offerto dalle fibre è strettamente legato al

rapporto di forma (diametro/lunghezza della fibra) ed all'orientamento delle stesse rispetto alla direzione lungo la quale agiscono gli sforzi [1]. Uno dei metodi più frequentemente utilizzato per la realizzazione di componenti è lo stampaggio a iniezione. Mediante questa tecnologia, le fibre vengono iniettate assieme al polimero fuso all'interno di uno stampo. Di conseguenza la distribuzione degli orientamenti delle fibre viene a dipendere dalla dinamica del flusso del polimero fuso che avanza nella cavità dello stampo, il cui comportamento è assimilabile a quello di un fluido ad elevata viscosità. L'orientamento delle fibre è quindi il risultato di un'interazione complessa di fenomeni.

Per poter dimensionare correttamente un manufatto realizzato con questi materiali e con questa tecnica è necessario prima di tutto conoscere le proprietà meccaniche del materiale, quali la resistenza a trazione, all'impatto ed alla fatica. Tuttavia la caratterizzazione meccanica viene eseguita mediante l'impiego di campioni standard, che presentano una distribuzione degli orientamenti delle fibre che può essere differente rispetto a quella che si instaura nel manufatto, dove inoltre può variare da punto a punto, anche lungo lo spessore. Ciò rende ancor più difficoltosa la trasferibilità dei risultati delle prove al pezzo reale di quanto lo sia nel caso dei materiali omogenei e isotropi. A questo fine possono essere di aiuto al progettista i modelli che permettono di prevedere le caratteristiche del composito a partire dalle proprietà meccaniche dei costituenti. Questi modelli hanno in comune l'espressione della rigidità e della resistenza del composito in funzione della distribuzione delle lunghezze e degli orientamenti delle fibre [2]. La distribuzione delle lunghezze può essere determinata con relativa facilità, per esempio separando le fibre dalla matrice e misurandole durante l'osservazione al microscopio. La misura degli orientamenti invece è più difficile, in quanto le fibre non possono ovviamente essere separate dalla matrice in cui sono disperse. Di conseguenza, solitamente, i modelli sopra citati vengono impiegati in maniera semplificata, derivando fattori sintetici di orientamento direttamente dalle prove meccaniche [3].

Un altro strumento utile al progettista di componenti realizzati in compositi rinforzati con fibre corte è la simulazione dello stampaggio a iniezione mediante software commerciali (es. Moldflow e TMConcept) che permettono, tra l'altro, di prevedere l'orientamento delle fibre e si interfacciano con i più diffusi software di calcolo strutturale agli elementi finiti. In questo modo è possibile tenere conto della rigidità e della resistenza locali in ogni punto del pezzo. Tuttavia, ai fini di un'applicazione affidabile di questi metodi, è sentita la necessità di poter confrontare le previsioni dell'orientamento con misure dirette sul pezzo, che possono essere distruttive o non distruttive [4].

I metodi distruttivi consistono nell'analisi di una sezione opportunamente preparata; le fibre vengono intersecate dal piano di sezione lasciando una traccia ellittica. Dall'eccentricità dell'ellisse, noto il diametro delle fibre, è possibile calcolare l'angolo che queste formano con il piano di sezione [5][6]. Questi metodi sono affetti da un'incertezza della misura, a causa della difficoltà di desumere l'angolo d'inclinazione rispetto alla normale al piano quando la traccia ellittica ha bassa eccentricità. I metodi non distruttivi consistono nell'impiego dei raggi γ per ottenere un'immagine, proiezione delle fibre nel piano perpendicolare alla direzione d'irraggiamento [7]. Conseguentemente permettono di analizzare correttamente soltanto distribuzioni planari di fibre e non permettono di valutare le eventuali differenze di orientamento lungo lo spessore.

L'impiego della tomografia a raggi γ , in particolare quella mediante luce di sincrotrone, in linea di principio permette di superare le limitazioni di entrambi i metodi. La tecnica permette infatti di ricostruire la struttura tridimensionale interna di un campione a partire da radiografie ottenute sotto differenti angoli di proiezione. A partire dai volumi ricostruiti è poi possibile valutare l'anisotropia del materiale. Tra le diverse tecniche disponibili, è possibile far ricorso a software opportuni per calcolare il Mean Intercept Length (MIL), parametro comunemente impiegato in biomeccanica per la caratterizzazione dell'anisotropia di una struttura a due fasi.

In questa memoria vengono presentati i primi risultati derivanti dall'applicazione di queste tecniche alla valutazione del grado di anisotropia spaziale di un materiale composito rinforzato con fibre corte, con particolare riferimento a un campione di poliammide 6 rinforzato con il 30% di fibre corte di vetro.

2. MATERIALI E STRUMENTI

2.1 Materiali

Il materiale indagato è un composito a matrice polimerica termoplastica rinforzato con fibre di vetro. La matrice polimerica è poliammide 6 e il rinforzo è ottenuto mediante miscela del 30% in peso di fibre di vetro di tipo E aventi diametro medio di 10 μm (PA6 GF 30). Le lunghezze delle fibre hanno una distribuzione di tipo Weibull. Il valore medio dipende dalle condizioni di stampaggio, dalla complessità dello stampo e dalla concentrazione di fibre e oscilla generalmente tra i 200 e i 300 μm , con lunghezze massime che possono raggiungere anche 1,5 mm.

Il campione oggetto delle misure è un parallelepipedo di base 3,2 mm x 4 mm e altezza 12 mm, estratto da un provino (v. Fig. 1), che a sua volta è stato ricavato una lastra di dimensioni 120 x 180 mm e 3,2 mm di spessore (v. Fig. 2).

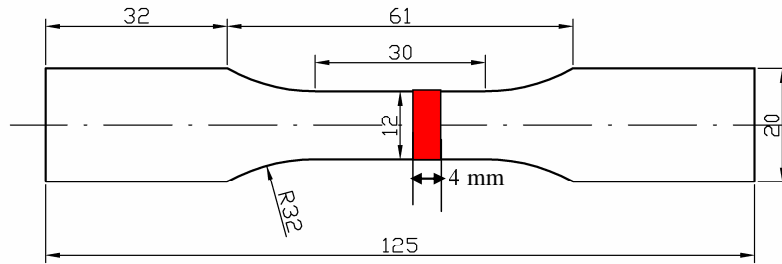


Fig.1 – Provino da cui è stato ricavato il campione di materiale analizzato (spessore 3,2 mm)

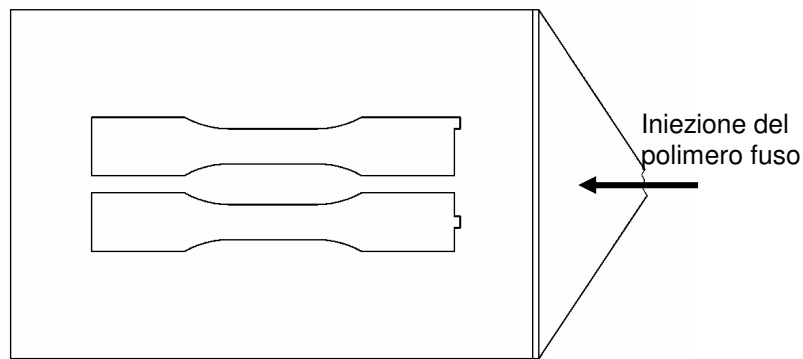


Fig. 2 Lastra da cui è stato estratto il provino (spessore 3,2 mm)

La lastra è stata iniettata di testa lungo il lato da 120 mm, con un ingresso a lama. In queste condizioni è noto, come anche confermato da simulazioni mediante il software Moldflow, che le fibre tendono ad orientarsi parallele al flusso d'iniezione (indicato con la sigla MFD in Fig. 3.a) lungo quasi tutto lo spessore, tranne in una zona centrale (*core*), nella quale la disposizione attesa delle fibre è perpendicolare al flusso.

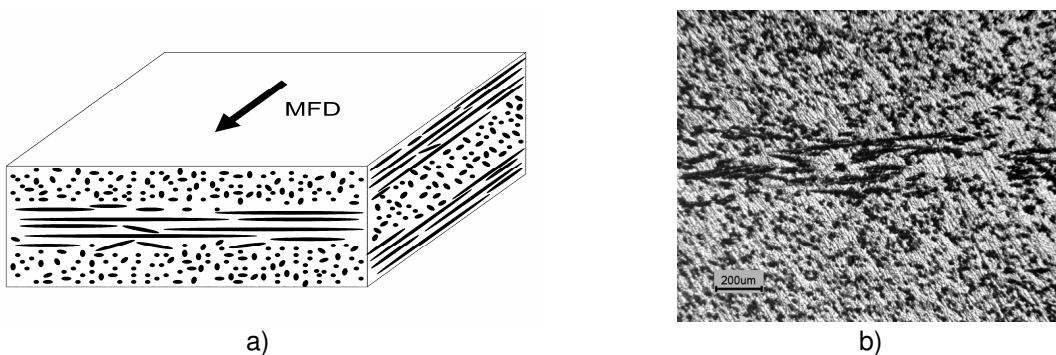


Fig. 3 – Campione di PA6 GF 30 estratto da una lastra di 3,2 mm di spessore: (a) schema della distribuzione delle fibre e (b) particolare della distribuzione delle fibre nella zona centrale, da un'immagine ottenuta al microscopio ottico di una sezione perpendicolare al flusso d'iniezione

Ulteriore conferma dell'instaurarsi di queste condizioni è stata ottenuta mediante l'analisi al microscopio ottico di una porzione centrale di una sezione perpendicolare al flusso d'iniezione. Come è possibile osservare in Fig. 3.b, in quasi tutta la sezione la traccia delle fibre nel piano di sezione è approssimativamente ellittica o circolare, ad indicare che sono state intersecate dal piano in direzione ad esse perpendicolare o formante un angolo non molto aperto, mentre in uno strato di circa 200 µm di altezza sono ben visibili numerose fibre parallele al piano di sezione.

Le condizioni fluidodinamiche durante l'iniezione nelle lastre, caratterizzate da una larghezza della sezione trasversale molto maggiore rispetto allo spessore, sono molto diverse da quelle che si verificano nel provino con geometria standard (norma ISO 527-2 [8]), la cui sezione misura 4 mm x 10 mm. La struttura a strati del campione ha determinato una differenza di proprietà meccaniche rispetto all'identico materiale stampato secondo normativa, come riportato in Tab. 1. La caratterizzazione dell'orientamento delle fibre rappresenta pertanto un primo passo per la modellazione di rigidità e resistenza del composito nel componente reale.

Tab.1 – Valori di resistenza a trazione, modulo elastico e allungamento a rottura di campioni di PA6GF30: confronto tra provino standard ISO 527-2 e il provino estratto da lastra

Campione	R_m [MPa]	E [MPa]	Deformazione a rottura [%]
ISO 527-2	104.8 (0.6)	5846 (139)	6.78 (0.15)
Estratto da lastra	89.5 (3.6)	4607 (114)	6.47 (0.73)

2.2 Acquisizione dati

La luce di sincrotrone è radiazione elettromagnetica, emessa da un fascio di elettroni deviato da un campo elettromagnetico, con un intervallo di energia che va dal visibile fino ai raggi duri. Alcune caratteristiche, quali l'alta brillantezza e la coerenza della sorgente e la polarizzazione del fascio, lo rendono uno strumento di ricerca potente in molti campi. I dati alla base della presente analisi sono stati raccolti presso la linea di luce S RMEP ad Elettra, il sincrotrone di Trieste. Questa linea è dedicata all'imaging con raggi monocromatici, con energia selezionabile fra i 9 ed i 35 keV, ed implementa nuove tecniche di acquisizione dell'immagine.

La radiografia convenzionale registra le proprietà di assorbimento dei raggi da parte di un oggetto. Il contrasto dell'immagine è generato dalle differenze di densità, composizione e spessore del campione e si basa esclusivamente sul rilievo della variazione di ampiezza dei raggi che attraversano il campione. Il limite principale di questa tecnica consiste nel basso contrasto intrinseco dei materiali a basso numero atomico (per esempio i tessuti molli) o, più in generale, dei materiali con piccole differenze di assorbimento da punto a punto.

In generale, quando la sorgente di raggi è caratterizzata da un'elevata coerenza spaziale, come è il caso delle sorgenti di luce di sincrotrone [9], è possibile utilizzare anche l'informazione legata alle variazioni di fase che la radiazione subisce attraversando un oggetto. Questi effetti, soprattutto a basse energie, sono preponderanti rispetto a quelli connessi all'assorbimento e rendono visibili anche piccole disomogeneità all'interno del campione. Numerosi approcci alla radiologia *phase-sensitive* sono stati riportati in letteratura [10] e, tra questi, la radiografia in contrasto di fase (PHC, *Phase Contrast*) si caratterizza per la sua semplicità di implementazione: è sufficiente, infatti, porre il rivelatore ad una opportuna distanza dal soggetto da analizzare. In questo lavoro questa tecnica è stata abbinata alla tomografia assiale ottenendo così una visualizzazione 3D delle fibre all'interno della matrice.

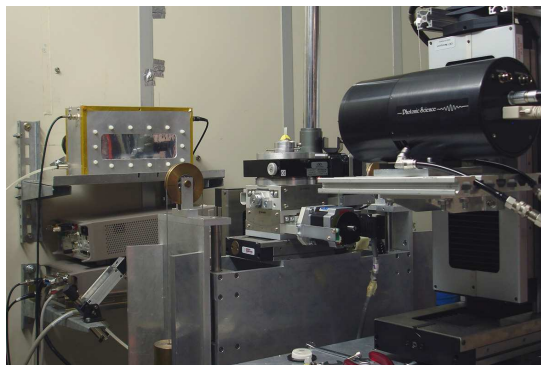


Fig. 4 – Fotografia dell'attrezzatura sperimentale; da sinistra verso destra: camera di ionizzazione all'uscita del fascio di raggi, tavola girevole con un campione di materiale, sensore.

L'attrezzatura utilizzata per questo lavoro è illustrata in Fig. 4, dove sono visibili un campione di materiale ed il sensore. Il fascio viene originato da uno dei magneti curvanti di Elettra e, dopo essere collimato da un sistema di setti, viene reso monocromatico mediante una doppia riflessione su cristalli

di Si(111) ed infine raggiunge il campione. Il sensore impiegato è una CCD camera (Photonic Science DI-VHR 1:2) con il pixel di lato $9 \mu\text{m}$ accoppiata, mediante un taper di fibre ottiche, ad uno schermo di ossisolfuro di gadolinio di spessore $5 \mu\text{m}$ circa.

Facendo ruotare il campione davanti al sensore mediante una tavola girevole motorizzata è possibile ricavare una serie (una per ogni linea di pixel del sensore) di tomografie ad alta risoluzione spaziale, dette slices, corrispondenti a sezioni trasversali (perpendicolari all'asse di rotazione) del campione analizzato. La disponibilità di radiazione monocromatica consente di migliorare la qualità dell'immagine, evitando effetti legati all'indurimento del fascio.

Sovrapponendo le tomografie bi-dimensionali si ottiene una ricostruzione tri-dimensionale del volume, con una risoluzione spaziale di circa $9 \mu\text{m}$ [11]. In Fig. 5 sono riportati una ricostruzione tomografica 2D intera, di dimensioni $3,2 \times 4,0 \text{ mm}^2$, e la ricostruzione 3D di una porzione di volume, di dimensioni $1,8 \times 1,8 \times 1,8 \text{ mm}^3$.

Due porzioni del volume originale, una ricavata nello strato centrale (*core*) ed una ottenuta in una zona con orientamento delle fibre in direzione MDF (*shell*), ciascuna di dimensione 40^3 voxel, sono state utilizzate per l'analisi dell'anisotropia.

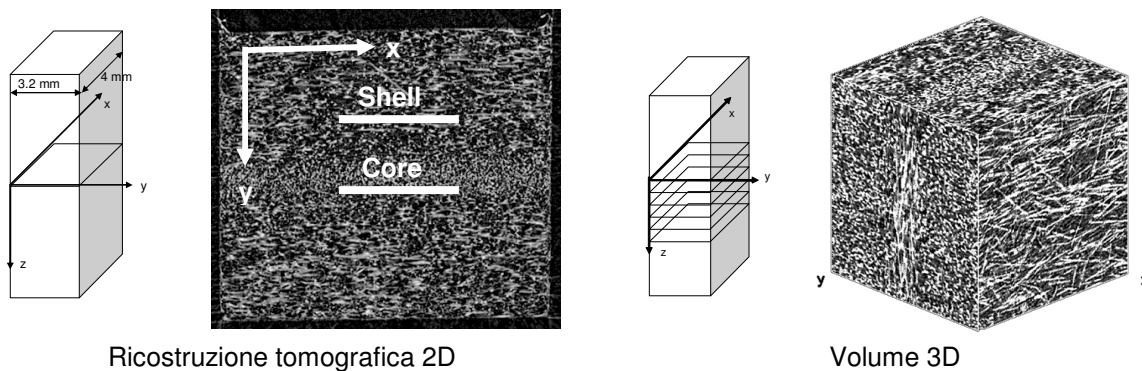


Fig. 5 - Ricostruzione 3D di un volume di dimensioni $1,8 \times 1,8 \times 1,8 \text{ mm}^3$ a partire dalle ricostruzioni tomografiche 2D (fibre in colore chiaro)

3. RISULTATI

3.1 Analisi dell'anisotropia del materiale

Nel campione analizzato, le dimensioni delle fibre e la loro numerosità rendono un approccio basato sull'analisi diretta di ogni singola fibra difficilmente percorribile. Un approccio di questo tipo è stato seguito da Shen et al. [12], ma in quel caso le fibre erano relativamente poco numerose e presentavano diametri dell'ordine dei $100 \mu\text{m}$. Si è quindi preferito un approccio che permettesse di caratterizzare globalmente l'anisotropia del materiale, rinunciando a determinare l'orientamento di ogni singola fibra. Diversi sono i metodi suggeriti in letteratura per quantificare l'anisotropia di una struttura, e le grandezze misurate dipendono dal metodo utilizzato. L'anisotropia di un materiale con due costituenti distinti può essere descritta in forma compatta mediante un tensore del secondo ordine, definito positivo, chiamato *fabric tensor*, in cui gli autovettori forniscono le direzioni principali e gli autovalori una misura della distribuzione della struttura intorno a queste.

Il *Mean Intercept Length*, *MIL*, di un materiale è la distanza media tra le interfacce delle due fasi di una struttura. Il principio alla base di questa misura consiste nel posizionare una griglia piana di lunghezza L ed orientamento θ sulla struttura bifase e contare il numero I di intersezioni tra la griglia ed i passaggi di fase, nel nostro caso fibra-matrice. Il *MIL* tra due intersezioni qualsiasi è data da

$$MIL(\theta) = \frac{L}{I(\theta)} \quad (1)$$

ed è funzione dell'orientamento della griglia lungo la quale viene effettuata la misura [13]. Ripetendo la misura n volte al variare dell'orientazione della griglia nello spazio si possono rappresentare gli n MIL associati alle diverse direzioni in un diagramma polare. Se è possibile approssimare il luogo descritto

con un ellissoide (v. Fig. 6) allora la rappresentazione è equivalente ad un tensore definito positivo del secondo ordine, il *fabric tensor* del MIL [14].

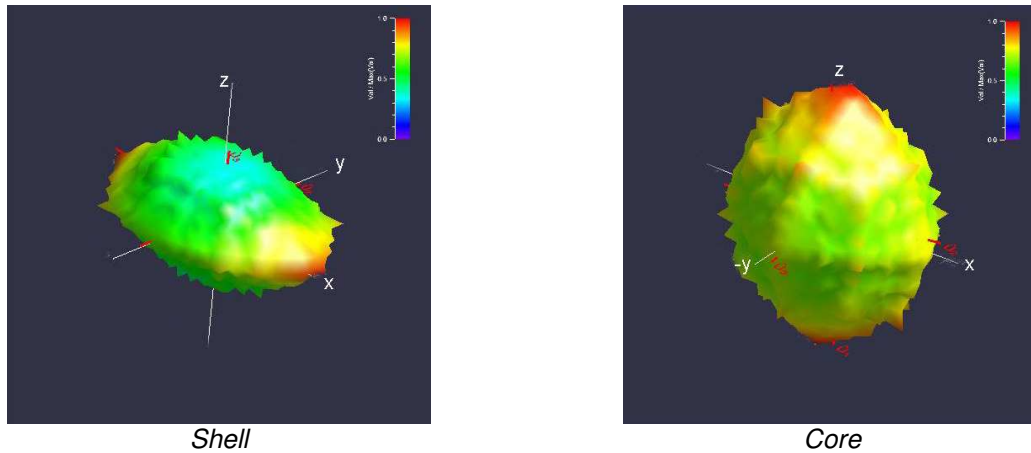


Fig. 6 – Rappresentazione del parametro MIL nelle differenti direzioni di rilevamento

In Fig. 7 sono mostrate le distribuzioni delle fibre negli strati di *shell* e *core* del campione analizzato. E' riconoscibile la distribuzione delle fibre già descritta al paragrafo 2.1, corrispondente allo schema di Fig. 3.a. Risulta pertanto confermato che la direzione preferenziale delle fibre nello strato di *core* è perpendicolare a quella delle fibre dello strato di *shell*, che a loro volta sono allineate al flusso d'iniezione.

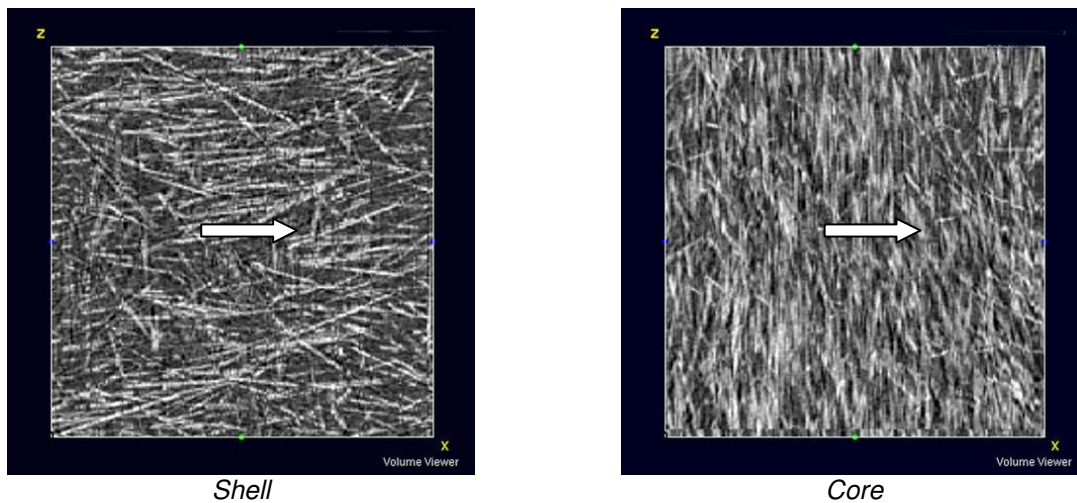


Fig. 7 – Ricostruzione tomografica della distribuzione delle fibre nei piani indicati in Fig. 5; la freccia indica la direzione del flusso d'iniezione

I risultati ottenuti dall'analisi del campione con $n = 513$ sono riportati in Fig. 8, dove gli ellissoidi, rappresentazione dei valori del MIL, sono raffigurati sovrapposti alle corrispondenti immagini delle fibre nel piano longitudinale del provino utilizzato per le analisi. I risultati sono stati ottenuti mediante il software Quant3D [15]. Dalle direzioni principali (autovettori) del *fabric tensor* riportati in Tab. 2 è possibile verificare che è soddisfatta la condizione di ortogonalità delle direzioni principali del *fabric tensor* negli strati di *shell* e *core*. I valori degli autovettori sono normalizzati ponendo la condizione: invariante primo $I_1=1$.

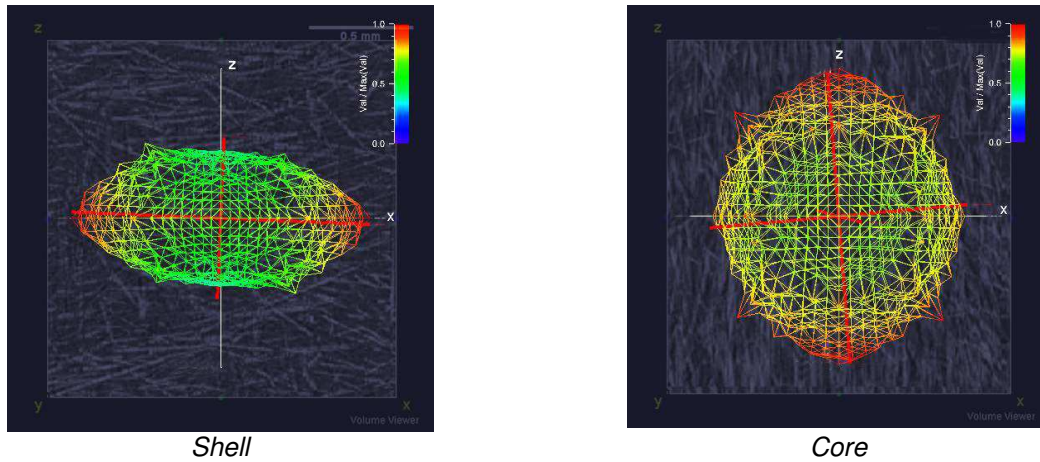


Fig. 8 – Visualizzazione degli ellissoidi, rappresentazione dei valori di MIL, rilevati in corrispondenza degli strati di tipo *shell* e *core* di Fig. 5.

Tab. 2 - Valori e direzioni principali del *fabric tensor* nei punti della sezione corrispondenti agli strati di tipo *shell* e *core*.

	autovettori			autovalori
	$\cos\alpha$	$\cos\beta$	$\cos\gamma$	
<i>shell</i>	0.0649	-0.9979	0.0089	0.1241
	0.0120	-0.0082	-0.9999	0.2599
	0.9978	0.0650	0.0115	0.6160
<i>core</i>	0.9915	-0.0904	-0.0933	0.2444
	-0.0939	-0.9950	-0.0336	0.3495
	0.0898	-0.0421	0.9951	0.4061

Allo stato attuale è in corso l'analisi di altri campioni, aventi un contenuto di fibre variabile da 10% al 35% in peso, ricavati da provini standard e da lastre, con l'obiettivo di legare le proprietà meccaniche del materiale ai risultati delle analisi di anisotropia. Questo passaggio, e cioè trovare il legame tra costanti elastiche e parametri del *fabric tensor*, non è ovvio dal momento che in generale le costanti elastiche sono descritte da un tensore del quarto ordine, mentre il *fabric tensor* è del secondo ordine. Cowin [16] ha sviluppato le relazioni che legano gli elementi del *fabric tensor* con le costanti elastiche. Nel caso più generale è necessario determinare sperimentalmente il valore di 18 costanti per poter applicare queste relazioni, ma per particolari simmetrie il numero di elementi distinti nel tensore elastico si può ridurre. In particolare, nel caso di solido ortotropo, mantenendo solo i termini del secondo ordine nelle componenti del *fabric tensor* e normalizzando gli autovalori, le relazioni che legano costanti elastiche e autovalori del *fabric tensor* risultano semplificate fino a contenere solo 9 funzioni della frazione volumetrica da determinare sperimentalmente. Nel campo della biomeccanica, ad esempio, è stato in questo modo possibile determinare la relazione tra costanti elastiche e autovalori del MIL per l'osso trabecolare sano [17].

4 Conclusioni

Le proprietà meccaniche dei materiali compositi rinforzati con fibre corte ottenuti per stampaggio a iniezione dipendono fortemente dalla distribuzione degli orientamenti delle fibre di rinforzo. Le tecniche comunemente impiegate per determinare l'orientamento delle fibre in questi materiali presentano limitazioni essenzialmente legate all'estrapolazione della distribuzione tridimensionale delle fibre a partire da immagini bidimensionali (radiografie o micrografie di sezioni). L'impiego della tomografia in PHC con luce di sincrotrone ha permesso la ricostruzione della distribuzione tridimensionale delle fibre in un campione di poliammide 6 rinforzato con il 30% di fibre corte di vetro. La successiva analisi delle immagini mediante un software che implementa la misura del parametro MIL indica che è possibile determinare il grado di anisotropia dei campioni e coglierne le variazioni da punto a punto, con risultati coerenti con le osservazioni delle immagini ricostruite. Si tratta di un'analisi globale dell'anisotropia,

non fibra per fibra, i cui sviluppi potranno essere la ricerca di una correlazione tra coefficienti dell'ellissoide MIL e del tensore delle costanti elastiche.

Ringraziamenti

Si ringrazia Radici Novacips per aver gentilmente fornito il materiale oggetto di questo studio.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Bernasconi A, Davoli P, Basile A, Filippi A. Effect of fiber orientation on the fatigue behaviour of a short glass fibre reinforced polyamide-6. *Int J Fatigue* 29 (2007) 199-208
- [2] Fu S, Lauke B. Effects of fiber length and fiber orientation distributions on the tensile strength of short-fiber-reinforced polymers. *Composites Science and Technology* 56 (1996) 1179-1190
- [3] Gupta M, Wang KK. Fiber orientation and mechanical properties of short-fiber-reinforced injection-molded composites: simulated and experimental results. *Polymer Composites* 14 (1993) 367-382
- [4] Thomason JL. Micromechanical parameters from macromechanical measurements on glass reinforced polyamide 6,6. *Composites Science and Technology* 61 (2001): 2007-2016
- [5] Bay RS, Tucker III CL. Stereological measurement and error estimates for three-dimensional fiber orientation. *Polymer Engineering and Science* 32 (1992) 240-253
- [6] Hine PJ, Duckett RA. Fiber orientation structures and mechanical properties of injection molded short glass fiber reinforced ribbed plates. *Polymer Composites* 25 (2004) 237-254
- [7] Kim EG, Park JK, Jo SH. A study on fiber orientation during the injection molding of fiber-reinforced polymeric composites (Comparison between image processing results and numerical simulation). *Journal of Materials Processing Technology* 111 (2001) 225-232
- [8] ISO 527-2. Plastics – Determination of tensile properties – Part 2: Test conditions for moulding and extrusion plastics. International Organization For Standards (1993)
- [9] Snigirev A., et al.: On the possibilities of γ -ray phase contrast microimaging by coherent high-energy synchrotron radiation, *R. Sci. Instrum.* 66, 5486-5492, 1995
- [10] Fitzgerald R.: Phase-sensitive γ -Ray Imaging, *Physics Today*, July 2000
- [11] Kak A.C., Slaney M.(1988): *Principles of Computerized Tomographic Imaging*, IEEE Press.
- [12] Shen H, Nutt S, Hull D. Direct observation and measurement of fiber architecture in short fiber-polymer composite foam through micro-CT imaging. *Composites Science and Technology* 64 (2004) 2113-2120
- [13] Cowin S.C., Doty S.B., *Tissue Mechanics*, Springer, 2007
- [14] Harrigan T., Mann R.W. Characterization of microstructural anisotropy in orthotropic materials using a second rank tensor, *J.Mat.Sci.*, 19, 76, 1984
- [15] Ketcham RA., Ryan T.M. Quantification and visualization of anisotropy in trabecular bone. *Journal of Microscopy* 213 (2004) 158–171
- [16] Cowin S.C., “The relationship between the elasticity tensor and the fabric tensor”, *Mechanics of Materials*, 1985, 4, pp.137-147
- [17] Kabel J., van Rietbergen B., Odgaard A., Huiskes R. Constitutive relationships of fabric, density, and elastic properties in cancellous bone architecture, *Bone* 25 (1999):481-486