

# UN MODELLO DI DANNO PER LA PREVISIONE DEL CEDIMENTO PER CREEP NEI METALLI

Vittorio Di Cocco, Domenico Gentile e Nicola Bonora

*DiMSAT – Università di Cassino  
Via G. Di Biasio 43, 03043 Cassino*

## ABSTRACT

The possibility to predict creep behavior of metals is fundamental for all high temperature applications. Creep modeling and life predictions are usually based on empirical approaches that requires a number of tests and for which extension to complex load histories is often unfeasible. Continuum damage mechanics showed a great potential in modeling irreversible processes and it can be used to model material creep damage. Most of the CDM model proposed in the literature address creep strain accumulation as a function of stress and time. In this paper, starting from the observation that creep damage is the result of the impossibility of the material microstructure to accommodate diffusive strain and grain boundary sliding, a new strain based CDM creep model has been proposed. Here, creep damage is assumed to be function of the effective accumulated creep strain only. Creep time is accounted by explicit viscous relation in the Bailey-Norton law that provide creep strain evolution with time for the creep regime where no damage process usually occurs, namely early secondary creep stage. The proposed model has been implemented in finite element code and used to predict creep strain and creep life for a IMI 834 titanium alloy at 650°C under different imposed stress levels.

## SOMMARIO

La possibilità di prevedere il comportamento a creep dei metalli è fondamentale per tutte le applicazioni alle alte temperature. I modelli di creep e di previsione della durata sono usualmente basati su approcci empirici che richiedono numerosi test, la cui estensione a storie di carichi complesse risulta essere spesso inadeguata. I modelli di danno sviluppati sulla meccanica del continuo (*continuum damage mechanics*) sono particolarmente adeguati per la modellazione di processi irreversibili e possono essere usati per modellare il danneggiamento nei materiali in presenza di creep. Molti dei modelli di CMD proposti in letteratura definiscono la legge di evoluzione delle deformazioni inelastiche in funzione dello stress e del tempo.

In questo lavoro, partendo dall'osservazione che il danneggiamento a creep è il risultato dell'impossibilità della microstruttura del materiale di accomodare le deformazioni per diffusione e gli scorrimenti a bordo grano, è stato proposto un nuovo modello in cui il danno è funzione delle sole deformazioni inelastiche accumulate. Informazioni relative alla variabile tempo sono tenute in conto da leggi di tipo evolutivo alla Bailey-Norton in forma esplicita, che descrive l'accumulo delle deformazioni a creep per il regime di deformazioni in assenza di processi di danno (creep secondario). Il modello proposto è stato implementato in un codice agli elementi finiti, ed usato per prevedere le

deformazioni e la vita a creep di una lega di titanio IMI834 a 650°C, sollecitata a diversi livelli di carico.

## INTRODUZIONE

Il fenomeno di deformazione a creep, o dello scorrimento viscoso, rappresenta il principale meccanismo di rottura per quei sistemi meccanici in cui i materiali si trovano ad operare in condizioni di elevata temperatura. L'attivazione dei meccanismi di creep dipende dal materiale. Esso consiste essenzialmente nell'accumulo di deformazione per diffusione e scorrimento localizzato a bordo grano (*grain-boundary sliding*) in presenza di una sollecitazione esterna applicata. Tale processo diffusivo è termicamente attivato per temperature superiori ad  $\alpha T_f$ , dove  $T_f$  è la temperatura di fusione ed  $\alpha$  (0.35-0.6) un valore che dipende dal tipo di materiale.

Dal punto di vista progettuale il processo di creep a sollecitazione imposta è particolarmente importante in quanto la comprensione dei fenomeni di accumulo è un passo necessario per lo sviluppo di modelli di previsione di vita. Il processo di accumulo delle deformazioni inelastiche in regime di creep può essere concettualmente suddiviso in tre fasi: una fase iniziale (creep primario) in cui il rateo di deformazione decresce a seguito della competizione tra il meccanismo di deformazione per diffusione e di accomodamento per *grain-boundary sliding*; una fase intermedia (creep secondario) in cui il rateo di deformazione si mantiene costante, ed una fase finale (creep terziario) in cui il rateo di deformazione aumenta rapidamente fino alla rottura, [4]. La fase di creep primario, normalmente ha una durata assai limitata rispetto alla durata complessiva del fenomeno e per questo viene solitamente trascurata ai fini di progetto. Il creep secondario, storicamente è quello che ha ricevuto la maggiore attenzione in quanto, data la linearità tra deformazione accumulata e tempo, meglio si presta per lo sviluppo di modelli previsionali. Il creep terziario è fortemente influenzato dalla presenza di meccanismi di danneggiamento e rimane un argomento ancora aperto. La modellazione dei processi di creep ad oggi può essere suddivisa in due gruppi: modelli empirici e modellazione costitutiva. I modelli empirici richiedono una base di dati sperimentali estesa, tempi lunghi, e sono limitati dall'impossibilità di ottenere informazioni con prove di durata ridotta. Inoltre, la loro applicabilità a casi in cui lo stato di sforzo sia complesso (triassialità) o vari nel tempo (stress relaxation) è assai limitata. La modellazione di meccanica del continuo, cerca attraverso l'identificazione di un legame di tipo viscoso, di stabilire l'insieme delle equazioni costitutive per il materiale avendo come parametro esplicito il tempo, [2]. Una strada alternativa è rappresentata dalla modellazione costitutiva integrata con modelli di danneggiamento (*continuum damage mechanics*, CDM). In questo approccio, al processo di creep viene associata una variabile di danneggiamento, che riduce la capacità del materiale di sostenere i carichi, la cui evoluzione temporale definirà le condizioni critiche per la rottura, [6]. In questo lavoro, partendo dall'assunzione che anche per il creep, il danno generato nel materiale sia da mettere in relazione allo stato di deformazione effettivo, e non allo sforzo, il modello di danno non lineare proposto da Bonora è stato esteso al caso delle deformazioni a creep. Il modello è stato implementato agli elementi finiti ed i risultati, relativamente al caso di una lega di titanio IMI834 di impiego aeronautico, sono stati confrontati con i dati sperimentali reperiti in letteratura [5].

## MODELLAZIONE CDM PER IL CREEP

Punto di partenza per lo sviluppo di qualunque modello previsionale è la comprensione del meccanismo responsabile del cedimento del materiale. Nel caso di deformazione a creep è noto da osservazioni sperimentali che nella fase di creep secondario i processi di accumulo di deformazione avvengono essenzialmente in assenza di processi di danneggiamento. In questa fase, l'eccesso di deformazione prodotta dai processi di diffusione viene accolta dal reticolo cristallino che si accomoda attraverso un processo di scorrimento dei bordi di grano. A sua volta, lo scorrimento a creep può rappresentare il processo d'accomodamento conseguente allo scorrimento dei bordi di grano. Al crescere della deformazione a creep la possibilità di realizzare una condizione di accomodamento con un reticolo continuo diviene sempre più difficile. Al termine della fase di creep secondario si ha la comparsa di cavità intergranulari e lo sviluppo di uno stato di danneggiamento. Il rapido aumento del rateo di deformazione nella fase di creep terziario può essere concepito come il risultato di una progressiva riduzione della sezione netta resistente a seguito della nucleazione e crescita delle cavità intergranulari che di fatto innalza il valore dello sforzo effettivo locale. In questa ottica, il processo di accumulo per creep non viene più interpretato come la somma di tre regimi, indipendenti tra loro, ma come il risultato di una continua evoluzione in cui le condizioni al contorno, ovvero lo stato di sollecitazione applicato, mutano nel tempo a seguito dei processi di danneggiamento.

Nell'ambito della CDM, sono state proposte diverse formulazioni per la modellazione del danneggiamento per creep, Lemaitre e Chaboche [2]. In queste formulazioni, la legge evolutiva per la variabile del danno viene espressa in funzione dello sforzo applicato e del tempo. La principale limitazione di quest'approccio consiste nella necessità di determinare la legge di evoluzione temporale del danno [6] che può variare al variare della sollecitazione applicata.

Alternativamente è possibile considerare l'evoluzione del danno da creep in funzione della deformazione effettivamente accumulata, in maniera simile alla modellazione per il danno duttile. La deformazione a creep può essere concepita come una deformazione plastica non attivata dalla sollecitazione ma dalla temperatura (deformazione inelastica termicamente attivata). Pertanto, il danno dovrà dipendere dalla deformazione inelastica accumulata poiché è possibile avere creep senza alcun meccanismo di danno ma non è possibile avere danno, provocato dalla nucleazione e crescita di microcavità a bordo grano, senza la presenza di deformazione a creep. Inoltre, analogamente alla plasticità, la presenza del danno modifica la sola risposta elastica del materiale riducendone il modulo di Young. La riduzione della rigidità ha un effetto diretto sulla definizione dello sforzo locale che, a parità di deformazione, risulterà essere amplificato (sforzo effettivo). In questo contesto, il danno non dipenderà esplicitamente dal tempo in quanto sarà associato al solo valore di deformazione accumulato. L'informazione relativa al fattore tempo può essere desunta da relazioni empiriche relative alla regione di creep secondario in cui, come già sottolineato, i meccanismi di danno sono assenti, almeno per un campo di deformazioni contenute, e che rappresenta una misura diretta della legge di accumulo temporale per la deformazione. In letteratura sono disponibili molte relazioni di tipo empirico per il creep primario e secondario. Molte di queste cercano anche di dare una rappresentazione univoca del processo di accumulo nella fase I+II. Dal punto di vista storico la relazione maggiormente conosciuta per la descrizione

dei processi di accumulo nel regime secondario è data dalla relazione di Bailey e Norton [3] valida per bassi valori di tensione:

$$\dot{\epsilon}_c = A\sigma^n \quad (1)$$

Tale relazione trova validità anche nel caso di fenomeni di strizione. Bonora ha proposto un modello di danno non-lineare che si è dimostrato particolarmente efficace per la descrizione dei processi danno duttile in un vasto campo di applicazioni, [1]. Questo modello oltre ad essere indipendente dal materiale, richiede un numero di parametri limitati (quattro), tutti di definizione fisica, e tiene accuratamente in conto gli effetti dovuti alla triassialità dello stato di sforzo. In questo lavoro la legge evolutiva del danno proposta da Bonora è stata assunta valida anche per il creep sulla base delle considerazioni precedentemente illustrate sostituendo la deformazione plastica con una più generica deformazione inelastica definita come:

$$\mathbf{e}^i = \mathbf{e}^p + \mathbf{e}^c + \dots \quad (2)$$

Mentre la legge di evoluzione del danno diviene

$$\dot{D} = \mathbf{a} \cdot \frac{(D_{cr} - D_0)^{\frac{1}{a}}}{\ln(\mathbf{e}_f / \mathbf{e}_{th})} \cdot f\left(\frac{\mathbf{s}_H}{\mathbf{s}_{eq}}\right) \cdot (D_{cr} - D^+)^{\frac{a-1}{a}} \cdot \frac{\dot{\mathbf{e}}^i}{\mathbf{e}^i} \quad (3)$$

dove il danno si intende accumulare per stati di sforzo a triassialità positiva.  $\epsilon_f$  rappresenta il valore massimo di deformazione che il materiale può sostenere in regime monoassiale di sforzo. Questo valore può essere assunto pari al valore della deformazione a rottura a trazione, corretto per la temperatura di esercizio nel regime di creep.  $\epsilon_{th}$  rappresenta la soglia di deformazione per cui si attivano i processi di danno. Poiché il danno riduce la sezione netta resistente, con conseguente aumento della sollecitazione effettiva, la legge di Bailey-Norton dovrà essere riscritta come:

$$d\mathbf{e}_c = A \left( \frac{\mathbf{s}}{1-D} \right)^n dt \quad (4)$$

La rottura avverrà nel materiale quando il danno raggiungerà il valore critico per il materiale, ovvero quando la deformazione totale accumulata sarà pari a quella a rottura. La durata del processo potrà essere calcolata dall'integrazione delle equazioni (3) e (4) nel caso di triassialità costante (uniassiale o *proportional loading*).

## MODELLAZIONE AGLI ELEMENTI FINITI

Il modello di CDM per il creep è stato implementato sul codice agli elementi finiti MSC/MARC attraverso l'impiego di opportune user subroutine. Nel calcolo, si procede all'integrazione delle equazioni (3) e (4) mentre la matrice di rigidezza viene aggiornata al passo in funzione del danno accumulato. La rottura dell'elemento si realizza attraverso la tecnica dell'*element vanishing*: quando il danno raggiunge il valore critico l'elemento è rimosso, gli sforzi vengono rilasciati sui nodi adiacenti e le deformazioni ridotte a zero. Questa tecnica consente, se la rimozione interessa pochi elementi per incremento, di seguire con grande accuratezza lacerazioni estese senza problemi di convergenza. Il modello è stato inizialmente verificato su di un elemento singolo a

quattro nodi in formulazione assialsimmetrica con altrettanti punti di gauss. Successivamente si è passati alla simulazione di provini assialsimmetrici in piena scala cercando di valutare eventuali effetti di mesh nel calcolo e il peso del processo di necking sul rateo di accumulo della deformazione. Il confronto è stato effettuato con i dati sperimentali relativi ad una lega di titanio IMI834 testata a 650°C sotto l'azione di diversi livelli di sollecitazione (150, 175, 200 e 220MPa), inferiori allo snervamento. Il materiale, alla temperatura di prova, ha un modulo elastico di 90.000MPa, modulo di Poisson 0.3 ed uno snervamento di circa 450 MPa. I valori dei parametri dell'equazione di Bailey Norton sono  $A=4.60E-18$ ,  $n=5.911$ , mentre i parametri di danno sono riportati nella tabella 1.

Parametri di danno	Valori
$\epsilon_f$	1.00
$\epsilon_{th}$	0.02
$D_{cr}$	0.85
$D_0$	0.00
$\alpha$	0.53

Tabella 1: Parametri del modello di danno di Bonora.

In mancanza di misure dirette, la soglia di danno  $\epsilon_{TH}$  è stata calibrata relativamente alla sola prova a 150MPa e successivamente mantenuto costante in tutte le analisi successive. Questo consente di verificare l'invarianza dei parametri adottati al variare della sollecitazione. La semplicità del modello ha permesso di effettuare simulazioni in tempi sufficientemente contenuti anche in presenza di creep terziari con pendenza particolarmente elevata, dove i calcoli necessitano di maggiori iterazioni e tolleranze più strette, essendo questa fase caratterizzata da ratei di deformazione crescenti. La geometria dei provini in piena scala è quella tipica di provini di trazione per creep secondo normativa ASTM, le cui dimensioni sono riportate in figura 1.

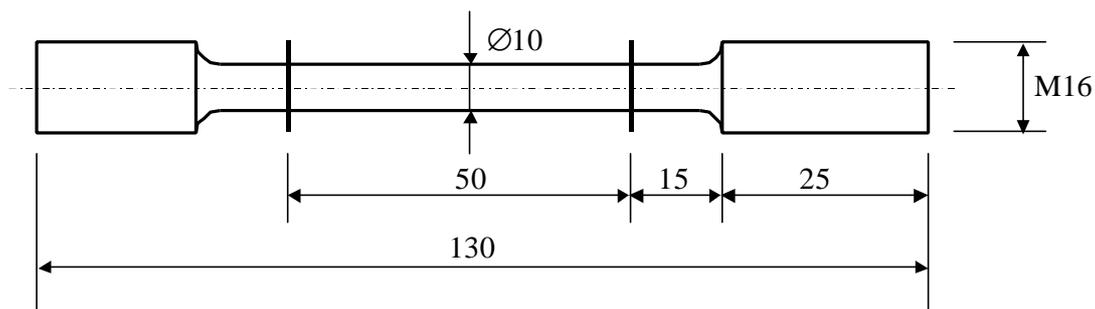


Figura 1: Provino di trazione uniaxiale per prove di creep.

Ai fini del calcolo, solo un quarto della geometria è stata simulata per ragioni di simmetria. Poiché la condizione di sforzo alla sezione remota viene applicato attraverso forze di pressione, si è imposto che la sezione remota si mantenga rettilinea durante la fase di creep al fine di evitare l'accumulo di possibili errori sul campo di spostamenti durante la fase di integrazione temporale.

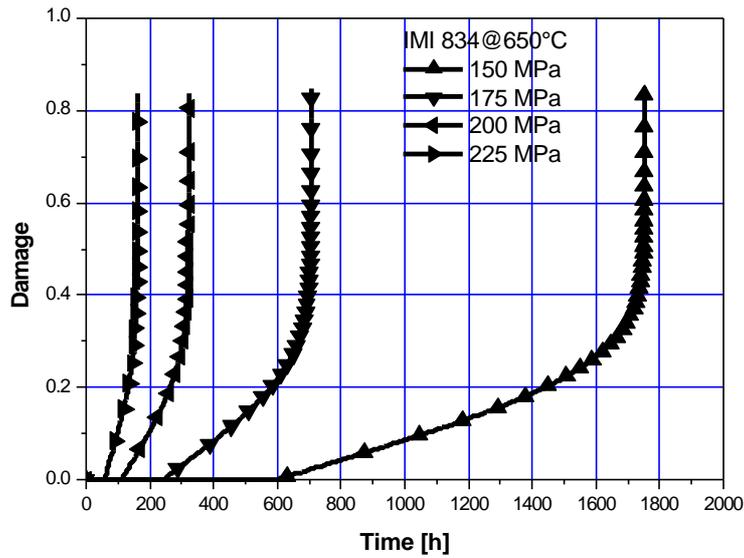


Figura 2: Andamenti temporali del danno per diversi valori di sollecitazione.

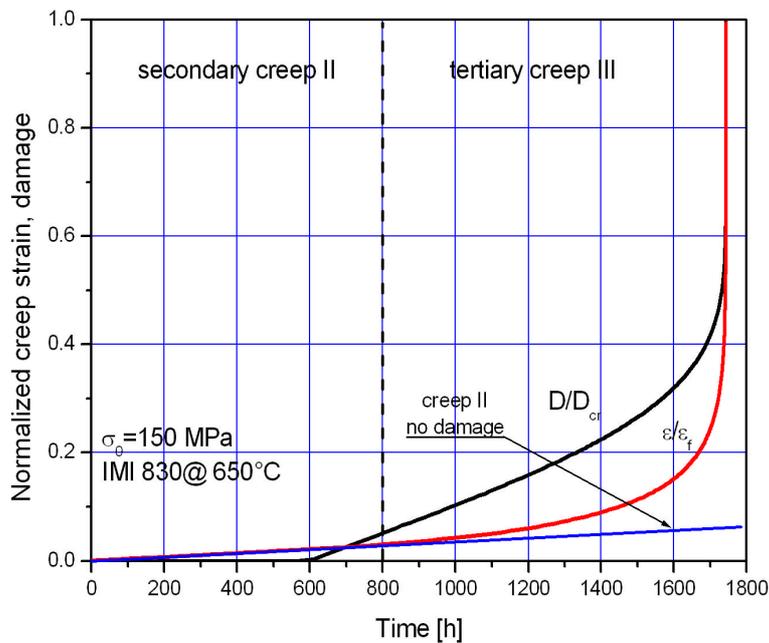


Figura 3: Evoluzione del danno e della deformazione a creep in funzione del tempo; l'inizio dell'accumulo del danno identifica la transizione tra creep II e III.

## RISULTATI E CONFRONTO SPERIMENTALE

Le simulazioni agli elementi finiti sono state effettuate considerando quattro diversi livelli di tensione, mantenendo invariati tutti i parametri sia della eq. (4) che della (3). In figura 2 sono riportati gli andamenti della legge di evoluzione temporale del danno per i diversi valori di sforzo applicato.

Si osservi come nella legge di evoluzione del danno si riconoscono tutte e tre le fasi di creep. Nella fase di creep primario ed in quella secondaria per cui la deformazione accumulata è inferiore alla soglia, il danno è nullo. Per valori di deformazione più alti,

transizione tra creep secondario e terziario, il danno accumula linearmente per poi rapidamente aumentare nella fase di creep terziario per cui si ha rottura, figura 3.

Nelle figure 4a-4d sono riportati i confronti tra i risultati dell'analisi FEM ed i dati sperimentali [5] per i quattro livelli di sollecitazione applicati. Il valore della deformazione a creep è adimensionalizzato rispetto alla deformazione elastica di incipiente snervamento:  $\varepsilon_c / \varepsilon_y = \sigma_y / E$

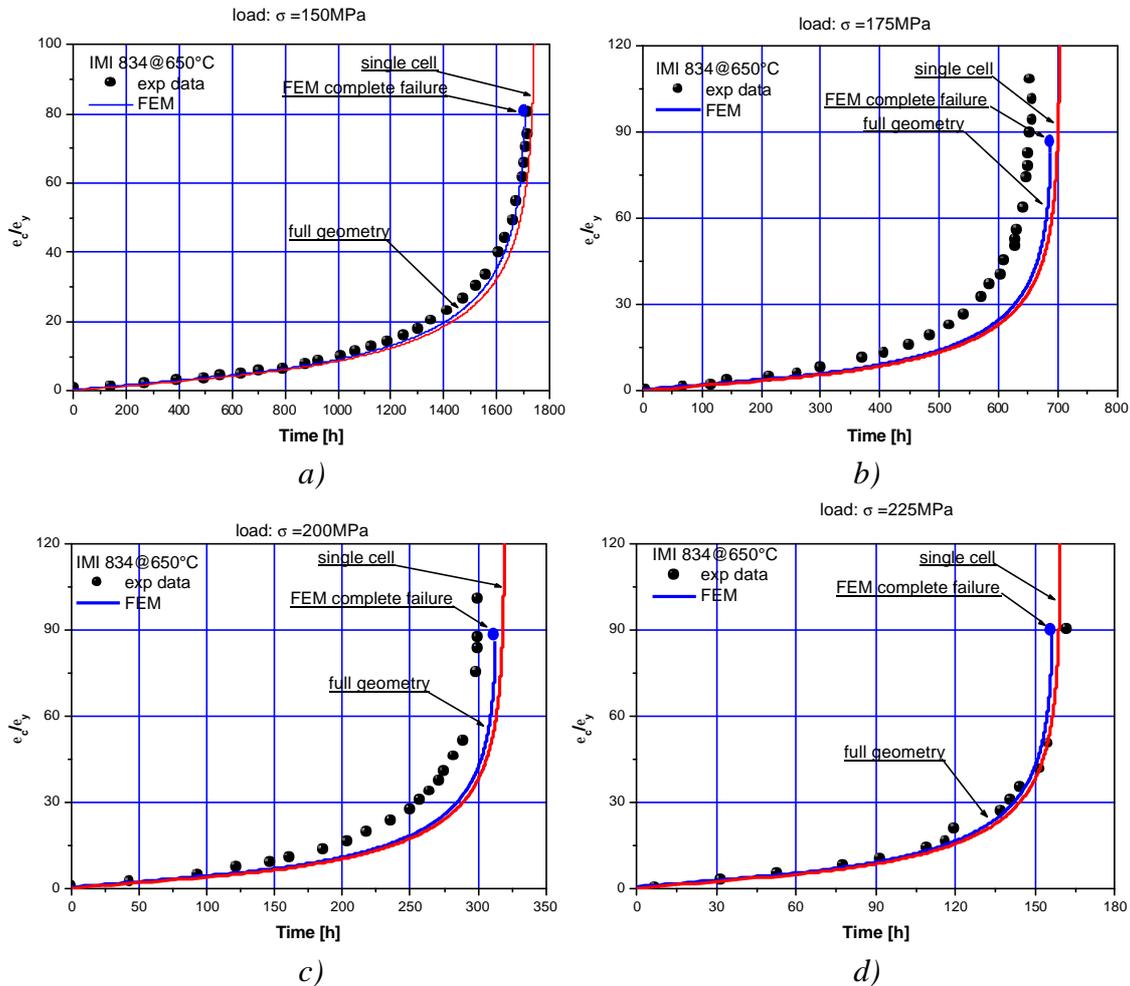


Figura 4: Confronto tra i risultati sperimentali e l'analisi FEM; a) 150MPa, b) 175MPa, c) 200MPa, d) 225MPa.

I risultati ottenuti con il modello proposto sono in ottimo accordo con i dati sperimentali a disposizione. Le differenze maggiori si osservano nel caso di sollecitazioni applicate di 175 e 200MPa di figura 4b e 4c. Le differenze osservate con il modello proposto possono essere in parte dovute alla dispersione sperimentale, per cui sarebbe necessario disporre di più prove ripetute alla medesima sollecitazione. Tuttavia anche in essi l'errore che si commette nell'individuare la durata del provino è contenuto. Nei casi relativi a 150MPa e 225MPa figura 3a-3d sono ben approssimate sia la transizione che l'intero creep terziario, compresa l'elongazione di creep a rottura.

Per ogni livello di sollecitazione è stato possibile osservare l'evoluzione temporale delle deformazioni a creep durante l'intero fenomeno. In particolare appare evidente come la localizzazione del danno sia conseguente all'instaurarsi di un più elevato livello di

triassialità nella parte centrale del campione simulato, innescando in esso il fenomeno del necking. In figura 5 si riporta il risultato finale della simulazione del creep a 150MPa, dalla quale appare evidente il fenomeno del necking.



Figura 5: Deformata a rottura per creep, provino a 150MPa, nelle simulazioni fem.

Da notare inoltre dalla figura 5 come gli elementi che per primi raggiungono il valore di danno critico, e che conseguentemente vengono eliminati, sono quelli nella parte interna del provino, per cui l'aspetto della frattura è il coppa-cono tipico delle rotture duttili. Il ruolo del necking nella rottura per creep è determinante non soltanto per l'aspetto finale della frattura, ma anche per il contributo che dà alla intensificazione delle tensioni. Nella figura 3, l'analisi FEM effettuata in assenza del danno, ha evidenziato come nella parte finale si abbia comunque un aumento del rateo di creep anche se la legge di Bailey-Norton (1) dipende unicamente dalla tensione. L'aumento di questa è la diretta conseguenza della riduzione di sezione imposta dalla conservatività del volume. La presenza di incipiente strizione, provoca triassialità che alimenta il fenomeno del danneggiamento, il quale a sua volta accentua il fenomeno del necking. In questo processo si ha la strizione che porta sia ad uno stato di sollecitazione locale da uniassiale a triassiale, figura 5.

## CONCLUSIONI

In questo lavoro la formulazione di danno duttile proposta da Bonora [1] è stata utilizzata per la formulazione di un modello di CDM per il creep. Il modello proposto ha la peculiarità di essere assai semplice, di svilupparsi su considerazioni di tipo fisico e di essere di validità generale. In particolare il potenziale del modello proposto è rappresentato dalla possibilità di prevedere la durata e l'evoluzione del processo di creep in componenti sottoposti a stati multiassiali di sforzo. Il modello è stato implementato agli elementi finiti ed è stato verificato nel caso semplice di sforzo uniassiale dimostrando la possibilità di prevedere la risposta del materiale indipendentemente dal livello di sollecitazione applicata. La formulazione proposta si presta all'estensione al caso di deformazione plastica e creep senza ulteriori complicazioni. Le simulazioni effettuate su provini di creep in piena scala ha messo in evidenza la possibilità di seguire il processo di necking e di rottura in maniera altrettanto agevole.

## BIBLIOGRAFIA

1. Bonora N., "A nonlinear CDM model for ductile fracture", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 58, no.1/2, pp. 11-28, 1997.
2. Lemaitre J., Chaboche J.-L., "Mechanics of solid materials", Cambridge university press, Greath Britain, 1990.

3. Findley W. N., Lai J. S., ONARAN K., “*Creep and relaxation of nonlinear viscoplastic materials*”, Dover Publications, Inc., New York, 1989, pp. 8-9.
4. Oding I. A., Ivanova V. S., Burdukskii V. V., Geminov V. N., “*Creep and stress relaxation in metals*”, Oliver and Boyd, Edinburgh and London, 1966.
5. Hyde T. H., Becker A. A., “*Prediction of creep failure in aeroengine materials under multi-axial stress states*”, Int. J. Mech. Sci., Vol. 38, No.4, Great Britain, 1996, pp. 385-403.
6. Kachanov L. M., “*Introduction to continuum damage mechanics*”, Martinus Nijhoff Publishers, Netherlands, 1986.