

INTERPRETAZIONE DEL LIMITE DI FATICA DEI MATERIALI BASATA SULLA MICROMECCANICA

B. Atzori*, P. Lazzarin°, G. Meneghetti*

**Dipartimento di Ingegneria Meccanica - Università di Padova-
via Venezia, 1-35131 Padova*

*°Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali – Università di Padova
Stradella S. Nicola, 3-36100 Vicenza*

ABSTRACT

Fatigue limits for cracks and notches are usually estimated either according to linear elastic fracture mechanics or classic notch analysis, respectively. The two approaches make it possible to estimate the threshold nominal stresses, which differ from case to case due to the wide variety of geometries and loads to be considered. In this work, basing on a micromechanics point of view, it is postulated that the material state at the fatigue limit near to the crack initiation point is always the same, independently from the geometry and the applied load. In particular the fatigue limit condition for both smooth and severely notched specimens represents the border between non-propagation and propagation of micro-cracks nucleated at some critical point, the size of which is a material parameter. The driving force for micro-crack propagation is given by a local “nominal” stress, which is always equal, at the notch fatigue limit, to the plain fatigue limit. A comparison between theoretical predictions and experimental results demonstrates the applicability and the degree of accuracy of the proposed approach.

SOMMARIO

I limiti di fatica per componenti criccati e intagliati sono solitamente stimati rispettivamente in base alla Meccanica della Frattura Lineare Elastica e alla teoria della Meccanica dell’Intaglio Classica. Il risultato del calcolo è in entrambi i casi il valore del limite di fatica in termini di tensione nominale, che di conseguenza varia da caso a caso a seconda della geometria e della condizione di carico che si considerano per un dato materiale. In questo lavoro viene formulata l’ipotesi che il materiale sperimenti localmente sempre la stessa condizione in corrispondenza del limite di fatica, indipendentemente dalla geometria e dalla condizione di carico. In particolare il limite di fatica sia di provini lisci che intagliati rappresenta, a livello micromeccanico, la soglia per la propagazione di micro-cricche nucleate nel punto critico, la dimensione delle quali dipende dal materiale. È possibile pertanto definire una tensione nominale, calcolata in base al campo di tensione locale, a cui sono soggette tali micro-cricche e che, al limite di fatica, è sempre uguale al limite di fatica del materiale base. Nel lavoro viene verificata l’applicabilità dell’approccio proposto mediante un confronto con risultati sperimentali riportati in letteratura.

INTRODUZIONE

E' noto da tempo un modello macroscopico, basato sul comportamento sperimentale a fatica di provette lisce o di provette contenenti difetti ed intagli, che consente di correlare i valori del limite di fatica in presenza di cricca con quello del materiale base mediante l'introduzione di una lunghezza caratteristica a_0 , spesso chiamata "cricca intrinseca" [1]. Recentemente tale approccio è stato esteso al caso di intagli di fissata acutezza $\zeta=a/\rho$ (essendo a la profondità dell'intaglio e ρ il raggio di fondo) [2]. Tale estensione è stata anche verificata sulla base di un rilevante numero di risultati sperimentali relativi a geometrie e materiali diversi, con la proposta di un diagramma universale capace di rappresentare in maniera sintetica la variazione del limite di fatica al variare della scala del componente considerato [3].

Dal punto di vista micromeccanico, d'altro canto, è stato evidenziato da tempo come, in determinate condizioni, si formino nel componente delle microcricche che, al proseguire della applicazione del carico di fatica, cessano di propagarsi (in genere chiamate "cricche che non si propagano") [4, 5]. E' stato anche evidenziato come la formazione di cricche al di sotto del limite di fatica sia giustificabile con il superamento delle condizioni critiche a livello microscopico, su piani di minor resistenza legati all'orientamento dei grani [6].

Benché diversi autori abbiano evidenziato come, per un certo materiale, la dimensione delle cricche non propaganti sembri essere prossima a quella della lunghezza critica a_0 per lo stesso materiale [7], non è stato ancora dimostrato che a_0 sia legata alla lunghezza tipica della cricca che non si propaga per un certo materiale, né che tale lunghezza resti costante al variare dell'acutezza dell'intaglio.

Scopo del presente lavoro è dimostrare che, nell'assunzione che a_0 sia una cricca passante equivalente di dimensioni statisticamente legate alla lunghezza delle cricche che non si propagano in un dato materiale e che tale lunghezza resti costante al variare della acutezza dell'intaglio, l'approccio micromeccanico consente di ritrovare i risultati previsti con un approccio macromeccanico, consentendo di chiarire diversi aspetti di quest'ultimo.

APPROCCIO MACROMECCANICO

La variazione del limite di fatica al variare della scala del componente considerato può essere facilmente stimata nel caso di una cricca sollecitata ad apertura una volta noto il valore di soglia del fattore di intensificazione delle tensioni ΔK_{th} . Questo approccio può essere esteso anche al caso di intagli acuti, con indice di acutezza $\zeta=a/\rho$ (essendo a la profondità dell'intaglio e ρ il raggio di fondo intaglio) [2]. Tali intagli hanno un coefficiente di concentrazione delle tensioni K_t finito ma la tensione di picco in campo elastico valutata sull'apice dell'intaglio non risulta significativa per la determinazione del limite di fatica.

È ben noto infatti che diminuendo il raggio di fondo intaglio, a parità di profondità dell'intaglio stesso, al di sotto di un certo valore del raggio il limite di fatica dei provini rimane costante, nonostante l'aumento del fattore di concentrazione delle sollecitazioni K_t , e l'intaglio si comporta come una cricca di uguale profondità [8].

Recentemente Atzori e Lazzarin [2] hanno esteso il diagramma di Kitagawa [9], valido per le cricche, agli intagli di diversa acutezza proponendo un diagramma per l'analisi

della resistenza a fatica comune agli intagli, agli intagli acuti, alle cricche e ai difetti (fig.1). Si possono così individuare schematicamente tre zone di comportamento a fatica distinte da due parametri caratteristici a_0 e a^* , essendo a_0 il parametro del materiale definito da El-Haddad [1] e a^* una particolare profondità di intaglio in corrispondenza dell'intersezione tra le curve ΔK_{th} e $\Delta\sigma_0/K_t$, essendo $\Delta\sigma_0$ il limite di fatica del materiale base. Il diagramma così come proposto si riferisce a cricche e intagli centrali su piastra infinita e correla in particolare l'approccio della Meccanica Classica con quello della Meccanica della Frattura Lineare Elastica.

Appare evidente che, sia nel caso di cricche che nel caso di intagli centrali su piastra infinita, risulta necessaria l'introduzione di una grandezza caratteristica a_0 per raccordare il comportamento in presenza di cricca con il comportamento del materiale base. La espressione originale di Irwin della variazione del fattore di intensificazione delle tensioni $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ è stata modificata a questo scopo da El Haddad et al. [1] nella forma

$$\Delta K = \Delta\sigma_g \sqrt{\pi(a + a_0)} \quad (1)$$

La trattazione può essere estesa anche al caso di intagli di acutezza ζ su componenti generici [3]. In tal caso il fattore di intensificazione delle tensioni assume la forma

$$\Delta K = \Delta\sigma_g \sqrt{\pi(\alpha^2 a + a_0)} \quad (2)$$

che consente di tracciare il diagramma universale riportato in fig. 2, capace di evidenziare l'effetto scala sul valore del limite di fatica in maniera del tutto generale, restando riassunte l'influenza della geometria nel coefficiente α e l'influenza del materiale nella lunghezza caratteristica a_0 . Il fattore di forma α può essere espresso nella forma:

$$\alpha = \beta_g \cdot \beta_b \cdot \beta_\sigma$$

in cui β_g tiene conto della lunghezza della cricca rispetto alla larghezza della piastra, β_b differisce per cricche centrali e laterali e, infine, β_σ tiene conto del campo di tensione non uniforme in cui la cricca si propaga. L'andamento previsto dall'eq. (2) è risultato essere verificato molto bene dai risultati sperimentali [3] come chiaramente illustrato nella stessa fig. 2. I dati relativi ai punti sperimentali di fig. 2 sono riportati nella ref. [3].

APPROCCIO MICROMECCANICO

È già stato evidenziato da Miller [5] che, da un punto di vista rigoroso, nella maggior parte dei casi di interesse ingegneristico il periodo di innesco dovrebbe essere considerato nullo e il problema della valutazione del limite di fatica dovrebbe essere quello della determinazione della soglia di propagazione di una cricca già innescata, indipendentemente dalla sua lunghezza.

L'approccio qui esposto si basa sui seguenti risultati sperimentali reperibili in letteratura:

- 1) per effetto dello stato tensionale locale in relazione ai piani di minima resistenza cristallina legati all'orientamento dei grani, si possono manifestare delle microcricche nel materiale sottoposto a carichi di fatica [6];
- 2) lo sviluppo di tali microcricche si arresta, una volta raggiunta la dimensione massima, se la sollecitazione che tende a farle propagare è inferiore al limite di fatica

del materiale base. mentre prosegue (assumendo le caratteristiche di propagazione macroscopica) se la sollecitazione è superiore a tale limite di fatica [4,5,6];

3) la lunghezza di tali microcricche è legata alle dimensioni del grano cristallino [6];

4) la dimensione caratteristica a_o è correlabile con le dimensioni del grano cristallino [10].

Sulla base delle precedenti evidenze sperimentali sembra fondato poter fare le seguenti assunzioni:

1) la dimensione caratteristica a_o può essere considerata come una cricca passante equivalente di lunghezza statisticamente correlabile con la lunghezza delle cricche che si formano a livello microscopico, sulla base della dimensione e dell'orientamento dei grani cristallini;

2) il valore della dimensione caratteristica a_o dipende solo dal materiale e non dalla configurazione geometrica del componente considerato.

Ricordando la distribuzione caratteristica delle tensioni intorno all'apice di un crack-like notch su piastra infinita, riportata in fig. 3 [3], le precedenti ipotesi consentono di interpretare in maniera molto semplice ciò che succede quando ad un provino intagliato sia applicata una tensione nominale pari al limite di fatica $\Delta\sigma_{gth}$. A tale scopo si consideri il provino sollecitato a fatica e riportato in fig. 4. Sia $\Delta\sigma_g$ la tensione nominale lorda applicata al provino e $\Delta\sigma_{gloc}$ la tensione locale lorda che il campo tensionale dovuto all'intaglio genera sulla cricca in esso immersa. Con il sistema di riferimento indicato in fig. 4, il fattore di intensificazione delle tensioni in presenza di una cricca centrale di lunghezza $2\cdot a_o$ su piastra infinita assume l'espressione

$$K_{I\text{ liscio}} = \sigma_g \sqrt{\pi a_o} \quad (3)$$

nel caso di un provino liscio con tensione nominale lorda σ_g e

$$K_{I\text{ intagliato}} = \beta_b \frac{2}{\pi} \int_0^{a_{os}} \frac{\sigma_{yy}(x)}{\sqrt{a_{os}^2 - x^2}} dx \sqrt{\pi a_{os}} \equiv \sigma_{gloc} \sqrt{\pi a_o} \quad (4)$$

nel caso di provino intagliato, con tensione nominale lorda σ_g , essendo σ_{yy} la tensione lungo la bisettrice dell'intaglio calcolata in assenza di cricca e a_{os} pari a a_o/β_b^2 (almeno finchè $\beta_b=1$). L'espressione deriva dall'applicazione del principio di sovrapposizione di Bueckner [11], dopo aver troncato al primo termine lo sviluppo in serie relativo al caso di una cricca innescata da un bordo libero.

Per valutare i campi di tensione presenti nel caso di intagli possono essere utilizzate le relazioni riportate in [12-13], valide sia nel caso di intagli a V con angolo di apertura variabile, sia nel caso di intagli ellittici e circolari in piastre di larghezza finita.

Si consideri ora l'evolversi dello stato tensionale al procedere del carico di fatica quando venga applicata alla provetta una tensione nominale lorda $\Delta\sigma_{gth}$ pari al limite di fatica. Ne consegue la nascita di microcricche che si svilupperanno sino ad un valore massimo. In tali condizioni si avrà arresto della propagazione se l'apporto energetico dovuto al carico di fatica è inferiore a quello necessario per la propagazione di una macrocricca o la propagazione proseguirà, con caratteristiche diverse, se l'apporto energetico è superiore. Di conseguenza la tensione locale lorda data dall'eq. (4) determina se una micro-cricca innescata propagherà, diventando una macro-cricca, o meno, cioè definisce la condizione di limite di fatica da un punto di vista micromeccanico. In base all'ipotesi proposta il materiale si trova localmente sempre nelle stesse condizioni in corrispondenza del limite di fatica sia per un provino liscio

che per un provino intagliato. In particolare il limite di fatica interpretato dal punto di vista micromeccanico rappresenta la soglia per la propagazione di una cricca passante equivalente su piastra infinita, la cui dimensione è $2a_0$. Tale situazione locale, dovuta ad una situazione globale variabile da caso a caso, appare però all'esterno come attribuibile allo stato tensionale globale conseguente ad una cricca centrale equivalente su piastra infinita di lunghezza $a_{eq} = (\alpha^2 \cdot a + a_0)$, come si evince direttamente dall'eq. (2) che rappresenta il punto di vista macromeccanico.

Per verificare la correttezza di quanto esposto, i dati sperimentali già precedentemente utilizzati in fig. 2 sono stati elaborati in accordo alle formule esposte. E' stato calcolato,

mediante le formule riportate, il valore del rapporto $\frac{\sigma_{g\ loc}}{\sigma_g}$ relativo a ciascun caso

esaminato. I valori sperimentali del limite di fatica dei provini intagliati, moltiplicati per tale rapporto, hanno fornito la $\Delta\sigma_{g\ loc\ th}$ realmente agente sulla cricca di lunghezza a_0 nei diversi casi. Tale valore è stato confrontato con il valore teorico, pari al limite di fatica del materiale base in assenza di intagli. A tale scopo è stato calcolato per ciascun caso esaminato il valore dell'errore percentuale, definito come:

$$e\% = \frac{\Delta\sigma_{g\ loc\ th} - \Delta\sigma_o}{\Delta\sigma_{g\ loc\ th}} \quad (5)$$

I valori ottenuti, riportati in fig. 5, mostrano che l'errore risulta in genere compreso tra $\pm 20\%$. Tenendo pertanto conto della varietà di casi considerati si può affermare che le ipotesi fatte risultano confermate dalla realtà sperimentale. È interessante notare che l'errore delle previsioni è analogo a quello documentato da Taylor e Wang [14] utilizzando il metodo di punto.

ESTENSIONE AGLI INTAGLI APERTI

Nel caso di intagli acuti con angolo di apertura β generico le espressioni del campo di tensione vengono modificate in quanto l'esponente 0,5 assume un diverso valore γ dipendente dall'angolo di apertura [15]. In accordo alle ipotesi precedentemente esposte tale campo dovrà essere tale da generare anche in questo caso una tensione locale lorda $\Delta\sigma_{g\ loc\ th}$, in corrispondenza delle cricche corte sviluppatesi all'apice di tali intagli, pari al limite di fatica $\Delta\sigma_o$ del materiale base. Poiché un'analisi dell'eq. (4) dimostra che per ottenere lo stesso fattore di intensificazione delle sollecitazioni all'apice della cricca equivalente di dimensione a_0 la tensione nominale lorda σ_g deve aumentare all'aumentare dell'angolo di apertura dell'intaglio β , il limite di fatica di intagli a V acuti varierà come rappresentato in fig. 6: quanto maggiore è l'angolo di apertura dell'intaglio tanto maggiore sarà il limite di fatica in termini di tensione nominale lorda.

CONCLUSIONI

È stato presentato un approccio micromeccanico per interpretare in modo semplice il limite di fatica di diversi materiali contenenti sia cricche che intagli. L'approccio proposto porta a previsioni in accordo con i dati sperimentali, anche se è basato su ipotesi non ancora del tutto supportate dall'evidenza sperimentale.

Secondo quanto trovato, il limite di fatica sarebbe sempre e soltanto una caratteristica del materiale, dipendente da ciò che il materiale sperimenta a livello di grano. I fattori geometrici (incluse cricche ed intagli) intervengono solo in quanto capaci di modificare la relazione tra carichi esterni applicati e stato tensionale locale a cui il materiale è sottoposto nelle zone di possibile innesco cricca.

Ancora risulta da quanto trovato che i limiti derivanti dal criterio classico ($\Delta\sigma_0$) e dalla meccanica della frattura (ΔK_{th}) non sono diversi né tantomeno in contrasto tra loro ma possono essere entrambi ricondotti alla applicazione locale di un criterio di propagazione.

BIBLIOGRAFIA

1. El Haddad M.H., Topper T.H., Smith K.N., “*Prediction of Non-Propagating Cracks*”, Engineering Fracture Mechanics, 1979, **11**, 573-584.
2. Atzori B., Lazzarin P., “*Notch sensitivity and defect sensitivity under fatigue loading: two sides of the same medal*”, Int. J Fracture, 2001, **107**, L3-L8.
3. Atzori B., Lazzarin P., Meneghetti G., “*Fracture mechanics and notch sensitivity*”, sottoposto ad accettazione su Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures.
4. Frost N.E., Marsh K.J., Pook L.P., “*Metal Fatigue*”, Oxford University Press, Oxford, 1974.
5. Miller K.J., *The three Thresholds for Fatigue Cracks*, Fatigue and Fracture Mechanics: 27th Volume, ASTM STP 1296, R. S. Piascik, J.C. Newman and N. E. Dowling, Eds., American Society for Testing and Materials, 267-286.
6. Dang Van K., Sciences et Techniques de l’Armement, Memorial de l’Artillerie française, 3eme fascicule, 1973.
7. Yates J. R., Brown M.W., “*Prediction of the length of non-propagating fatigue cracks*”, Fatigue Fract. Engng Mater. Struct., 1987, **10**, 187-201.
8. Smith R.A., Miller K.J., “*Prediction of fatigue regimes in notched components*”, Int. J Mech. Sci., 1978, **20**, 201-206.
9. Kitagawa H., Takahashi S., “*Applicability of fracture mechanics to very small cracks in the early stage*”, Proceedings of the 2nd International Conference on Mechanical Behaviour of Materials, 1976, 627-631.
10. Usami S., “*Short crack fatigue properties and component life estimation*”, in Current Research on Fatigue Cracks, 1987, vol. I, 119-147.
11. Bueckner H. F., “*A novel principle for the computation of stress intensity factors*”, Z. Ange. Meth. Mech., 1970, **50**, 529-546.
12. Filippi S., Lazzarin P., “*Distribuzioni approssimate della tensione principale massima in piastre di larghezza finita con intagli circolari ed ellittici*”, Atti XXVIII Convegno AIAS, 1999, 103-112.
13. Filippi S., Lazzarin P., “*Nuove funzioni a potenziale complesso per il calcolo del campo di tensione in prossimità di intagli di diverso tipo*”, Atti XV Convegno IGF, 2000, 217-225.
14. Taylor D., Wang G., “*The validation of some methods of notch fatigue analysis*”, Fatigue Fract. Engng Mater. Struct., 2000, **23**, 387-394.
15. Williams M.L., “*Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension*”, J Appl. Mech., 1952, **19**, 526-528.

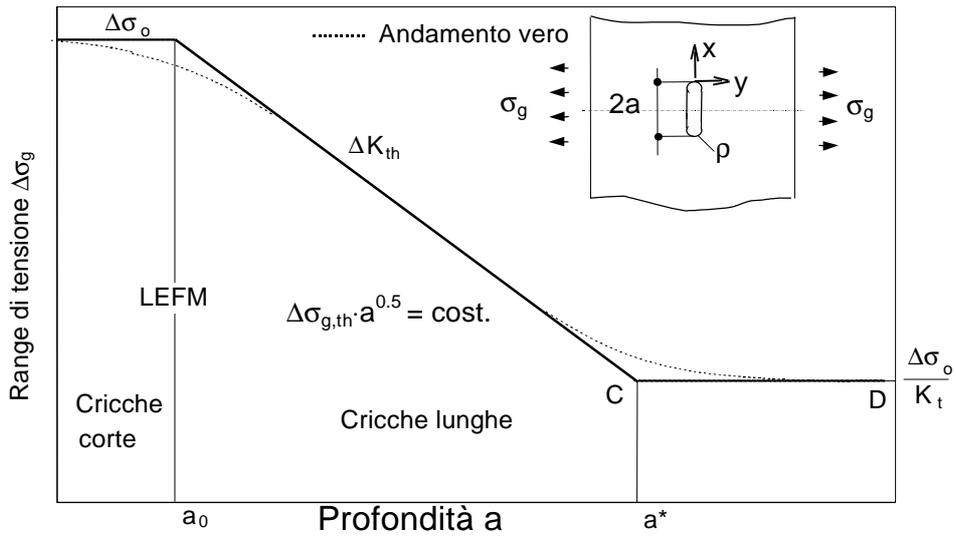


Figura 1: Comportamento a fatica di un intaglio o di una cricca (scale logaritmiche).

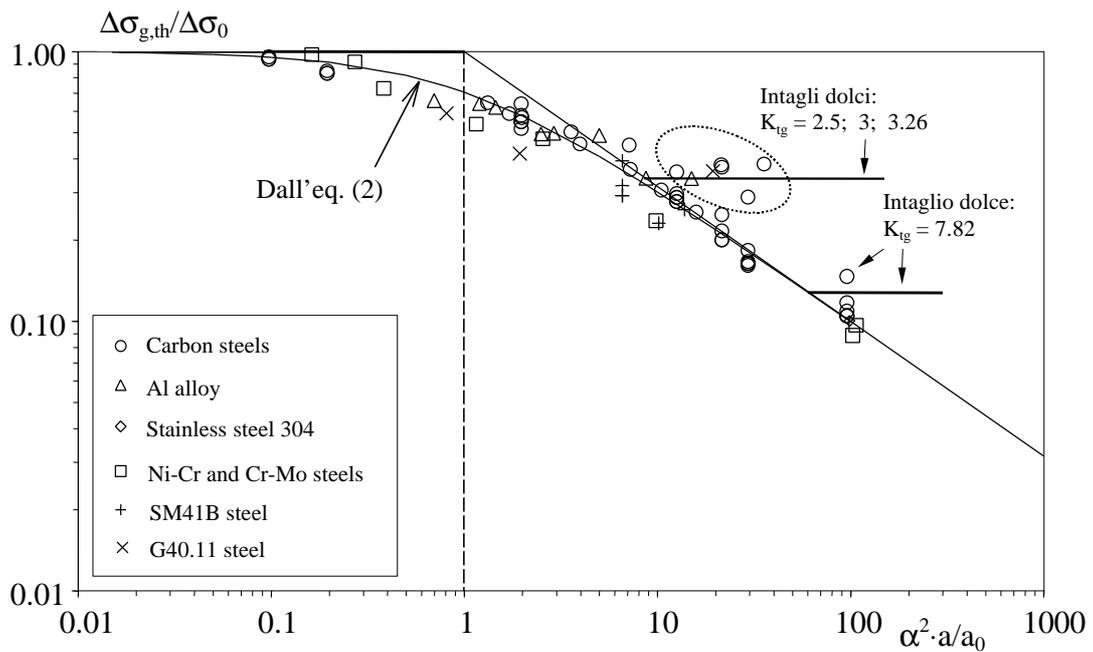


Figura 2: resistenza a fatica di provini contenenti difetti e intagli [3]. Il fattore di forma α è stato calcolato numericamente sostituendo l'intaglio effettivo con una cricca di uguale profondità.

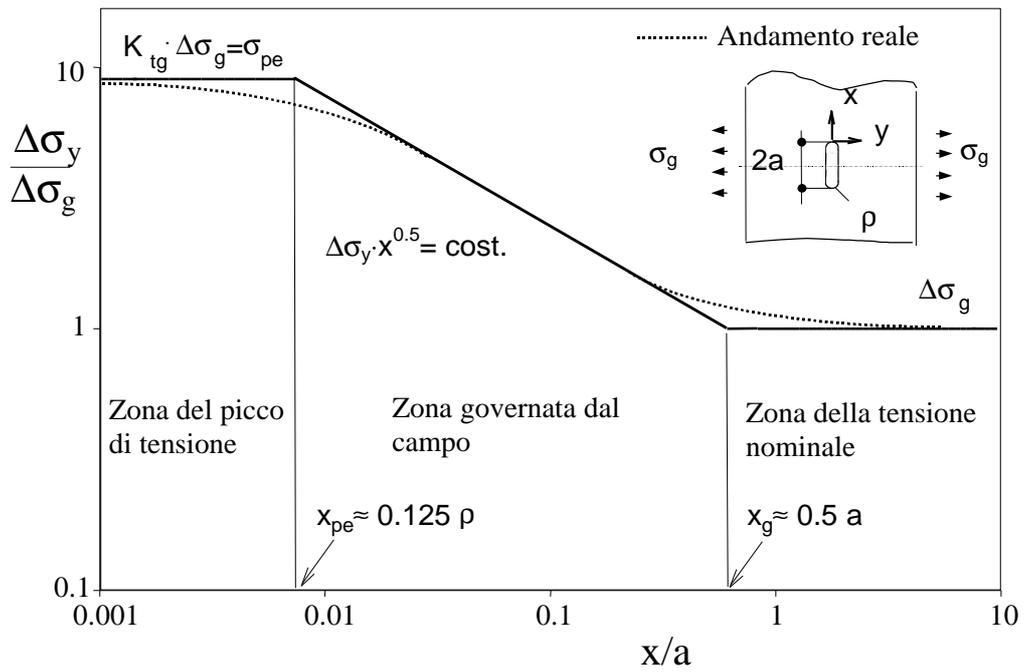


Figura 3: Tipica distribuzione del campo di tensione per un intaglio a U in una piastra infinita.

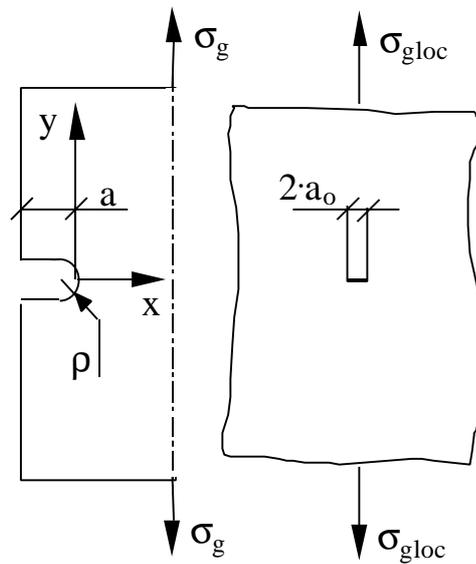


Figura 4: definizione del campo di tensione equivalente (σ_{gloc}) al limite di fatica.

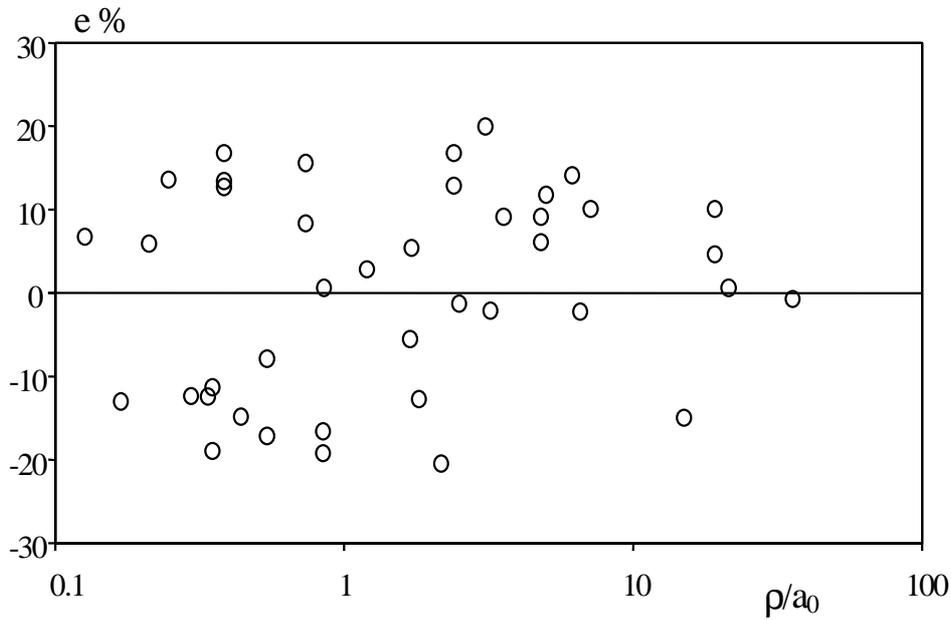


Figura 5: errori nella stima del limite di fatica (risultati sperimentali già utilizzati in fig. 2).

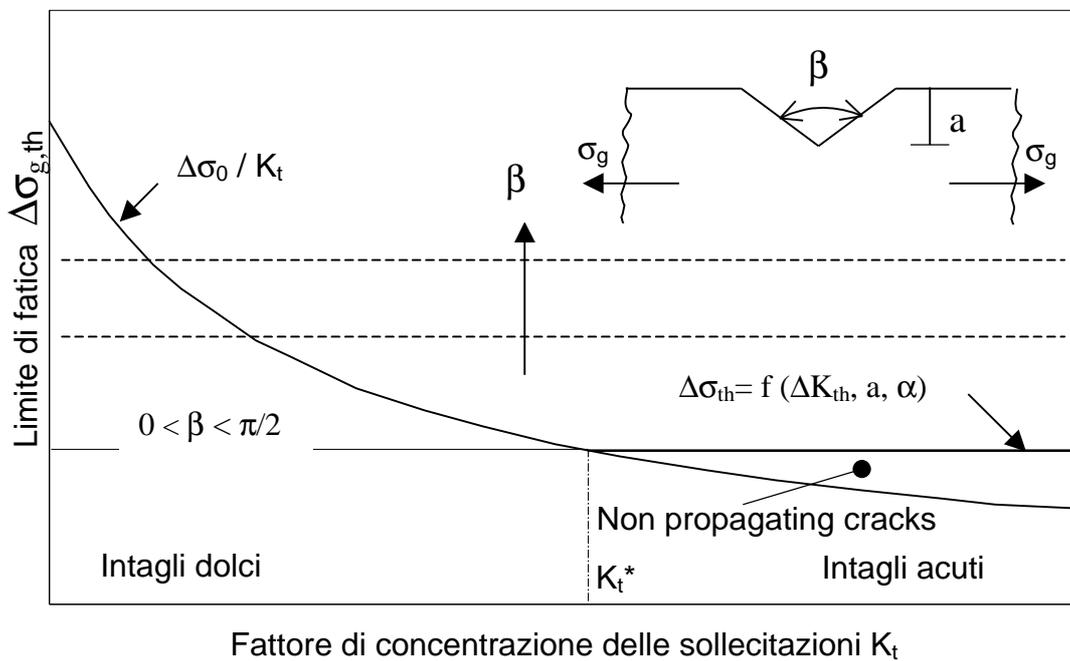


Figura 6: limite di fatica in termini di range di tensione nominale per intagli acuti a V con profondità "a" costante e angolo di apertura β variabile.