

MODELLAZIONE COSTITUTIVA CON DANNEGGIAMENTO PER L'ANALISI DELLA RISPOSTA DELLE MURATURE STORICHE DI HAGIA SOPHIA

Mauro Mezzina¹, Giuseppina Uva²

¹Dipartimento ICAR, Politecnico di Bari, Via Orabona, 4 70126 Bari

²Dipartimento ICAR, Politecnico di Bari, Via Orabona, 4 70126 Bari

m.mezzina@poliba.it, g.uva@poliba.it

Sommario

Questo lavoro fa parte di un progetto internazionale di rilievo e studio di Hagia Sophia ad Istanbul, finanziato dal governo giapponese, il cui scopo è approfondire la conoscenza della geometria, dei dissesti avvenuti nel corso dei secoli e degli interventi di consolidamento operati nelle varie epoche, e pervenire ad una comprensione della complessa fenomenologia che caratterizza questo grandioso monumento. Un aspetto importante della ricerca, in cui si colloca il lavoro presentato, è la caratterizzazione del comportamento strutturale –in particolare sismico – dell’edificio, finalizzata alla scelta consapevole dei criteri di consolidamento e riparazione. Un elemento significativo delle strutture di Hagia Sophia è la tipologia muraria con giunti orizzontali “spessi”, tipica della tradizione bizantina. Nel presente lavoro si presenta un’analisi numerica esplorativa, in cui le murature sono state caratterizzate in maniera precisa da un punto di vista meccanico. L’intento è quello di rendere possibile in un momento successivo l’analisi di porzioni strutturali di geometria più complessa e su più larga scala.

Abstract

The research work presented is part of an international project funded by Japanese Government, aimed at the surveying and analysis of the Church of Hagia Sophia in Istanbul. Attention has been devoted to the detailed study of the geometry, of collapses and failures occurred along the centuries, and to the restorations and repairing performed at different ages. An important aspect of the project (defining the framework of this paper) was the characterization of the structural behaviour - particularly seismic one – in order to define a conscious and critical choice of rehabilitation methods. A crucial element with respect to the structural response is the masonry type with high joints, emblematic of the Byzantine tradition. In this paper a numerical analysis is presented, in which masonry has an elastic-plastic damaged mechanical characterization. The milestone is the definition of a tool for the analysis of structural elements on a larger scale.

1. Introduzione

I monumenti dell'antichità rappresentano una preziosa eredità storica e culturale, e possono per certi versi essere considerate come un testamento tangibile dell'abilità e della maestria dei grandi architetti e costruttori del passato. Essi testimoniano come l'intuizione del comportamento meccanico, unita agli insegnamenti dell'esperienza abbiano progressivamente creato e consolidato un patrimonio di "regole del buon costruire" che, ancor oggi, rappresenta il miglior punto di riferimento per il progettista. Certamente, gli edifici sopravvissuti rappresentano la parte migliore di quanto in ciascuna epoca si è saputo realizzare: essi sono il risultato di un processo di *trial and error* che portava, in epoche in cui mancava una conoscenza scientifica puntuale dei fenomeni fisici e meccanici in gioco, ad un continuo accumulo ed affinamento di "regole del buon costruire", a formare un patrimonio tramandato di padre in figlio. L'analisi strutturale di oggetti di questo tipo si presenta irta di difficoltà ed ostacoli: costruzioni che hanno resistito per secoli anche a sollecitazioni impreviste, pur non essendo state consapevolmente progettate per tali evenienze (e in mancanza delle avanzate conoscenze teoriche e dei potenti mezzi di calcolo oggi a nostra disposizione), difficilmente potranno essere imprigionate in un definito schema di calcolo. Tuttavia, l'attenzione all'analisi del patrimonio edilizio è quanto mai fondamentale per la corretta gestione dei provvedimenti di conservazione e di recupero strutturale; si effettuano spesso interventi che modificano pesantemente la struttura muraria, in alcuni casi stravolgendo la concezione statica originaria, con effetti non sempre prevedibili.

2. La cupola di Hagia Sophia: forma e struttura

La maestosa cupola di Hagia Sophia - "la Grande Chiesa" - rappresenta un modello di come sia stato affrontato ed in parte risolto il problema della resistenza sismica in un edificio di dimensioni così ragguardevoli. In effetti, all'atto della concezione dell'opera, gli architetti Isidoro di Mileto e Anthemio di Tralle (studiosi di geometria e di meccanica) non affrontarono esplicitamente il problema delle azioni sismiche, ma cercarono di assorbire le grandi spinte derivanti dal sistema di cupole ed archi. Hagia Sophia fu eretta in appena cinque anni, dal 532 al 537, e secondo le fonti storiche la realizzazione delle opere in elevazione occupò solo gli ultimi due anni. Poco dopo il completamento della costruzione, ebbe inizio una lunga serie di dissesti e si verificarono crolli parziali in occasione di alcuni terremoti. La cupola centrale crollò e fu ricostruita per tre volte (nel 557, nel 984 e nel 1343), ma non si conoscono esattamente i limiti delle ricostruzioni, dal momento che gli elementi murari sono per lo più coperti da intonaco. Questi eventi sono in parte imputabili proprio alla rapidità dell'esecuzione e alla deformabilità delle murature "bizantine" (realizzate con notevoli spessori di malta, e quindi caratterizzate da lunghi tempi di maturazione. Si resero ben presto necessari interventi di consolidamento e riparazione per rimediare alle considerevoli deformazioni manifestatesi. Un altro elemento determinante, tuttavia, è senz'altro rappresentato da alcune intrinseche debolezze della soluzione strutturale adottata, che non fu in effetti completamente efficace e soddisfacente. La chiesa (figura 1) è costituita nella sua parte centrale da una cupola (rafforzata ed irrigidita da quaranta costoloni radiali) a pennacchi, appoggiata tramite quattro grandi arconi su un sistema di quattro pilastri principali. Dall'esame della pianta si osserva come questa sia stata edificata sulla base di un quadrato di cento piedi. La corrispondenza della pianta con una rigorosa geometria era già nota ed è stata valutata dal Mainstone [6]. Una scelta di questo tipo era del resto obbligata, date le caratteristiche dell'architettura dell'epoca ed i riferimenti all'architettura romana. Più difficile è invece la comprensione della morfologia in elevazione.

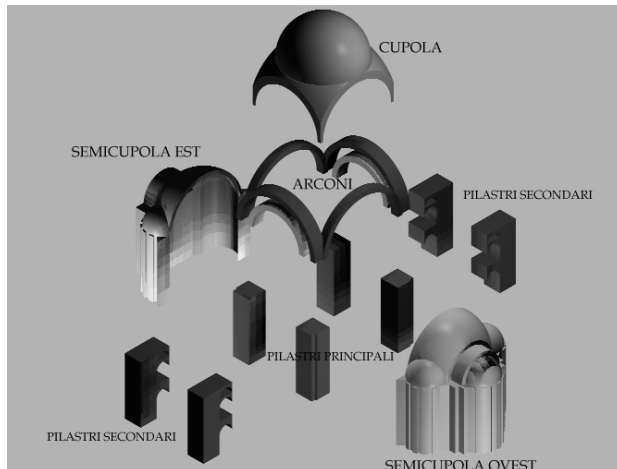


Figura 1
Schema assonometrico dei principali elementi strutturali di Hagia Sophia.

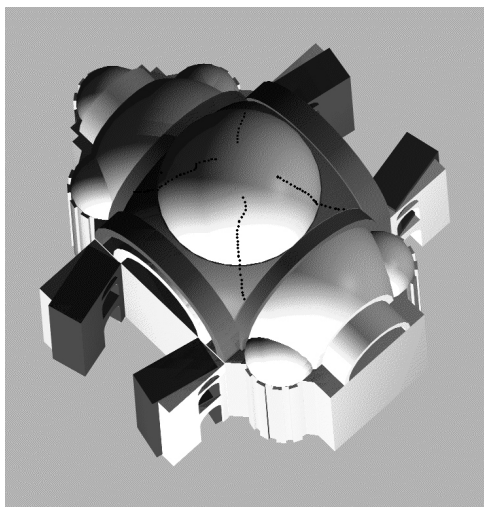


Figura 2
Lesioni che individuano le ricostruzioni del XIV secolo e rotazione dei corpi scala.

Anche in tal caso, certamente, gli architetti si affidarono ad uno schema geometrico da seguire rigorosamente. Sfortunatamente i numerosi dissesti e le successive ricostruzioni hanno cancellato gran parte della geometria originaria e rendono difficile ai nostri giorni valutazioni precise. La capacità di questi elementi di assorbire attivamente le spinte ricevute conferisce loro una efficace funzione di contrafforte. In direzione Nord-Sud, invece, l'Architetto scelse di affidare la spinta degli arconi, opportunamente ridotti nella loro luce rispetto ai precedenti e supportati da un secondo arco più interno, ad un sistema di piloni di contrafforte affiancati ai pilastri principali.

Questa particolare geometria è il frutto, in un certo senso, di un compromesso fra due tradizioni liturgiche di riferimento: quella delle chiese bizantine a pianta centrale e quella romana della basilica, ed ha condotto alla realizzazione di un edificio maestoso per dimensioni e simbologia, adatto ad ospitare grandi masse di fedeli -e quindi perfettamente funzionale- e capace di durare in eterno. L'elemento che caratterizza fortemente la geometria di questo straordinario monumento è la diversità delle soluzioni strutturali adottate nelle due direzioni che orientano la pianta, per raccogliere e riportare a terra le spinte esercitate dalla cupola.

In questa particolare concezione strutturale, dettata da esigenze di natura architettonica e liturgica ad un tempo, risiede uno dei maggiori problemi statici di Santa Sofia, ed in essa si ritrova la ragione delle vicissitudini che ne hanno accompagnato la vita sino ai nostri giorni. Si possono infatti individuare nella geometria due direttrici principali, a cui corrispondono le due differenti soluzioni statiche di cui si è detto. La struttura si presenta allungata nella direzione Est-Ovest grazie alla circostanza che l'arcone di appoggio della cupola prosegue con una sequenza di semicupole di dimensioni via via decrescenti verso l'estremità.

3. Caratterizzazione geometrica e meccanica della muratura

Il comportamento meccanico delle strutture di Hagia Sophia è stato fortemente influenzato dalla particolare tecnologia costruttiva impiegata per le parti in muratura, tipica della tradizione bizantina. I filari di mattoni, spessi 4-5 centimetri, sono disposti su letti di malta alti fino a 7 centimetri (figura 3). Nelle murature di Hagia Sophia la malta, presente in misura paragonabile - se non superiore - al laterizio, assume un ruolo strutturale di primo piano, e le sue proprietà meccaniche, microscopiche e chimiche risultano essenziali.

Da un punto di vista chimico, la malta adoperata in Hagia Sophia (con riferimento alle murature databili al sesto secolo) viene solitamente classificata come “pozzolanica” ([5], [2], [8]). Essa è infatti ottenuta aggiungendo mattoni frantumati (il cosiddetto coccio pesto) alla miscela di calce e sabbia, accorgimento che conferisce proprietà idrauliche al legante, così come accade con le ceneri di pozzolana. All’interfaccia tra la matrice ed i frammenti di mattone si sviluppano delle reazioni fisico-chimiche tra la calce idrata e il materiale ceramico, con formazione di silico alluminati idrati. Il prodotto che ne risulta presenta una porosità notevolmente inferiore a quella delle tipiche malte di calce medievali, ha valori di resistenza a trazione estremamente alti (0.4-1 MPa). Questo antichissimo materiale, già descritto da Vitruvio nei Dieci libri sull’Architettura, possiede insomma delle proprietà paragonabili a quelle delle moderne malte cementizie, oltre ad essere estremamente durevole ([8]) ed in grado di contribuire all’assorbimento di energia durante gli eventi sismici ([7]), tanto più se il giunto è spesso ([3]). Questa particolare tecnica costruttiva rivela, in effetti, un ribaltamento della tradizionale regola dell’arte, secondo la quale i letti di malta devono servire a ripianare il piano di posa, garantendone la perfetta orizzontalità e consentendo un corretto posizionamento dei blocchi. La resistenza è in questo caso affidata all’ingranamento dei conci, e quanto più questi sono tagliati e disposti con precisione (muratura isodoma) tanto minore sarà la necessità di ricorrere alla malta, sino a giungere al caso estremo e paradigmatico delle murature assemblate a secco.

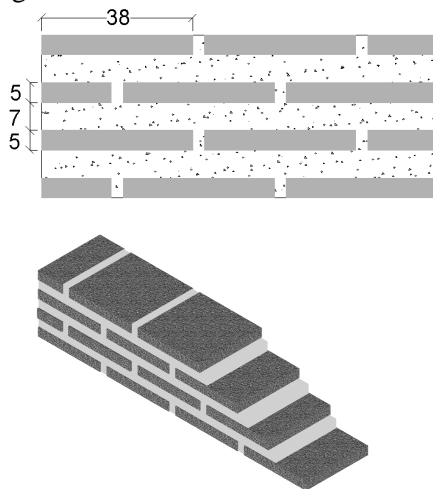


Figura 3
Configurazione tipica per una muratura bizantina.

La struttura dell’elemento murario bizantino si discosta invece in misura consistente dalle apparecchiature murarie a noi più consuete, risultando per molti versi più simile ad un conglomerato cementizio. I mattoni assumono una funzione paragonabile a quella degli inerti, intervenendo a conferire rigidità piuttosto che resistenza [5]. La malta ha un ruolo statico fondamentale, sia nei riguardi della resistenza statica che delle prestazioni dinamiche nei riguardi delle azioni sismiche. Un aspetto sicuramente delicato è rappresentato, per queste tipologie di apparecchiature murarie, dagli assestamenti sotto carico

. I tempi di indurimento e maturazione, per spessori del legante così consistenti, si allungano notevolmente. La rapidità dell’esecuzione e la deformabilità delle murature hanno prodotto i primi dissesti ancor prima che l’opera fosse terminata, durante la costruzione dei piloni e degli

arconi; già in corso d'opera probabilmente, vennero realizzati anche i primi interventi di consolidamento e correzione delle deformazioni.

3.1 Caratterizzazione comparativa di murature ordinarie e bizantine

Verranno illustrate alcune sperimentazioni numeriche effettuate su un pannello piano (117 cm x 60 cm). Sono stati considerati due spessori dei letti di malta, e differenti valori dei parametri meccanici, allo scopo di evidenziare gli effetti che la particolare configurazione geometrica nelle murature bizantine può produrre sulla risposta strutturale degli elementi, e di confrontare tale risposta con quella di una muratura ordinaria. A parità di dimensioni dei mattoni e del pannello da analizzare, si sono considerati due casi: giunto "alto" ($s=5\text{ cm}$) e giunto "basso" ($s=1.3\text{ cm}$). Nell'ottica di un approccio al "continuo" (macromodellazione), è stato impiegato il codice non lineare agli elementi finiti FEDAM [9] per pannelli murari, comprendente modelli costitutivi di tipo elasto plastico con danneggiamento e scorrimento attritivo, e basato su di una strategia iterativa *arc-length*. Per quanto riguarda i parametri meccanici necessari per il modello costitutivo adottato, non tutti i dati sono disponibili nella letteratura sulle malte storiche di tipo bizantino (mancano per esempio informazioni relative al comportamento a taglio di tali materiali). D'altronde, nel caso delle murature storiche, la disponibilità di dati rinvenienti da prove in situ o da campioni testati in laboratorio è spesso limitata, o comunque caratterizzata da notevole dispersione. Per i moduli di elasticità tangenziale si è allora scelto di fare riferimento all'espressione: $G=0.4 E$. Si è poi effettuata un'analisi di sensibilità rispetto ai parametri di resistenza meccanica a trazione e a taglio puro, investigando l'effetto che la variazione di tali parametri ha sul percorso di equilibrio della struttura. Il materiale composito muratura costituito dall'assemblaggio di malta e blocchi è descritto come un continuo omogeneo equivalente (con una semplice omogeneizzazione per strati -sotto la condizione di periodicità). Il continuo è poi caratterizzato da una legge costitutiva elasto-plastica con danneggiamento, tale da rendere conto in maniera sommaria ma efficace degli effetti di apertura e chiusura delle fessure, e scorrimento attritivo sui piani di discontinuità. Si suppone che i micro-difetti all'interno della malta siano soggetti a due possibili modalità di apertura: estensione e taglio. Le deformazioni inelastiche che ne conseguono contribuiscono al campo di deformazione macroscopico del continuo, secondo leggi di evoluzione registrate da opportune variabili interne.

Tabella 1

Parametri meccanici dei costituenti per una muratura bizantina (Cakmak, 1995).

Malta	Mattoni
$E_m = 660\text{ MPa}$	$E_b = 3100\text{ MPa}$
$G_m = 264\text{ MPa}$	$G_b = 1240\text{ MPa}$
$\nu_m = 0.15$	$\nu_b = 0.25$
$\sigma_{lim,t} = 0.4\text{ MPa}$	
$\tau_{lim} = 1\text{ MPa}$	

Tabella 2.

Parametri meccanici dei costituenti per una muratura ordinaria (Anthoine, 1994).

Malta	Mattoni
$E_m = 650\text{ MPa}$	$E_b = 3000\text{ MPa}$
$G_m = 260\text{ MPa}$	$G_b = 1200\text{ MPa}$
$\nu_m = 0.15$	$\nu_b = 0.25$
$\sigma_{lim,t} = 0.1\text{ MPa}$	
$\tau_{lim} = 0.25\text{ MPa}$	

Innanzitutto, si è considerato un primo test numerico per sollecitazione di trazione semplice. L'elemento di riferimento è un pannello di spessore 38 cm, larghezza 117 cm ed altezza 40 cm. I casi presi in esame sono tre: a) Giunto basso-parametri meccanici caratteristici di una muratura ordinaria (tabella 2); b) giunto alto-parametri meccanici tipici di una muratura bizantina – (tabella 1); giunto basso-parametri meccanici tipici di una muratura bizantina (tabella 1). Le tabelle 1 e 2 riportano i parametri meccanici adottati per la malta ed i mattoni per ciascuno dei due sistemi costruttivi esaminati (E_m , G_m , ν_m , resistenza a trazione $\sigma_{lim,t}$ per la malta; E_b , G_b , ν_b , resistenza a compressione $\sigma_{lim,c}$ per i mattoni). Il test numerico è stato effettuato ipotizzando che l'elemento di riferimento sia realizzato in muratura ordinaria (curva c, figura 4), e che le caratteristiche meccaniche siano quelle tipiche delle malte di calce e sabbia (tabella 2-Anthoine, 1994). Lo stesso test è stato ripetuto per un elemento gemello, realizzato con giunti alti e malta con coccio pesto (tabella 1-Cakmak, 1995). La notevole differenza di resistenza meccanica della malta tra i due casi, naturalmente, comporta risposte strutturali notevolmente diverse (curve a-c).

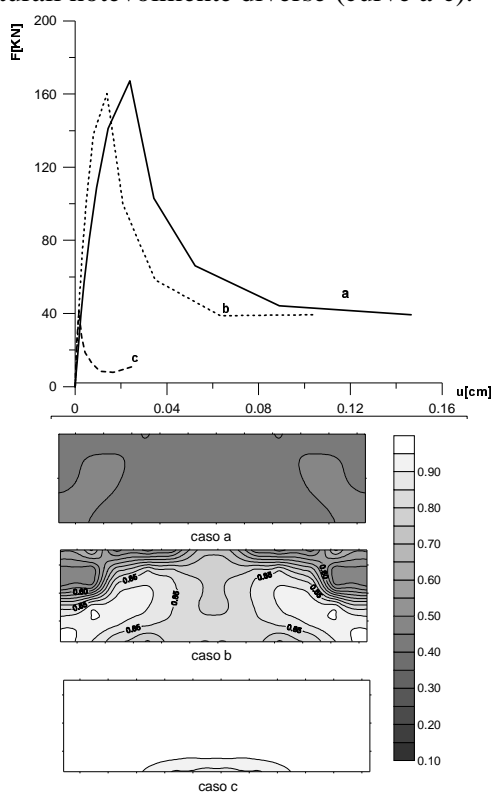


Figura 4
Trazione semplice

Per quanto riguarda le prestazioni meccaniche, del resto, le malte di coccio pesto competono con le moderne malte cementizie. Per rendere possibile il confronto tra i due differenti sistemi costruttivi in esame, si è effettuato un test per un elemento in muratura a giunti bassi adottando gli stessi parametri meccanici della muratura bizantina (tabella 1). Le simulazioni numeriche effettuate sono piuttosto semplici, e si basano su un approccio al continuo in cui la memoria della tessitura dell'elemento (considerato piano) è conservata solo per ciò che riguarda la stratificazione verticale. Un esame critico dei risultati ottenuti offre tuttavia alcuni spunti interessanti di riflessione e approfondimento. Innanzitutto, si può generalmente osservare che la presenza dei giunti alti (se si tralasciano le problematiche legate alla fase di maturazione) ha un effetto positivo nei riguardi della possibilità del materiale di esplicitare risorse "plastiche".

Il test di trazione (l'elemento è considerato ancorato alla base) mostra in maniera abbastanza evidente come l'elemento in cui i giunti sono considerati spessi, a fronte di una diminuzione della rigidità, presenta una non linearità più marcata nella risposta, ed un ramo softening a pendenza meno ripida. L'aumento dello spessore del giunto sposta la risposta dell'elemento verso un comportamento più "duttile": il picco di softening si smussa, e aumenta la resistenza residua. Inoltre, come mostrano le successive simulazioni cicliche, si incrementa la possibilità di dissipare energia.

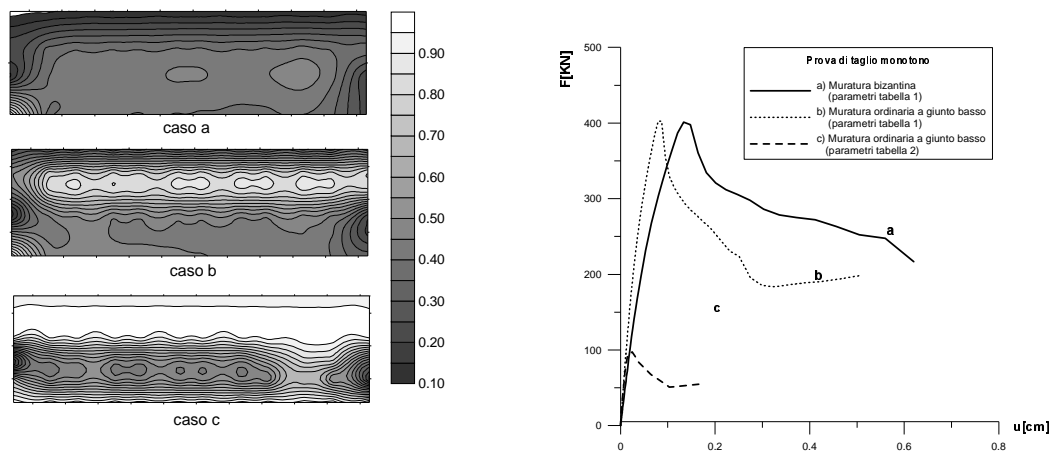


Figura 5
Test di taglio monotono.

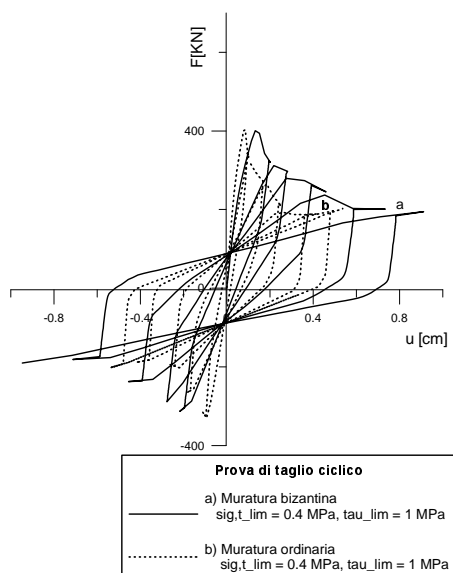


Figura 6
Test di taglio ciclico – confronto tra muratura bizantina e ordinaria

Variando le caratteristiche meccaniche della malta per una stessa orditura (bizantina, fig.7) si osserva che resistenze maggiori comportino un aumento delle caratteristiche di fragilità (maggiore rigidezza e grado di softening). Si ha un'influenza sensibile sul valore del carico limite, ma la variazione della forma del percorso è meno apprezzabile e molto regolare. L'ipotesi che questi test suggeriscono è che le murature di Hagia Sophia presentino potenzialità superiori nei riguardi delle azioni orizzontali, forti di una accresciuta capacità dissipativi, e di una risposta meccanica che si allontana decisamente dal comportamento elasto fragile. L'utilizzo di murature a giunti alti, del resto, ha conosciuto per secoli una grande diffusione in Turchia, area ad intensa attività sismica.

Le motivazioni che hanno portato all'affermazione di questo modello non sono ancora chiare agli studiosi, e certamente non è lecito attribuire agli antichi costruttori un uso consapevole delle tecniche costruttive in funzione delle possibili prestazioni antisismiche. È però sicuramente vero che l'esperienza della costruzione in muratura si è per secoli fondata sul metodo empirico-sperimentale, e gli edifici che meglio rispondevano alla sfida del tempo avevano più possibilità di essere riproposti come modello esemplare per i posteri. Una muratura costruita a regola d'arte può sviluppare dei benefici meccanismi evolutivi: nel corso di un evento sismico le microfessure presenti nell'elemento murario si evolvono, accrescendosi e sviluppando scorrimento attritivo sulle facce opposte a contatto, con possibilità di dissipare parte dell'energia sviluppata; inoltre la diffusione delle lesioni nella

struttura ne abbatta la rigidezza. Persino un materiale intrinsecamente fragile come la muratura riesce ad affrontare sollecitazioni che riuscirebbero altrimenti fatali e si correda di inaspettata *duttilità*. Questi effetti trovano riscontro in alcune antiche tecniche costruttive, come quella presa in esame. Questa ricerca, svolta in ambito interdisciplinare a stretto contatto con esperti di storia, arte, restauro, rappresenta un tentativo per imparare a “leggere” i monumenti utilizzando in maniera *responsabile* anche strumenti nati per materiali molto più moderni e controllabili, accettando la possibilità che la migliore soluzione sia fornita dall’adozione di tecniche di intervento solo apparentemente anacronistiche.

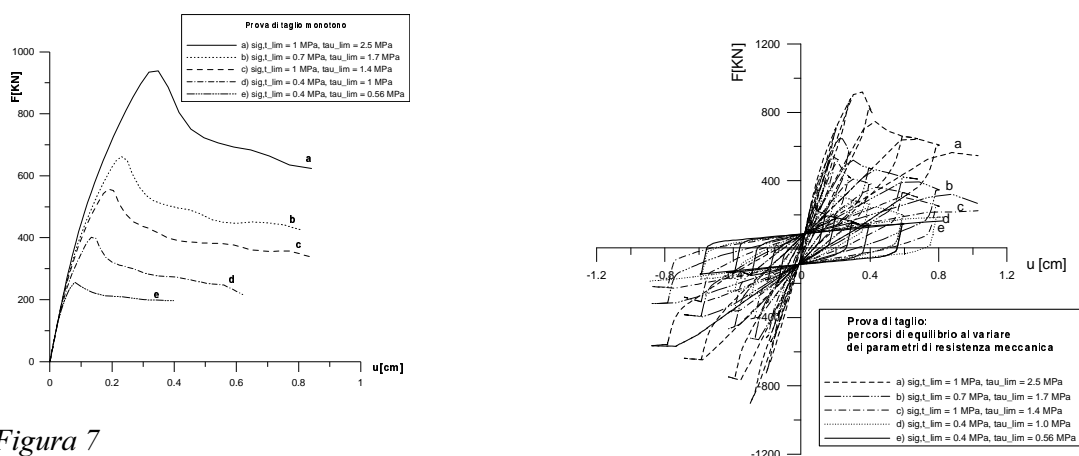


Figura 7
Variatione parametri di resistenza meccanica per carico monotono e alternato.

Bibliografia

- [1] Anthoine A., Magenes G., Magonette G., “*Shear compression testing and analysis of Brick masonry walls*”, Proc. 10th Europ. Conf. on Earthquake Engng, Vienna, **1994**
- [2] Bakolas, A., Biscontin, G., Moropoulou, A., Zendri, E., “*Characterization of structural byzantine mortars by termogravimetric analysis*”, Thermoch. Acta, **321**, 151-161, **1998**
- [3] Binda L., Tedeschi C., Baronio G., “*Mechanical Behaviour at different ages of Masonry Prisms with thick Mortar Joints reproducing a Byzantine Masonry*”, Politecnico di Milano, **1998**
- [4] Blasi C., “*Forma e stabilità di Hagia Sophia a Istanbul: presentazione di una ricerca e di una metodologia empirica di indagine*”, A.R. 1, Politecnico di Bari, **2000**
- [5] Cakmak, A.S., Moropoulou, A. & Mullen, C. L., “*Interdisciplinary Study of Dynamic behaviour and Earthquake Response of Hagia Sophia*”, Soil Dyn. Earthquake Engng, **14**, 125-133, **1995**
- [6] Mainstone, R.J., “*Hagia Sophia Architecture. Structure and Liturgy of Justinian’s Great Church*”, London, Thames and Hudson, **1998**
- [7] Moropoulou, A., Cakmak, A.S., Lohvyn N., “*Earthquake resistant construction techniques and materials on Byzantine monuments in Kiev*”, Soil Dyn. Earthquake Engng, **19**, 603-615, **2000**
- [8] Moropoulou, A., Bakolas, A., Bisbikou, K., “*Physico-chemical adhesion and cohesion bonds in joint mortars imparting durability to the historic structures*”, Constr. Build. Mat **14**, 35-46, **1999**
- [9] Uva G., “*A constitutive model with damage and friction for masonry structures: theoretical and numerical aspects*”, Proc. Monument –98, **1998**