

# **MODELLO NUMERICO PER LA DETERMINAZIONE DELLO STATO DI TEMPERATURA NEL DANNEGGIAMENTO PER FATICA**

G. Megna, A. Pasta, M. Peta

*Dipartimento di Meccanica e Aeronautica, Università di Palermo, Viale delle Scienze*

## **ABSTRACT**

In the present paper a numerical-experimental model able to describe the temperature field in a fatigue loaded is presented. The analysis have been performed on AISI 304 notched specimen subjected to three points bending. The non linear analysis have taken into account both the elasto-plastic behavior and the hardening law of the material, heat generation and transmission. Temperature pattern observed at a given number of cycles is correlated to the energy dissipated in each portion of the continuous due to plasticity and it is function of hysteresis loop geometry and dimension. The position and the maximum temperature value provides useful indications for fatigue life prediction of the component.

## **SOMMARIO**

Nel presente lavoro viene presentato un modello numerico-sperimentale in grado di descrivere la distribuzione delle temperature in un elemento sollecitato a fatica. Le analisi sono state condotte su provini d'acciaio inossidabile AISI 304 intagliati sottoposti a flessione su tre punti. Le simulazioni di tipo non lineare, hanno tenuto conto del comportamento elasto-plastico e dell'incrudimento del materiale e contestualmente delle modalità di produzione e trasmissione del calore. Lo stato di temperatura osservato per dato numero di cicli è correlato all'energia dissipata in ogni porzione del continuo per effetto della plasticizzazione ed è funzione della forma e dimensione del ciclo di isteresi. La localizzazione e l'ampiezza della massima temperatura fornisce indicazioni utili per prevedere la modalità di rottura e la vita a fatica del componente.

## **INTRODUZIONE**

L'utilizzo di metodi tradizionali per determinare il limite di fatica di componenti meccanici, come ad esempio lo *Staircase* o quelli consistenti nel tracciamento della *curva di Wohler*, comporta l'esecuzione di numerose prove sperimentali e quindi tempi di indagine talvolta molto lunghi. Al fine di evitare tali inconvenienti sono state sviluppate diverse metodologie fra le quali notevole interesse hanno suscitato quelle che

correlano la vita a fatica del componente all'incremento di temperatura superficiale dovuto ai carichi dinamici [1]. Un aspetto di rilevante importanza riguarda lo studio della fenomenologia in presenza di difetti quali ad esempio inclusioni o cricche. Queste ultime, nucleate dalla coalescenza di microvuoti o dovute alla presenza di singolarità geometriche come gli intagli, influenzano la distribuzione e la localizzazione delle massime temperature in quanto la quantità di calore dissipata per unità di volume e per ciclo risulta, come è noto, proporzionale all'ampiezza della zona plastica [2], [3].

In tale contesto si inserisce il presente lavoro in cui è proposta una routine dedicata per il codice agli elementi finiti ANSYS che consente di determinare i gradienti termici durante il danneggiamento di componenti anche in presenza di difetti. Attraverso un opportuno algoritmo di propagazione è possibile infatti descrivere l'evoluzione dimensionale della cricca in funzione del numero dei cicli nota la curva sperimentale  $a=a(N)$  e contestualmente ottenere la mappa temporale delle temperature. I risultati numerici sono infine paragonati con quelli ottenuti da prove sperimentali.

## LA TRASMISSIONE DEL CALORE

La propagazione del calore [4], [5], [6] generato per effetto della plasticizzazione locale si determina mediante tre diversi meccanismi: conduzione, convezione, irraggiamento. Nel caso di un componente omogeneo ed isotropo di volume specifico invariabile ed escludendo eventuali cambiamenti di fase, la trasmissione del calore per conduzione può essere studiato mediante l'applicazione dell'equazione di Fourier che in coordinate cartesiane ortogonali diviene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q'_v \cdot dV = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} \cdot dV \quad (1)$$

dove con  $Q'_v$  si è indicato il calore generato per unità di volume e di tempo  $\tau$ . I parametri caratteristici sono la conduttività termica  $K_i$  ( $i=x,y,z$ ), il calore specifico  $c$  e la densità  $\rho$  variabili con lo stato fisico e in particolare con la temperatura.

La condizione convettiva si può esprimere mediante la legge di Newton:

$$Q'_{conv.} = h_{conv.} \cdot (T_P - T_F) \cdot A \quad (2)$$

Il coefficiente convettivo  $h_{conv.}$  dipende dalla forma e dalla temperatura  $T_P$  del corpo, dalla natura e dallo stato fisico del fluido, dalle caratteristiche cinematiche del moto del fluido ambiente, dall'eventuale campo gravitazionale. Lo scambio termico per irraggiamento, che avviene tra il corpo considerato e gli altri corpi circostanti totalmente o parzialmente opachi, è esprimibile con la formula:

$$Q'_R = h_{rad.} \cdot (T_P - T_F) \cdot A \quad (3)$$

dove si è indicato con  $h_{rad.}$  il coefficiente radiativo:

$$h_R = \frac{4 \cdot T_M^3 \cdot \sigma}{\frac{1}{a_1} + \left( \frac{1}{a_2} - 1 \right) \cdot \frac{A_1}{A_2}}$$

$T_M$  rappresenta la media aritmetica di  $T_P$  e  $T_F$ ,  $a_1$  e  $a_2$  sono i coefficienti di assorbimento del provino e degli elementi circostanti,  $\sigma$  è la costante di Stefan-Boltzmann.

## MODELLO NUMERICO

L'analisi del comportamento termo-meccanico di componenti sollecitati a fatica, è stata affrontata mediante lo sviluppo di opportune user – subroutine dedicate per il codice FEM ANSYS. In particolare l'algoritmo utilizzato consente di caratterizzare la propagazione di un difetto [7], [8], [9] in funzione del numero di cicli (N) determinando, per data dimensione della discontinuità ( $a$ ), gli stati tensionali e deformativi nell'intorno dell'apice. Tali informazioni risultano di fondamentale importanza per la determinazione dell'aliquota di energia che, per ogni ciclo di fatica, viene dissipata per effetto dell'isteresi meccanica [10] e fornita come un "calore interno" nelle zone vicine all'apice del difetto. La suddetta quantità di calore, valutata per ogni elemento di discretizzazione del continuo e nell'unità di tempo, viene utilizzata, in un'analisi termica, per la determinazione della distribuzione delle temperature.

Le diverse routine sono state elaborate mediante il linguaggio interno di programmazione (APDL) del software FEM, che permette da un lato di gestire in maniera rapida ed efficace i risultati delle analisi e dall'altro di interagire con semplicità con gli elementi della mesh (nodi, elementi) o del dominio del modello (punti, linee, superfici, volumi) in modo tale da determinare in process eventuali variazioni desiderate sia nei contorni del modello (accrescimento della dimensione di un difetto) sia nella discretizzazione (remeshing) [11], [12].

Il modello di propagazione proposto supera alcuni inconvenienti riscontrati negli algoritmi d'uso comune basati sul principio della "eliminazione dell'elemento" e su quello della "sconnessione nodale". La determinazione della path di avanzamento del difetto è ottenuta attraverso una ridefinizione dei contorni geometrici del modello ad ogni step di avanzamento e prescinde dalla posizione dei nodi o dalla forma e dimensione degli elementi. Rispetto alla routine per sconnessione nodale l'avanzamento non è predefinito in quanto funzione della distanza fra i nodi all'apice della cricca mentre rispetto alla routine per eliminazione dell'elemento si evita di escludere dal continuo elementi massivi con elevato contenuto d'energia di deformazione. Quest'ultima verrebbe persa istantaneamente dal sistema e solo parzialmente recuperata dagli elementi adiacenti negli step successivi. La determinazione di grandezze energetiche, necessarie per la valutazione del calore via via dissipato, diventerebbe quindi poco accurata assumendo valori discontinui ed oscillanti al crescere del difetto.

Le operazioni vengono gestite da una main-routine PRINC, che contiene i link necessari per l'attivazione degli altri sottoprogrammi nella giusta sequenza temporale come evidenziato nel diagramma a blocchi di fig.1.

La routine GEO operando in fase di pre-processing consente la definizione della geometria e della topologia attraverso l'impiego di punti caratteristici del contorno, linee e superfici. Modelli complessi possono essere ottenuti mediante operazioni booleane sulle entità geometriche come l'intersezione, l'unione e la somma.

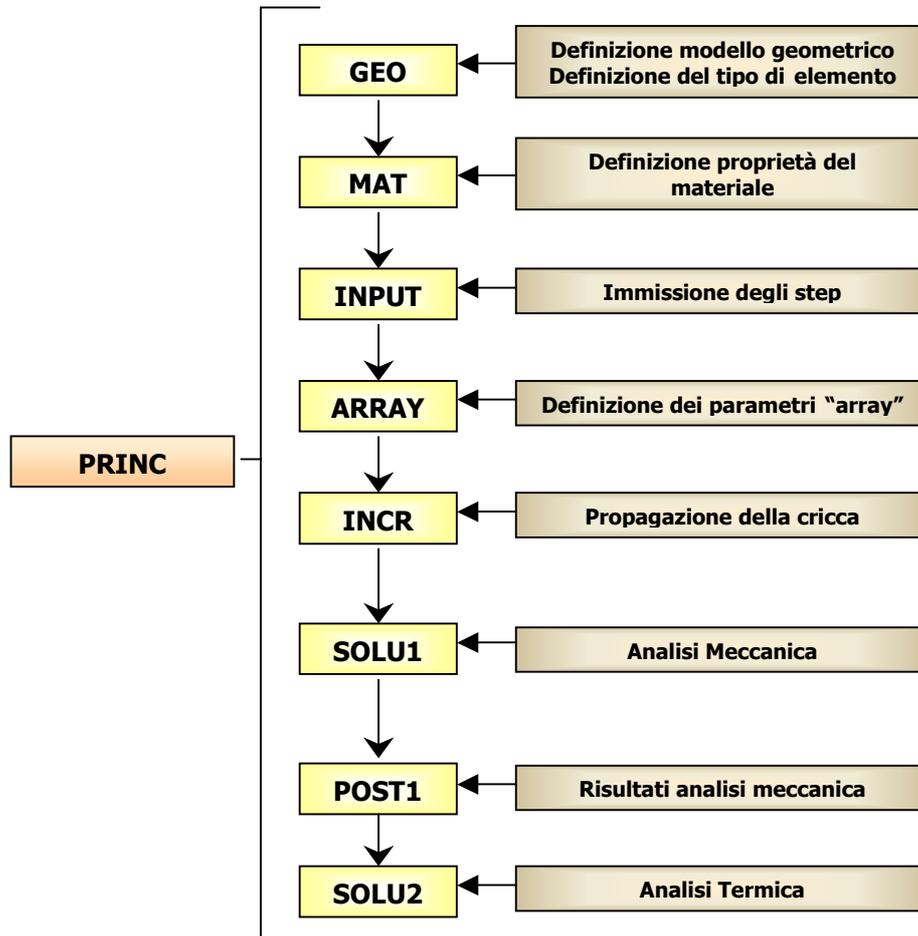


Fig.1 – Schema a blocchi della routine sviluppata

In tale contesto si definisce anche il tipo di elemento da utilizzare per la mesh. Nel caso in esame dovendo studiare un problema in stato piano di tensione (S.P.T.), si è scelto un elemento piano ad otto nodi e due gradi di libertà per nodo particolarmente adatto per lo studio di problemi di tipo meccanico in presenza di deformazioni plastiche. Tale elemento presenta anche il vantaggio non indifferente di potere essere convertito in un analogo capace di simulare i fenomeni termici derivanti dalla somministrazione di calore, e di consentire quindi il passaggio dall'analisi meccanica alla termica senza necessariamente dover eseguire una nuova discretizzazione del continuo e/o dover memorizzare sul database le informazioni geometriche e topologiche, per la successiva analisi termica. Le proprietà meccaniche del materiale sono definite nella routine MAT utilizzando un modello d'incrudimento isotropo nel quale la superficie iniziale di snervamento si espande in relazione agli incrementi infinitesimi di deformazione plastica, secondo una superficie di plasticità che soddisfa la relazione:

$$H(\{\sigma\}, L_P\{\gamma\}) = 0 \quad (4)$$

dove  $L_P = \int [\sigma]^T \cdot [d\varepsilon^{pl}]$  è il lavoro di deformazione plastica, mentre  $\gamma \propto \int [d\varepsilon^{pl}]$  rappresenta la traslazione della superficie di snervamento.

Le equazioni costitutive vengono espresse dalla *piecewise hardening law* [13]:

$$\varepsilon_{eqv} = \frac{\sigma_{eqv}}{E} \quad \text{se } \sigma \leq \sigma_S \quad (5)$$

$$\varepsilon_{eqv} = \frac{1}{E} \cdot \frac{\sigma_{eqv}^m}{\sigma_S^{m-1}} \quad \text{se } \sigma > \sigma_S \quad (6)$$

Il modello di incrudimento tiene conto della storia di carico che ha subito il materiale e consente pertanto di seguire, durante il danneggiamento per fatica, l'evoluzione dei cicli di isteresi indice dell'energia dissipata.

Contestualmente al fine di descrivere i fenomeni di scambio e trasmissione del calore fra il provino e l'ambiente circostante vengono introdotte le caratteristiche termiche del materiale e dell'aria.

La discretizzazione della zona posta nell'intorno dell'apice viene eseguita in modalità semi-automatica per consentire da un lato di infittire opportunamente il numero degli elementi, dall'altro di introdurre macro elementi con nodi di mezzzeria dei lati adiacenti posti in prossimità dell'apice e quindi in grado di descrivere con maggiore accuratezza la singolarità dell'apice.

Il legame  $a=a(N)$ , dimensione del difetto in funzione del numero di cicli, rilevato per via sperimentale viene introdotto per mezzo della routine INPUT.

Per ogni elemento finito [14] in cui risulta suddiviso il continuo, è stato possibile determinare l'andamento delle tensioni e delle deformazioni e quindi l'energia dissipata in calore dovuta al ciclo di isteresi. Tali simulazioni sono ripetute per ogni dimensione del difetto in modo da tenere conto dell'effetto di nuova plasticizzazione del fronte di avanzamento dovuto alla propagazione della cricca e contestualmente di scarico delle zone del continuo ormai fratturate. Tale procedura prevede evidentemente la discretizzazione temporale della legge  $a=a(N)$ ; in particolare, sono stati scelti intervalli di variazione del numero di cicli tali da poter ritenere minimi gli errori derivanti dal considerare, all'interno di tali intervalli, costante la dimensione del difetto.

L'energia "energ(i,z)" assorbita per ogni elemento del continuo  $i$  e per ogni ciclo di isteresi è stata valutata per mezzo della seguente:

$$\text{energ}(i,z) = \left[ \frac{n}{n+1} - \frac{1}{2} \right] \cdot (\varepsilon_M \cdot \sigma_M - \varepsilon_S \cdot \sigma_S) \quad (8)$$

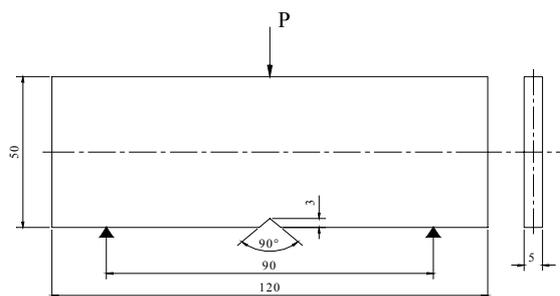
dove si è indicato con  $\sigma_M$  la tensione equivalente massima,  $\sigma_S$  la tensione di snervamento,  $n$  il coefficiente d'incrudimento,  $\varepsilon_M$  la deformazione corrispondente alla tensione massima,  $\varepsilon_S$  la deformazione corrispondente alla tensione di snervamento.

I risultati delle analisi meccaniche sono utilizzati nella sub-routine SOLU2 che implementa l'analisi termica. Si tratta di una analisi transitoria non lineare nella quale si

determina la distribuzione delle temperature in relazione ai fenomeni di propagazione del calore per convezione e per conduzione. L'analisi prevede, per ogni elemento della mesh, la lettura dal database della "energ(i,z)" e la sua somministrazione sotto forma di calore interno. Essendo l'analisi di tipo transitorio la risoluzione numerica prevede diversi step temporali gestiti attraverso la variabile tempo cui corrispondono diversi sottostep di convergenza. La convergenza è ottenuta utilizzando un metodo iterativo – incrementale dopo avere settato il grado di precisione richiesto, il numero massimo di step tollerato, il valore di riferimento e di controllo di una delle grandezze termiche (esempio la temperatura), al fine di raggiungere un giusto compromesso fra i tempi di calcolo e la qualità dei risultati ottenuti.

## **INFLUENZA DEI PARAMETRI MECCANICI E TERMICI SULLA DISTRIBUZIONE DELLA TEMPERATURA**

Diverse simulazioni sono state condotte al fine di chiarire l'influenza che i singoli parametri meccanici e termici esercitano sulla distribuzione in process delle temperature. In particolare si sono considerati provini intagliati in acciaio inossidabile AISI 304 [15] (fig.2) sottoposti a flessione su tre punti sollecitato da un carico pulsatorio con frequenza pari a 120Hz. Al variare del carico massimo imposto si mantiene fisso un valore di precarico pari a  $P_{\min} = 2\text{kN}$ .



**Fig.2** – Geometria del provino

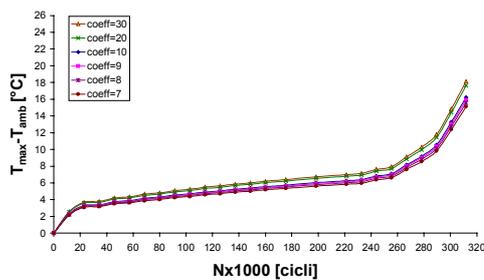
Come mostrato nelle figg. 3-9 l'evoluzione della massima temperatura nel tempo presenta, in tutti i casi esaminati, un andamento caratteristico nel quale è riconoscibile uno stadio di crescita quasi lineare, una fase di stabilizzazione e una di crescita rapida fino a rottura.

### ***Parametri meccanici:***

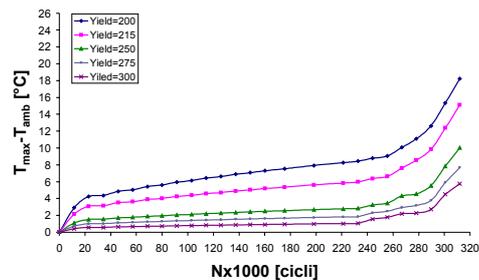
Fissato il livello di carico, all'aumentare del coefficiente d'incrudimento  $n$  (fig.3) la curva caratteristica subisce una moderata traslazione verso valori crescenti del salto termico. Tale circostanza deriva dal contrapporsi di due fattori: il primo vede un aumento dell'energia dissipata in tutte le porzioni del continuo all'aumentare del coefficiente di incrudimento (Eq.8), l'altro fattore invece determina una riduzione dell'energia dovuta ad una deformazione plastica massima che certamente risulta più contenuta nelle zone fortemente plasticizzate (a parità di carico applicato) nel caso di materiali meno duttili.

Tale duplice effetto viene confermato dalla forma delle curve di evoluzione delle temperature la cui pendenza risulta solo lievemente influenzata dal variare di  $n$ .

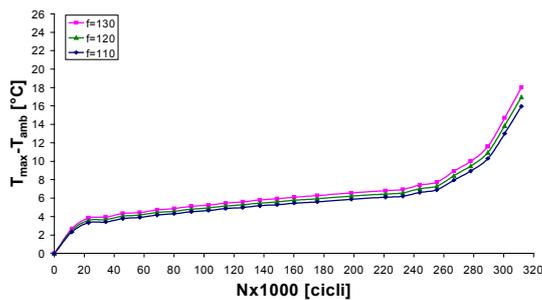
Notevole influenza riveste invece la tensione di snervamento  $\sigma_s$  (Fig.4), valori più bassi determinano, a parità di carico esterno, una maggiore ampiezza delle zone con deformazione plastica che si esprime con aliquote superiori di dissipazione energetica, basti pensare che decrementi di 15 MPa producono, nel tratto di evoluzione stabile del difetto, incrementi di temperatura anche del 100%. All'aumentare della  $\sigma_s$ , per fissata tensione di rottura  $\sigma_R$ , l'influenza percentuale diviene sempre più ridotta in quanto a parità di carico esterno si va sempre più riducendo l'ampiezza del campo plastico e pertanto il materiale tende ad assumere un comportamento tipicamente fragile. La tensione  $\sigma_s$  influenza in maniera evidente anche la pendenza delle curve, riducendo gli incrementi di temperatura sia in fase di stabilizzazione che nella fase finale. In tal caso evidentemente la presenza di zone plasticizzate circoscritte e con bassa energia di deformazione plastica riduce l'apporto di nuova energia dissipata al variare del numero dei cicli e pertanto favorisce l'instaurarsi dell'equilibrio termico fra produzione e trasmissione del calore anche per modesti valori di cicli applicati.



**Fig.3** – Influenza del coeff. d'incrudimento



**Fig.4** – Influenza della tensione di snervamento [MPa]



**Fig.5** – Influenza della frequenza [Hz]

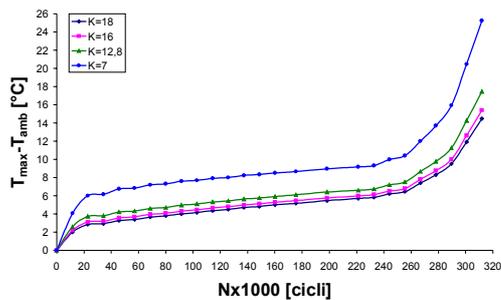
La fig.5 mostra l'influenza della frequenza di carico; le curve confermano un aumento di temperatura legato alla maggiore quantità di calore interno sviluppata nell'unità di tempo dovuta all'aumentare della frequenza.

### **Parametri termici:**

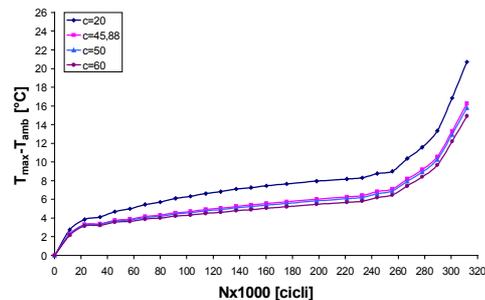
I parametri termici esaminati sono quelli caratteristici della conduzione e della convezione. Le variabili fondamentali sono la conduttività termica, la densità e il calore

specifico per quanto concerne la conduzione, il coefficiente convettivo per la convezione.

Ogni materiale, dal punto di vista termico, è caratterizzato da un coefficiente di conduttività che ne evidenzia l'aspetto dinamico nel trasferimento delle quantità di calore. All'aumentare del valore di tale parametro – fig.6 - la curva caratteristica subisce una traslazione verso valori decrescenti del salto termico, mantenendo invariata la propria pendenza.

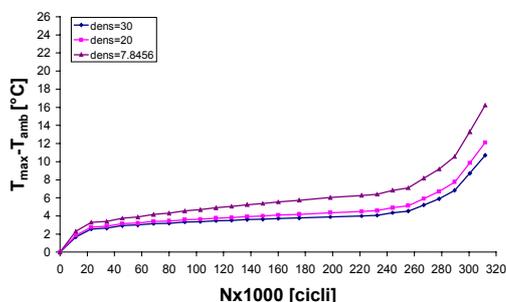


**Fig.6** – Influenza della conduttività termica [W/m °C]

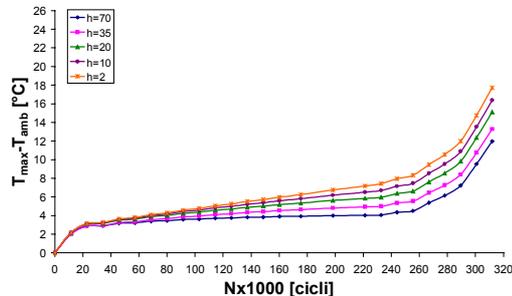


**Fig.7** – Influenza del calore specifico [J/kg °C]

Il calore specifico e la densità, caratterizzano invece l'inerzia termica del corpo. All'aumentare di tali parametri – fig.7, fig.8 - la curva caratteristica subisce una variazione della pendenza procedendo verso valori del gradiente termico decrescenti; analogo effetto si manifesta – fig.9 - quando si innalza il coefficiente convettivo.



**Fig.8** – Influenza della densità [g/cm<sup>3</sup>]



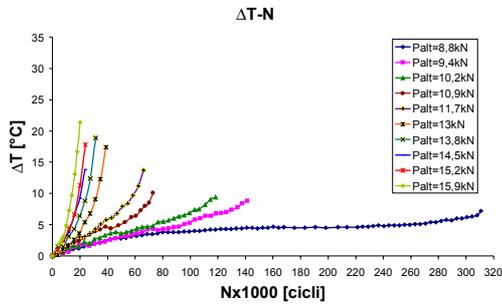
**Fig.9** – Influenza del coefficiente convettivo [W/m<sup>2</sup> °C]

## PROVE DI FLESSIONE SU TRE PUNTI

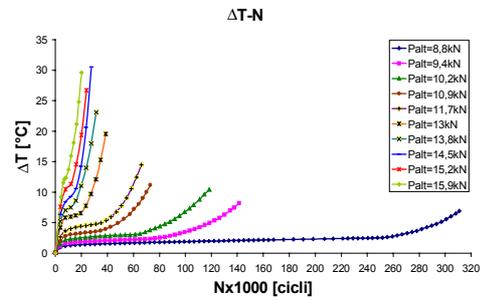
Sono stati analizzati componenti di diverso spessore, caratterizzati dalla presenza di diverse forme di intaglio (triangolare, circolare, retta), nelle stesse condizioni di carico e vincolo delle prove sperimentali [3].

Per il provino con intaglio triangolare (fig.2) sono confrontati i diagrammi ottenuti dai dati sperimentali rilevati con camera termografica digitale con i dati

numerici –fig.10, fig.11-, nei quali si riporta l’andamento dei gradienti termici ( $T_{\max} - T_{\text{amb}}$ ) al variare del numero di cicli (N) per data semiampiezza del carico.

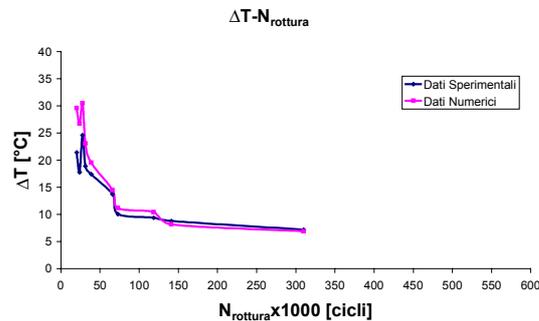


**Fig.10** – Dati Sperimentali



**Fig.11** – Dati Numerici

L’evoluzione della massima temperatura presenta il profilo caratteristico già evidenziato in precedenza e conferma un buon accordo, sia in termini di scarto percentuale, sia in termini di pendenza delle curve, fra le risultanze numeriche e sperimentali. Per evidenziare tale circostanza, per ogni tipologia di provino, sono stati riportati, in fig.12, i gradienti termici in corrispondenza del numero di cicli a rottura.



**Fig.12** – Confronto fra dati numerici e dati sperimentali

Anche in questo caso il diagramma mostra una buona corrispondenza tra i dati numerici e quelli sperimentali; in particolar modo, per i provini con intaglio triangolare si riscontra un errore medio percentuale variabile tra il 4÷15% con valori meno modesti nel caso di numeri di cicli a rottura inferiori a 50.000 dove la presenza di carichi elevati rende la produzione di calore interno e la sua propagazione maggiormente correlata alle modalità di incrudimento e ai coefficienti di convezione e conduzione.

Nelle figg. 13–15 si mostra il confronto fra le immagini termografiche e le mappe termiche ottenute dalla simulazione numerica per geometrie di intaglio diverse e fissato numero di cicli. Si noti come, in entrambi i casi, il gradiente termico presenti un andamento apprezzabilmente simmetrico rispetto all’asse del difetto a conferma del fatto che la propagazione del calore avviene lungo delle superfici concentriche rispetto alla zona di massima emissione.

La distribuzione delle temperature per il caso numerico e per quello sperimentale risulta congruente sia dal punto di vista della localizzazione dei gradienti termici, sia per quanto concerne l'entità della massima temperatura. Tale circostanza conferma la bontà del modello di propagazione del calore utilizzato nella routine di calcolo, la corretta valutazione dell'area del ciclo di isteresi e quindi dell'energia di deformazione trasformata in calore, la capacità del modello di descrivere l'evoluzione temporale del difetto attraverso un'analisi delle temperature.

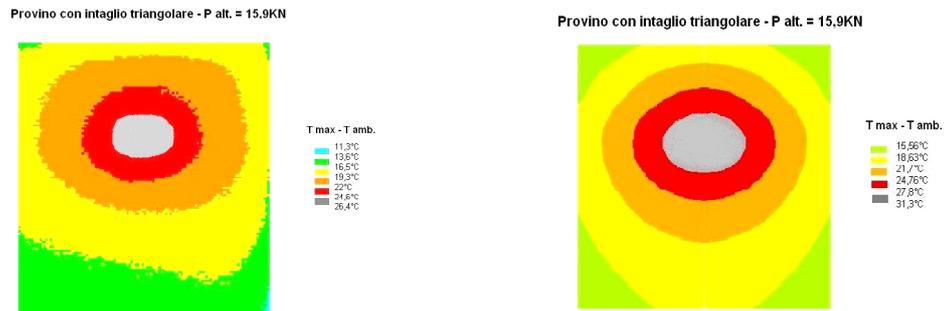


Fig.13 – Immagine termografica e mappa termica (Provino con intaglio triangolare)

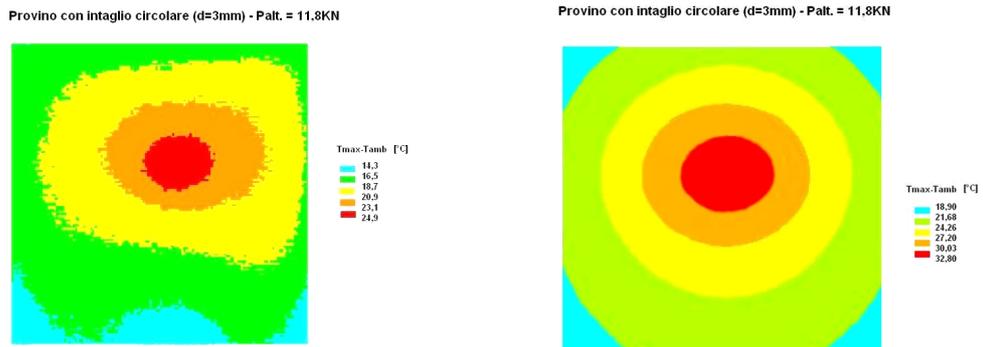


Fig.14 – Immagine termografica e mappa termica (Provino con intaglio circolare)

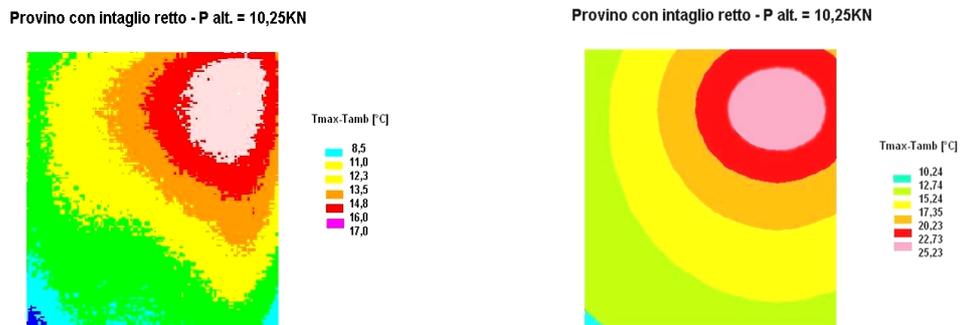


Fig.15 – Immagine termografica e mappa termica (Provino con intaglio retto)

## CONCLUSIONI

Si è sviluppato un modello FEM in grado di prevedere l'evoluzione delle temperature e la distribuzione delle stesse in componenti sollecitati a fatica, per dato numero di cicli al variare delle dimensioni di un difetto preesistente o dovuto alla presenza di un intaglio. Si è analizzata l'influenza dei singoli parametri meccanici e termici sulla produzione e propagazione del calore mettendo in luce l'aspetto predominante giocato dalla tensione di snervamento e dal coefficiente conduttivo.

Le analisi del comportamento termo-meccanico di componenti intagliati sottoposti a sollecitazione sinusoidale pulsatoria ha fornito, in termini di temperatura massima rilevata, risultati in buon accordo con gli analoghi ottenuti per via sperimentale.

Il modello è in grado di prevedere la distribuzione delle temperature per data dimensione del difetto e per dato numero di cicli come evidenziato dal confronto delle mappe termografiche. Il modello numerico è stato applicato con buoni risultati anche allo studio di provini lisci sollecitati a fatica.

L'applicazione del modello numerico consente anche attraverso semplici e poco numerose prove sperimentali di caratterizzazione di prevedere il comportamento a fatica di componenti meccanici di forma complessa e di diversa natura.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] G. FARGIONE, A. GERACI, L. MAIOLINO, A. RISITANO, "*Influenza della storia di carico sull'energia limite a rottura per materiali ad elevato rilascio termico*", XXX Convegno Nazionale AIAS, Alghero (SS), 12-15 Settembre 2001, pp 345-356
- [2] L. COGLITORE, A. PASTA, M. TSCHINKE, G. VIRZI' MARIOTTI, "*Il riscaldamento dei provini nelle prove di fatica a basso numero di cicli*", V° Congresso Nazionale AIAS, Bari, 29 Settembre – 1 Ottobre 1977
- [3] P.P. CALTABELLOTTA, "*Correlazione tra temperatura locale e danneggiamento a fatica al variare della concentrazione di tensione*", Tesi di Laurea, Università degli Studi di Palermo, A.A. 2000/2001
- [4] H. S CARLSLAW., J. C. JAEGER, "*Conduction of heat in solids*", Clarendon Press, Oxford 1962
- [5] G. RODONO', R. VOLPES, "*Fisica Tecnica*", Dario Flaccovio Ed., Palermo 1994
- [6] WHITAKER S., "*Elementary heat transfer analysis*", Pergamon unified engineering series, New York, 1976
- [7] F. ERDOGAN, G.C. SIH, "*On the crack extension in plate under Plane Loading and Transverse Shear*", A.S.T.M.E., Journal of Basic Engineering, Vol. 85, 1963
- [8] R.G. FORMAN, "*Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures*", Journal of Basic Engineering, Vol. 89, 1967

- [9] P.C. PARIS e F. ERDOGAN, "*A Critical analysis of crack propagation laws*", J. Basic Engng, Trans. ASME, Series D, Vol. 55, 1963
- [10] N.E. DOWLING, "*Mechanical Behaviour of Materials*", Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1993
- [11] A. MASNATA, G. MEGNA, A. PASTA, "*Modello numerico-sperimentale di crescita di una cricca di fatica in materiali non omogenei*", XXX° Convegno AIAS, Alghero, 2001.
- [12] A. MASNATA, G. MEGNA, A. PASTA, "*Studio del campo di deformazione all'apice di una cricca in un bimateriale*", atti Conv. IGF, 25-26 Giugno, 2001, (in fase di pubblicazione).
- [13] K. AZZABI, A. LUXMOORE, M. LEE, "*J-integral estimation for single edge notch specimens in tension*", Int. Journ. of Fracture, 63, 75-87, 1993
- [14] D.M. TRACEY, discussion of "*on the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics*", Int. Journ. Of numerical method in Engg., 11, 1977, pp. 401-412
- [15] D. PECKNER and I. M. BERNSTEIN, "*Handbook of Stainless Steels*", McGraw-Hill Book Company, New York, NY, (1977)