

UN MODELLO DI PLASTICITA' CICLICA PER SIMULARE LA PROPAGAZIONE A FATICA DI FRATTURE

S. Beretta¹, M. Carboni¹, F. Lombardo²

¹*Dipartimento di Meccanica - Politecnico di Milano - Via La Masa 34, 20158 Milano*

²*Lucchini Sidermeccanica Spa - Via G. Paglia 24, 24065 Lovere (BG)*

ABSTRACT

Analysis of defects and crack propagation in structural materials has an important role in life prediction of components. Particularly, the crack closure phenomenon, due to the plastic wake on the crack surface, is proven to have an important influence in fatigue crack propagation and different analytical and semi-analytical models have been developed to describe it. Between them, the “Strip Yield” models, firstly developed by Newman, analyse the crack tip displacement cycle, by means of the original Dugdale model and the crack propagation is simulated with an element-discretisation of the elastic-plastic region around the crack. These elements break during crack growth forming the “plastic wake” on the crack surface.

In this work it's presented the implementation of a SY model based on the proposal by Newman and optimised about the parameters concerning the discretisation in elements of the system. Moreover, some problematics not included in the original proposal are added: the “lumping” of the elements and the introduction of the “weight functions”. Every of the analysed effects has been subjected to calibration and benchmarking by existing models in order to evaluate the functionality of the implemented SY model.

SOMMARIO

Lo studio della propagazione di difetti e fratture in materiali e strutturali riveste un ruolo fondamentale nella valutazione della vita di componenti meccanici. Uno dei meccanismi più importanti per la previsione di vita a fatica è la “closure, determinabile sperimentalmente tramite modelli analitici e semi-analitici. Tra questi ultimi i più importanti sono i modelli Strip Yield, proposti da Newman, nei quali il ciclo di apertura e chiusura all'apice di una frattura viene analizzato mediante il modello di Dugdale e la propagazione viene simulata grazie alla discretizzazione della regione elasto-plastica intorno alla cricca con elementi che si spezzano durante l'accrescimento del difetto.

In questo lavoro viene presentata l'implementazione di un modello SY basato sull'impostazione originale di Newman e ottimizzato per essere più efficiente nella discretizzazione del problema. Vengono anche apportate modifiche sostanziali al modello con l'introduzione del “lumping” degli elementi e l'inserimento delle “weight function” nell'algoritmo di calcolo. Ognuno degli aspetti affrontati è stato oggetto di test di calibrazione e benchmarking attraverso modelli esistenti per valutare la funzionalità del modello SY implementato.

INTRODUZIONE

Numerosi studi [1-4] dimostrano come il rapporto di ciclo R influenzi la propagazione di fratture in materiali duttili generando fenomeni di ritardo ed accelerazione dovuti all'applicazione di carichi sia ad ampiezza costante sia ad ampiezza variabile. Alla base di questo comportamento risiede il meccanismo della "plasticità induced crack closure" [1] ovvero la generazione di una regione plasticizzata davanti all'apice della cricca responsabile, durante la propagazione, della formazione di uno strato di materiale deformato plasticamente incollato alle superfici della cricca (Fig. 1). Ciò fa sì che lo sforzo di apertura della cricca S_{op} sia diverso da S_{min} : viene quindi definito un nuovo fattore di intensificazione degli sforzi ΔK_{eff} ($= K_{max} - K_{op}$), minore di ΔK ($= K_{max} - K_{min}$), e si dimostra [2] che diagrammando le curve di propagazione a diversi valori di R in termini di questo nuovo parametro, esse collassano in un'unica curva detta di "curva di propagazione effettiva" del materiale.

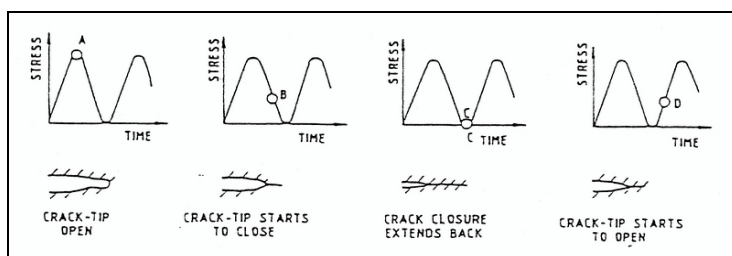


Figura 1: Il fenomeno della "plasticity induced crack closure"

L'approccio alla propagazione di fratture tramite crack closure si concretizza quindi nella determinazione del carico S_{op} mediante prove sperimentali, analisi FEM o modelli analitici. Questi ultimi possono essere poi utilizzati per la simulazione della propagazione in ottica di prevedere la vita di componenti strutturali. In questo caso, l'utilizzo di test sperimentali e analisi FEM diviene necessario per la determinazione della curva di propagazione effettiva di riferimento.

In particolare, negli ultimi anni, diversi modelli analitici di crack closure (usualmente denominati modelli "Strip Yield") sono stati sviluppati [5-11]. Tra questi, vengono ritenuti [3] più affidabili quelli di Budiansky e Hutchinson [6], di Fühling e Seeger [7] e di Newman [8]. I primi due consistono in studi teorici aventi il puro scopo di proporre soluzioni analitiche in forma chiusa per la trattazione analitica della closure. L'approccio di Newman, che propone un modello di discretizzazione più semplice, è sicuramente il più realizzabile. Esso ha trovato vasta applicazione in campo industriale (soprattutto aeronautico) ed è attualmente alla base del motore di calcolo di NASGRO [12], il software di simulazione della propagazione di cricche sviluppato principalmente dalla NASA. Inoltre, proprio per la sua semplicità, questo modello risulta essere uno tra i pochi in grado di simulare anche condizioni di carico variabile.

DESCRIZIONE DEL MODELLO SY

Viene di seguito illustrata l'implementazione di un modello Strip Yield basato su quello sviluppato da Newman e come questo sia stato in seguito ottimizzato al fine di poterne

allargare il campo di utilizzo ad un numero maggiore di applicazioni. Il modello originale di Newman [8] prevede lo studio di una piastra infinita, sottoposta a carico remoto uniforme S , contenente una cricca centrale di semilunghezza a . In particolare, la dimensione della zona plastica ρ viene determinata applicando la condizione di Dugdale [13] sul bilancio dei fattori di intensificazione degli sforzi dei due problemi elastici tipici di questo approccio (Fig. 2):

$$(K)_S + (K)_{\sigma_0} = 0 \quad (1)$$

La zona plastica viene poi discretizzata in elementi che si spezzano durante la propagazione e che, rimanendo deformati plasticamente, danno origine alla scia plastica. Il modello, inoltre, assume una caratterizzazione del materiale di tipo elastico-perfettamente plastico.

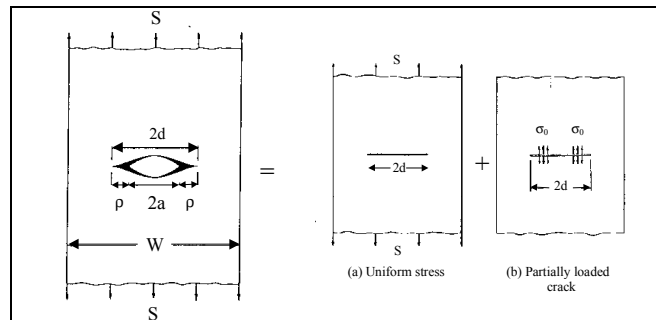


Figura 2: Il modello di Dugdale secondo Newman [8]

In Fig. 3-1 viene mostrato un esempio di ciclo di carico e scarico e la relativa configurazione degli elementi della zona plastica.

In condizioni di carico minimo, l'elemento rappresentato in Fig. 3-2 va in contatto quando la sua lunghezza L_j è maggiore dello spostamento (V_j) corrente del punto j . Quindi lo sforzo σ_j di compressione dell'elemento dovrà risultare tale da assicurare la condizione $V_j = L_j$.

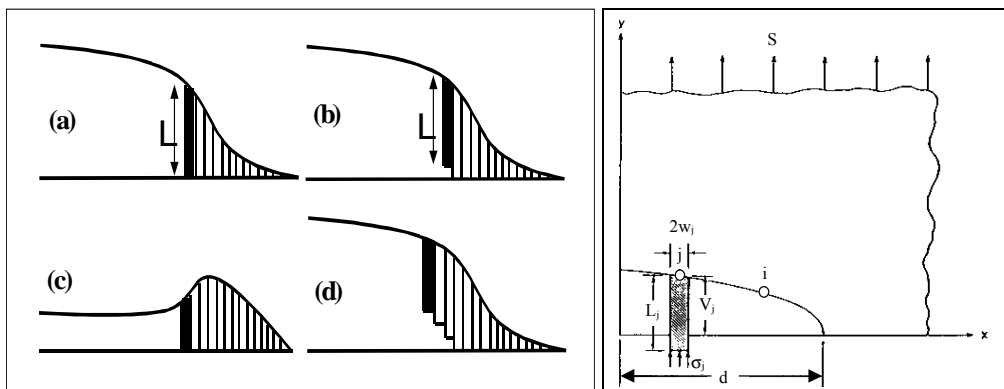


Figura 3: 1) Meccanismo fondamentale del modello analitico SY: (a) calcolo delle deformazioni plastiche in condizioni di carico massimo; (b) incremento di propagazione; (c) imposizione del carico minimo e calcolo degli sforzi di contatto; (d) sviluppo di scia plastica dopo alcuni passaggi; 2) Nomenclatura e definizioni del modello [8]

Lo spostamento di un generico punto i vale:

$$V_i = Sf(x_i) - \sum_{j=1}^n \sigma_j g(x_i, x_j) \quad (2)$$

dove n è il numero di elementi in cui è suddivisa la cricca fittizia, S lo sforzo remoto applicato, x la coordinata dell'elemento considerato. Il termine $Sf(x_i)$ rappresenta lo spostamento elastico del punto di coordinata x_i dovuto a carico remoto S e il termine $\sigma_j g(x_i, x_j)$ rappresenta lo spostamento in i dovuto allo sforzo di contatto presente in j . L'equazione (2) quindi rappresenta la sovrapposizione degli effetti per il fattore di intensificazione degli sforzi e per gli spostamenti delle superfici della cricca relative alle due configurazioni elastiche tipiche del modello di Dugdale. In letteratura [4, 8] sono disponibili numerose versioni di queste espressioni, tutte equivalenti anche se matematicamente differenti.

Introducendo la condizione di congruenza $V_j = L_j$ nella eq. (2), si ottiene la formulazione necessaria alla determinazione degli sforzi di contatto σ_j in condizioni di carico minimo:

$$Sf(x_i) - L_i = \sum_{j=1}^n \sigma_j g(x_i, x_j). \quad (3)$$

La risoluzione numerica del sistema delle eq. (3) è possibile attraverso il metodo di Gauss-Seidel aggiungendo i vincoli relativi allo snervamento degli elementi:

- elementi della scia plastica ($0 < x \leq a$): se $\sigma_j > 0$ allora $\sigma_j = 0$; se $\sigma_j < -\alpha_{pw}\sigma_0$ allora $\sigma_j = -\alpha_{pw}\sigma_0$
- elementi della zona plastica ($a < x < a + \rho$): se $\sigma_j > \alpha_c\sigma_0$ allora $\sigma_j = \alpha_c\sigma_0$; se $\sigma_j < -\alpha_c\sigma_0$ allora $\sigma_j = -\alpha_c\sigma_0$

Nei vincoli sopra descritti, si introduce il "constraint factor" α per elevare lo sforzo di scorrimento σ_0 : lo scorrimento effettivo è quindi $\alpha\sigma_0$ dove $\alpha = 1$ nel caso di *plane-stress*, $\alpha = 3$ invece in condizioni di *plane-strain*. E' necessario aggiungere che la formulazione originale di Newman prevede un singolo α per gli elementi snervano in trazione, mentre qui si considerano tre valori distinti (α_t , α_c e α_{pw}) per la trazione e la compressione delle regioni critiche della cricca. Questo parametro vuole quindi rappresentare l'influenza dello stato di sforzo sulla propagazione.

Una volta ottenuti gli sforzi di contatto al carico minimo S_{min} , è possibile ricavare S_{op} : infatti, per non avere contatto tra le superfici, il fattore di intensificazione degli sforzi dovuto ad un incremento di sforzo applicato ($S_{op}-S_{min}$) è posto uguale al fattore di intensificazione degli sforzi di contatto. Risolvendo per S_{op} si ottiene:

$$S_{op} = S_{min} - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{2\sigma_j}{\pi} [\sin^{-1} B_2 - \sin^{-1} B_1] \quad (4)$$

dove $B_k = \sin(\pi b_k/W) / \sin(\pi a_0/W)$ per $k = 1$ o 2 , $b_1 = x_j - w_j$, $b_2 = x_j + w_j$ e a_0 è la lunghezza di cricca corrente meno un valore Δc^* che rappresenta la larghezza dell' n -esimo elemento (quello appartenente alla scia plastica più vicino all'apice).

L'introduzione del parametro a_0 da parte di Newman [3] è dovuto alla necessità, una volta che l'impianto analitico è stato ben formulato, di confrontarsi con i problemi nu-

merici nascenti dall'applicazione del modello. La precisione dei risultati ottenuti è infatti fortemente influenzata dalle dimensioni degli elementi della scia plastica e della zona plastica giacenti nei pressi dell'apice della cricca (Fig. 4-1). Dovendo cercare un buon compromesso tra tempi di calcolo e qualità dei risultati, Newman ha introdotto il parametro a_0 non tenendo così conto dell'elemento della scia plastica più vicino all'apice per ottenere risultati più affidabili.

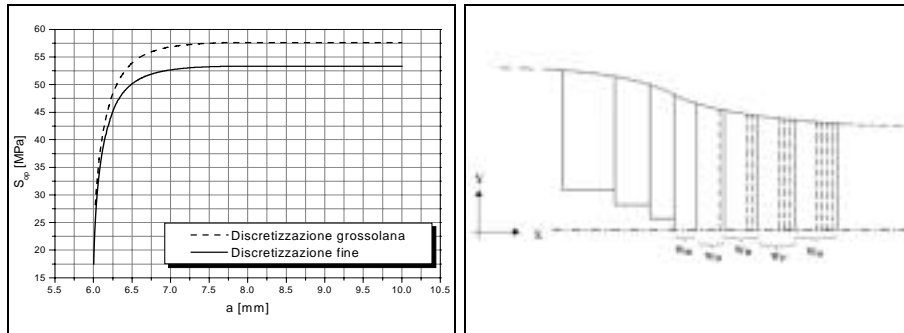


Figura 4: 1) Influenza della dimensione degli elementi sulla stima di S_{op} ($a = 10$ mm, $\sigma_0 = 240$ MPa, $W = 80$ mm, $R = 0.1$, $S_{max} = 100$ MPa e $\alpha_t = \alpha_c = 1$); 2) Ampiezze degli elementi della zona plastica

Nel modello sviluppato (di seguito denominata “FMSYS”), la zona plastica viene discretizzata addensando elementi più stretti all'apice di cricca secondo una progressione geometrica, così da ottenere un andamento degli sforzi più accurato là dove il gradiente risulta più elevato (Fig. 4-2).

L'output tipico di FMSYS ai carichi massimo e minimo applicati viene presentato in Fig. 5 in termini degli spostamenti delle superfici della cricca (crack opening displacement “COD”) e degli sforzi interni agli elementi. La Fig. 6 mostra invece i risultati del programma, per la stessa configurazione, in termini di andamento di S_{op} al variare di diversi parametri.

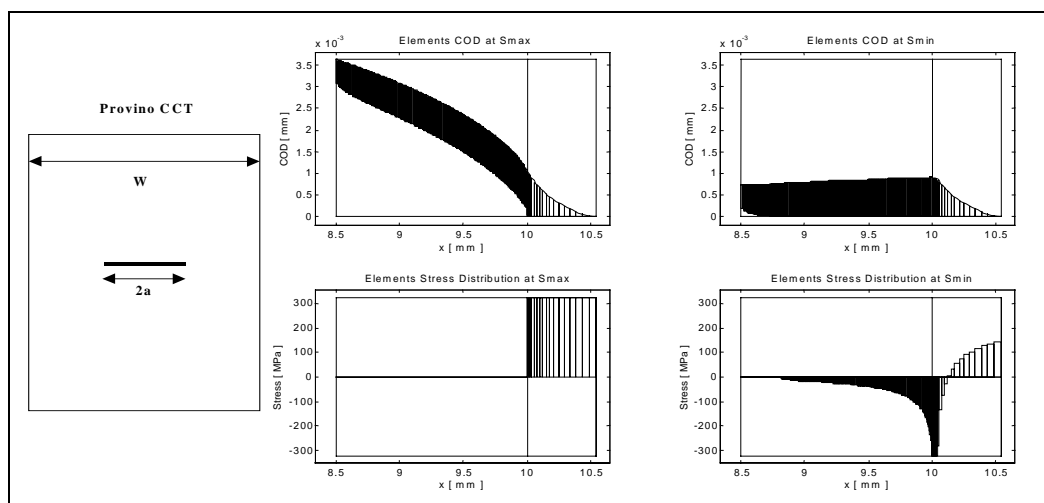


Figura 5: Output tipico a carico massimo e minimo di FMSYS ($a = 10$ mm, $\sigma_0 = 240$ MPa, $W = 80$ mm, spessore unitario, $R = 0.1$, $S_{max} = 64$ MPa e $\alpha_t = \alpha_c = 1$)

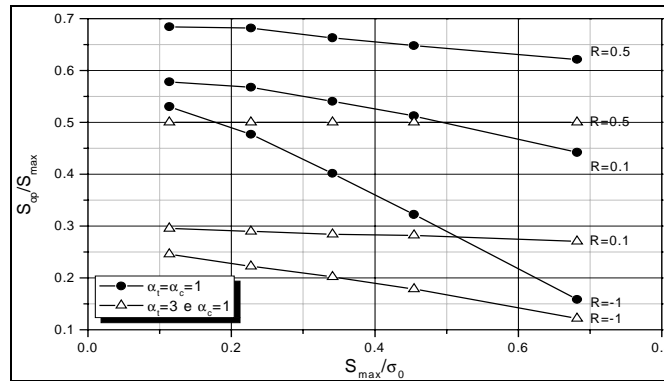


Figura 6: Andamento di S_{op} al variare di α , R , S_{max}

Il benchmarking di FMSYS è stato effettuato mediante confronto con i risultati ottenuti dal modello sviluppato da Skorupa et al. [14] e denominato YSModel ed anch'esso basato sul modello originale di Newman. Per effettuare il confronto è stato deciso di adottare una configurazione di analisi con $R = -1$ che rappresenta il rapporto di ciclo critico per i modelli SY in quanto prevede una forte componente di compressione agente sugli elementi. In Fig. 7 viene mostrato l'andamento del carico di apertura S_{op} per i due modelli.

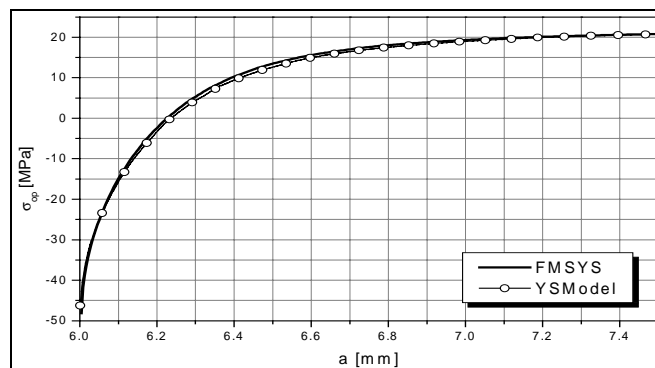


Figura 7: Confronto sul carico di apertura S_{op} generato dai due modelli SY considerati ($a = 7.5$ mm, $\sigma_0 = 240$ MPa, $W = 80$ mm, spessore unitario, $R = -1$, $S_{max} = 50$ MPa e $\alpha_t = \alpha_c = 1$)

Per diminuire i tempi di calcolo e rendere il codice più efficiente è stata introdotta una procedura di “lumping” degli elementi. Essa consiste in una ridefinizione degli elementi in modo da diminuirne il numero totale, andando a modificarne soltanto alcuni nella zona di cricca aperta. La procedura ridefinisce le larghezze degli elementi secondo una progressione geometrica; le lunghezze dei nuovi elementi vengono ricavate con una media pesata i cui i pesi corrispondono alle larghezze degli elementi da modificare. Questi nuovi elementi andranno così a sostituire gli elementi originari rendendo possibile un incremento della velocità di elaborazione anche di 10 volte nelle simulazioni da 10000 incrementi di propagazione.

La Fig. 8 mostra la stessa analisi di Fig. 5 dopo l'introduzione della procedura di lumping.

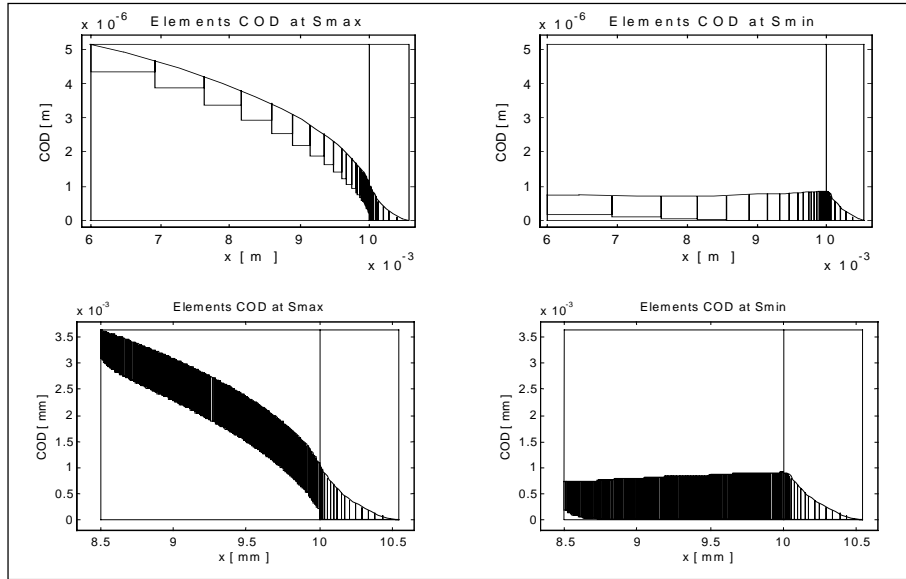


Figura 8: Confronto tra la versione originale e quella con il lumping degli elementi ($a = 10 \text{ mm}$, $\sigma_0 = 240 \text{ MPa}$, $W = 80 \text{ mm}$, $R = 0.1$, $S_{max} = 64 \text{ MPa}$ e $\alpha_t = \alpha_c = 1$)

INTRODUZIONE DELLE “WEIGHT FUNCTIONS”

Il modello SY descritto precedentemente è stato ulteriormente modificato introducendo le “weight function”: si è così realizzato un programma in grado di analizzare la propagazione in modo I di una cricca inserita in un elemento meccanico schematizzabile con una geometria generica 2D e sollecitata con un carico variabile lungo la cricca $S(x)$. Le “weight function” sono state utilizzate nel calcolo del SIF, della zona plastica all’apice della cricca e degli spostamenti del fronte della cricca. La loro espressione può essere ricavata per via analitica o attraverso simulazioni ad elementi finiti e comunque sono presenti in letteratura per varie geometrie del problema [15].

Consideriamo inizialmente lo spostamento V_i per una regione elastica lineare al punto x_i dovuta ad uno sforzo σ_i su un singolo elemento j e sia $E' = E$ per condizioni di *plane stress* ed $E' = E/(1-\nu^2)$ per *plane strain*. Lo spostamento V_i può essere scritto in funzione della “weight function” $m(x, \beta)$ e del fattore di intensificazione degli sforzi $K_I(\beta)$ come:

$$V_i(x_i) = -\frac{2}{E'} \int_{x_i}^d m(x_i, \beta) K_I(\beta) d\beta \quad (5)$$

dove β è una lunghezza di cricca fittizia.

Il fattore di intensificazione degli sforzi è a sua volta funzione della “weight function” e del carico di trazione applicato sulla superficie della cricca $T(x)$ secondo questa relazione:

$$K(\beta) = 2 \cdot \int_0^a T(x) \cdot m(x, \beta) dx. \quad (6)$$

Sostituendo l'equazione (6) nella (5) si ottengono le equazioni degli spostamenti che possono essere generalmente scritte come:

$$V_i(x_i) = -\sigma_j \cdot g(x_i, x_j) \quad (7)$$

dove V_i è lo spostamento nel punto di coordinata x_i dovuto allo sforzo σ_j applicato sull'elemento j -esimo.

Lo spostamento totale nel punto di coordinata x_i , dovuto a tutti gli elementi sollecitati, è dato da:

$$V_i = -\sum_{j=1}^n \sigma_j g(x_i, x_j) \quad (8)$$

dove n è il numero di elementi in cui è stata discretizzata la cricca.

Infine, viene considerato il contributo allo spostamento dovuto alla sollecitazione remota dato da:

$$V_i(x_i) = \frac{4}{E} \int_{x_i}^d \int_0^\beta m(x_i, \beta) \cdot S(x) \cdot m(\xi, \beta) d\xi d\beta \quad (9)$$

Questa equazione può essere generalmente scritta come:

$$V_i = f(x_i, S) \quad (10)$$

Lo spostamento totale è dato quindi da:

$$V_i = f(x_i, S) - \sum_{j=1}^n \sigma_j g(x_i, x_j). \quad (11)$$

Si noti l'analogia con il modello originario di Newman (eq. (2)), con la differenza che ora le funzioni f e g sono ottenute usando le "weight functions".

La lunghezza della zona plastica è ottenuta ancora usando l'ipotesi di Dugdale, ma in questo caso essa è determinata risolvendo rispetto a $d = a + \rho$ la seguente equazione:

$$\int_0^d S(x) m(x, d) dx - \int_a^d \alpha \sigma_0 m(x, d) dx = 0. \quad (12)$$

La lunghezza dell'elemento i -esimo della zona plastica al carico massimo si ottiene tramite dalla seguente relazione:

$$L_i = f(x_i, S_{\max}) - \sum_{j=1}^{n_p} \alpha \sigma_0 g(x_i, x_j) \quad (13)$$

dove n_p è il numero di elementi con cui si è discretizzata la zona plastica ρ : si noti come anche in questo caso ci si è ricondotti ad una formula identica al modello originario di Newman.

Inserendo nel codice una "weight function" relativa al provino CCT [15]:

$$m(x, a) = \frac{1}{2} \frac{2.828427}{\sqrt{2 \cdot \pi(a-x)}} \left(1 / \sqrt{1 + \frac{x}{a}} \right) \quad (14)$$

si è potuto effettuare un confronto con il modello originario di Newman. I risultati delle simulazioni, eseguite a diversi valori di R , hanno mostrato un ottimo comportamento di questo modello con errore massimo del 5% nella determinazione del S_{op} , errore dovuto alla procedura numerica di integrazione delle weight function.

INDAGINE SUL CONSTRAINT FACTOR α

Si è detto precedentemente come i modelli “Strip Yield” riescano a tenere in conto dello stato di sollecitazione all’apice della cricca attraverso l’introduzione del “constraint factor” α . L’esistenza del parametro α rappresenta il vantaggio principale dell’applicazione dei modelli SY, ovvero la possibilità di descrivere le propagazioni 3D mediante geometrie 2D, semplificando così la trattazione analitica del problema. La presenza di questo coefficiente ne rappresenta però anche lo svantaggio fondamentale: la calibrazione di α , necessaria per effettuare simulazioni corrette, avviene solitamente mediante sperimentazione o analisi ad elementi finiti ed il parametro stesso risulta diverso da materiale a materiale rendendo il modello SY non completamente autonomo. L’introduzione delle weight function nel modello di calcolo rende quindi possibile analizzare configurazioni di prova diverse dal provino CCT e di valutarne anche in questo caso l’influenza del constraint factor. In particolare, il modello prevede l’introduzione di uno specifico valore di α per le 3 zone di materiale nella zona di processo: α_t e α_c per gli elementi costituenti la zona plastica all’apice della cricca (rispettivamente per carichi di trazione e di compressione) ed α_{pw} per lo snervamento a sola compressione gli elementi costituenti la scia plastica formatasi durante la propagazione. Come esempio, in Fig. 9 viene mostrato l’andamento di S_{op} per simulazioni condotte sul materiale Fe430 in due configurazioni di prova (introducendo le WF relative a provini CCT e CT) e per diversi valori di R e del constraint factor. I parametri utilizzati nelle simulazioni sono quelli utilizzati da Newman nel suo modello originale ($\alpha_t = 2,5$ e $\alpha_c = \alpha_{pw} = 1$) e quelli suggeriti dagli sviluppatori di NASGRO ($\alpha_t = \alpha_c = 2,5$ e $\alpha_{pw} = 1/\alpha_t$) [16]

Si può notare come per valori del rapporto di ciclo $R > 0$ l’influenza di α sull’andamento di S_{op} sia minima per entrambe le tipologie di prove. La situazione è radicalmente diversa per rapporti di ciclo R negativi: le curve dell’andamento di S_{op} mostrano una notevole differenza al variare del constraint factor. Questo effetto è accentuato nelle simulazioni dei provini CCT dove sono soltanto gli sforzi di contatto sulla scia plastica, e non la deformazione flessionale come nel CT, a sviluppare la closure. Ciò comporta che per una corretta calibrazione del parametro α da usare nel modello SY sia necessario eseguire prove sperimentali sul materiale con cicli di carico alternati e con provini tipo CCT.

CONCLUSIONI

E’ stata presentata l’implementazione di un modello SY per la simulazione della propagazione a fatica di fratture basato sull’impostazione proposta da Newman e ottimizzato per quanto riguarda i parametri inerenti la discretizzazione in elementi del sistema. Sono state inoltre affrontate problematiche non incluse nell’impostazione originale quali il

“lumping” degli elementi della scia plastica e l’introduzione delle “weight functions” che ha permesso di estendere il campo di applicazione del modello.

In ultima analisi è stata discussa l’influenza del “constraint factor” sulle simulazioni di propagazione e quindi l’importanza di una sua corretta determinazione attraverso prove sperimentali.

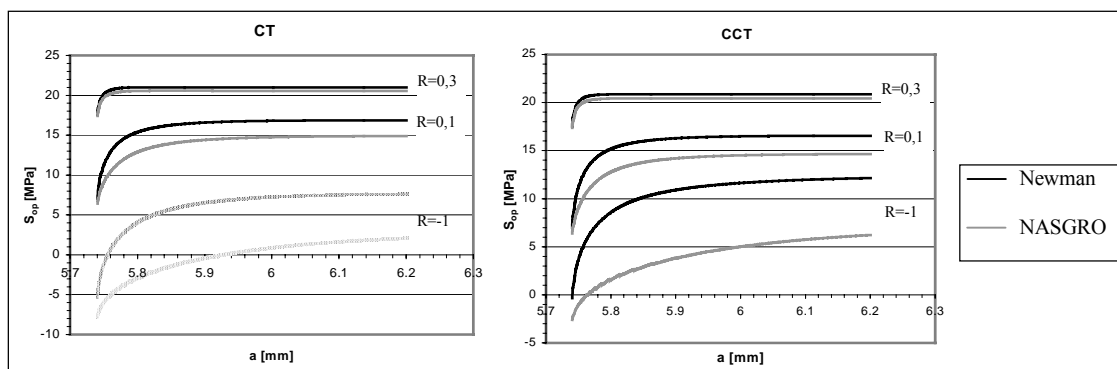


Figura 9 Confronto dell’andamento di S_{op} in funzione dei valori di α_b , α_c , α_{pw} e per diversi valori di R ($a = 5.74$ mm, $\sigma_0 = 240$ MPa, $W = 80$ mm, $S_{max} = 55$ MPa)

BIBLIOGRAFIA

- [1] Elber, W. (1970), “Fatigue crack closure under cyclic tension”, *Eng. Fract. Mech.* **2**.
- [2] Elber, W. (1971), “The significance of fatigue crack closure”, *ASTM STP* **486**.
- [3] Skorupa, M. (1999), “Load interaction effects during fatigue crack growth under variable amplitude loading – a literature review”, *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* **22**.
- [4] Anderson, T. L. (1995), “Fracture mechanics – Fundamentals and applications”, 2^a edizione, Ed. CRC, Boca Raton.
- [5] Dill, H. D., Saff, C. R. (1976), “Spectrum crack growth prediction method based on crack surface displacement and contact analyses”, *ASTM STP* **595**.
- [6] Budiansky, B., Hutchinson, J. W. (1978), “Analysis of closure in fatigue crack growth”, *J. Appl. Mech.* **45**.
- [7] Fühling, H., Seeger, T. (1979), “Dugdale crack closure analysis of fatigue cracks under constant amplitude loading”, *Engng Fract. Mech.* **11**.
- [8] Newman Jr., J. C. (1981), “A crack closure model for predicting fatigue crack growth under aircraft spectrum loading”, *ASTM STP* **748**.
- [9] Blom, A. F., Holm, D. K. (1985), “An experimental and numerical study of crack closure”, *Engng Fract. Mech.* **22**(6).
- [10] de Koning, A. U., Liefing, G. (1988), “Analysis of crack opening behaviour by application of a discretised strip yield model”, *ASTM STP* **982**.
- [11] Daniewicz, S. R., Collins, J. A., Houser, D. R. (1994), “An elastic-plastic analytical model for predicting fatigue crack growth in arbitrary edge-cracked two-dimensional geometries with residual stresses”, *Fatigue* **16**.
- [12] NASGRO (2000), sviluppato congiuntamente da diversi Istituti di Ricerca tra cui: NASA, ESA, NLR e Lockheed, disponibile al sito <http://mmtpdpublic.jsc.nasa.gov/nasgro/nasgromain.html>.
- [13] Dugdale, D. S. (1960), “Yielding of steel sheets containing slits”, *J. Mech. Phys. Solids* **8**.
- [14] Skorupa, M., Skorupa, A., Zachwieja, A. (1996), “Computer simulation of crack growth in steels under variable amplitude loading using a strip yield model”, *Mechanika* **15**(4).
- [15] Fett, T., Munz, D. (1997), “Stress intensity factors and weight functions”, Computational Mechanics Publication.
- [16] Bertocchi F. (2001), “Modellazione della propagazione di fratture in un acciaio strutturale”, Tesi di Laurea, Politecnico di Milano.