

# INFLUENZA DELLA FORMA E DELLA DISPOSIZIONE DEGLI IRRIGIDIMENTI SULLA RESISTENZA A FRATTURA DEI PANNELLI

V. Nigrelli <sup>1</sup>, A. Pasta <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Meccanica, Strutture, Ambiente e Territorio - Università di Cassino - Via G. Di Biasio, 43 - 03043 CASSINO (FR) - Tel. 0776 299665; fax 0776 310812 - e-mail: [nigrelli@ing.unicas.it](mailto:nigrelli@ing.unicas.it) [nigrelli@dim.unipa.it](mailto:nigrelli@dim.unipa.it)

<sup>2</sup> Dipartimento di Meccanica e Aeronautica - Università di Palermo - Viale delle Scienze, 90128 PALERMO - Tel. 091 6657137; fax 091 484334 - e-mail: [pasta@dim.unipa.it](mailto:pasta@dim.unipa.it)

## Sommario

Il Metodo Duale degli Elementi al Contorno, utilizzando l'equazione integrale degli spostamenti per una superficie della cricca e l'equazione duale integrale delle tensioni per l'altra, consente di studiare problemi di meccanica della frattura superando la necessità, comune a molte formulazioni con elementi al contorno, di dividere il problema in differenti regioni. Nel lavoro - impiegando un programma di calcolo che utilizza il Metodo Duale degli Elementi al Contorno esteso in modo da permettere lo studio del comportamento a frattura di pannelli con irrigidimenti, collegati in modo continuo o discontinuo - viene effettuata l'analisi numerica di tali tipi di pannelli, valutando l'influenza sul valore del fattore di intensificazione delle tensioni di dimensioni, disposizione, numero, materiale, forma della sezione e modalità di collegamento degli irrigidimenti.

## Abstract

The Dual Boundary Element Method, by employing the boundary integral displacement equation when collocating at one crack surface and the dual traction boundary integral equation when collocating at the other crack surface, allows to avoid the need for dividing the problem in different regions, common to many boundary element formulations. In the paper - by means of a software package that employs the Dual Boundary Element Method that is extended in order to deal with the crack growth analysis of stiffened panels, with both continuously and discretely attached stiffeners - is evaluated the influence, on the stress intensity factor value of size, position, number, material, cross section shape and attachment of the stiffeners.

## 1. Introduzione

La meccanica della frattura lineare elastica (MFLE) descrive il comportamento di una struttura in presenza di cricca, rapportando il campo di tensione nella zona circostante l'apice

di cricca a tensione remota, proprietà del materiale e dimensione, forma ed orientamento della cricca [1].

Numerosi autori si sono dedicati alla determinazione del fattore di intensificazione delle tensioni (Stress Intensity Factor, SIF) nei pannelli irrigiditi. I risultati sono stati compilati e presentati in forma parametrica da Rooke e Cartwright [2].

Il metodo degli elementi finiti (FEM) è stato largamente usato per la soluzione di problemi di meccanica della frattura. Vlieger [3], basandosi sul rilascio unitario di energia, ha determinato il valore del SIF sotto carico biassiale in un pannello, di dimensioni finite, con irrigidimenti rivettati ed una cricca centrata. Ratwani e Wilhem [4], utilizzando il FEM, hanno studiato l'influenza di carichi biassiali su pannelli irrigiditi. I dati di deformazione degli irrigidimenti e di *crack opening displacement* calcolati sono in buon accordo con i valori misurati sperimentalmente. Shkarayev e Moyer [5] hanno usato uno speciale elemento all'apice di cricca, per studiare pannelli irrigiditi con cricca di bordo. I risultati si discostano del 6% da quelli ottenuti analiticamente. Utukuri e Cartwright [6] hanno esteso l'applicazione del FEM al caso di pannello irrigidito di dimensioni finite con cricche multiple, determinando il valore di SIF per molte configurazioni. I risultati sono in buon accordo con quelli calcolati con le soluzioni esistenti.

Il metodo degli elementi al contorno (Boundary Element Method, BEM), applicato allo studio di problemi di meccanica della frattura, produce risultati più accurati del FEM [7] ed è stato usato da Dowrich, Cartwright e Rooke [8] e da Young, Rooke e Cartwright [9] per studiare pannelli con irrigidimenti, collegati rispettivamente in modo continuo e discreto. È stato utilizzato il metodo delle deformazioni compatibili per combinare le equazioni integrali di spostamento al contorno con le equazioni di spostamento degli irrigidimenti. Sono state studiate solo cricche dritte, usando le funzioni di Green, derivate da Erdogan [10].

Il metodo duale degli elementi al contorno (Dual Boundary Element Method, DBEM), come presentato da Portela, Aliabadi e Rooke [11], consente di analizzare casi di pannelli con cricche con diverse geometrie e posizioni. La necessità di dividere il problema in differenti regioni, comune a molte formulazioni con elementi al contorno, viene superata utilizzando, per una superficie della cricca, l'equazione integrale degli spostamenti e, per l'altra, l'equazione duale delle tensioni.

L'uso di una sola regione elimina la necessità, in un'analisi incrementale di cricca, di rifare la mesh, tipica degli altri metodi di elementi al contorno. Alla fine di ogni iterazione, vengono aggiunti solo i nuovi elementi per discretizzare l'incremento della cricca. Non si deve apportare nessun cambiamento nella mesh originaria. Inoltre, nella matrice di trasformazione, devono essere aggiunti solo i coefficienti relativi ai nuovi elementi aggiunti per l'incremento della cricca. Questi verranno aggiunti come nuove righe e colonne, a quelle già esistenti. Nella iterazione successiva all'incremento di cricca, dovranno essere analizzate solo le nuove righe e colonne, riducendo sostanzialmente il tempo di calcolo. La direzione nella quale la cricca si propaga viene calcolata applicando il criterio della massima tensione principale.

Nel presente lavoro, impiegando un programma di calcolo che utilizza il DBEM, esteso per analizzare pannelli irrigiditi con cricche [12], viene effettuata analisi numerica di pannelli irrigiditi, valutando l'influenza sulla resistenza a frattura di dimensione, disposizione, numero, materiale, forma della sezione e modalità di collegamento degli irrigidimenti.

## **2. Modello numerico**

Il DBEM come formulato da Portela, Aliabadi e Rooke [13] consente di analizzare configurazioni con un numero qualsiasi di cricche di forme diverse e con irrigidimenti collegati sia in modo continuo che discreto.

L'equazione integrale degli spostamenti al contorno, per un punto  $x'$  del contorno  $\Gamma$  della lamina è data da:

$$c_{ij}(x')u_{ij}(x') + \int_{\Gamma} T_{ij}(x', x)u_{ij}(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} U_{ij}(x', x)t_j(x)d\Gamma(x) + \iint_{\Omega} U_{ij}(x', X)b_j(X)d\Omega(X) \quad (1)$$

dove, rispettivamente,  $T_{ij}(x', x)$  e  $U_{ij}(x', x)$  sono la trazione e lo spostamento, soluzioni fondamentali dell'equazione di Kelvin,  $u_j(x)$  e  $t_j(x)$  sono gli spostamenti e le trazioni del campo di punti  $x$ , al contorno,  $b_j(X)$  sono le forze di massa che agiscono nel campo di punti  $X$ , interni al dominio  $\mathbf{W}$  e  $c_{ij}$  è un coefficiente che può essere determinato da considerazioni sul moto del corpo rigido.

La corrispondente equazione integrale delle trazioni al contorno può essere ottenuta differenziando l'equazione (4), applicando la legge di Hooke e moltiplicando per la normale uscente. Si ottiene:

$$\frac{1}{2}t_j(x') + n_i(x') \cdot \int_{\Gamma} S_{ijk}(x', x)u_k(x)d\Gamma(x) = n_i(x') \int_{\Gamma} D_{ijk}(x', x)t_k(x)d\Gamma(x) + \iint_{\Omega} D_{ijk}(x', X)b_k(X)d\Omega(X) \quad (2)$$

dove  $S_{ijk}(x', x)$  e  $D_{ijk}(x', x)$  contengono le derivate di  $T_{ij}(x', x)$  e  $U_{ij}(x', x)$ , rispettivamente e  $n_i(x')$  denota l' $i$ -esima componente del versore della normale uscente, nel punto  $x'$ .

Se le forze di massa, piuttosto che distribuite sull'intero dominio, sono confinate ad un numero,  $n$ , di linee rette, interne al dominio, gli integrali di dominio nelle equazioni (1) e (2) si riducono ad integrali di linea relativi alle posizioni delle forze, fornendo:

$$c_{ij}(x')u_{ij}(x') + \int_{\Gamma} T_{ij}(x', x)u_{ij}(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} U_{ij}(x', x)t_j(x)d\Gamma(x) + \sum_n \int_{L_n} U_{ij}(x', X)b_j(X)dL_n(X) \quad (3)$$

e

$$\frac{1}{2}t_j(x') + n_i(x') \int_{\Gamma} S_{ijk}(x', x)u_k(x)d\Gamma(x) = n_i(x') \int_{\Gamma} D_{ijk}(x', x)t_k(x)d\Gamma(x) + n_i(x') \sum_n \int_{L_n} D_{ijk}(x', X)b_k(X)dL_n(X) \quad (4)$$

dove  $L_n$  rappresenta la linea retta di applicazione delle forze di massa.

Il contorno  $\Gamma$  ed  $L_n$  sono discretizzati in un set di elementi. Usando l'equazione (3) per ogni nodo degli elementi di contorno, si costruisce un sistema di equazioni lineari. I coefficienti incogniti dei nodi di contorno sono in forma di integrali e vengono valutati numericamente. Gli integrali di linea relativi alle forze di massa sono valutati analiticamente. In presenza di cricca, su una delle due sue superfici si usa l'equazione (4) piuttosto che la (3).

## 2.1 Modello numerico del pannello con irrigidimenti

Considerando un irrigidimento isolato, rettilineo, lungo  $l$ , in equilibrio sotto il seguente set di carichi nel piano (fig. 1):

- carichi distribuiti  $f_i(y)$  agenti per tutta la lunghezza, sia in direzione longitudinale,  $i=1$ , che trasversale,  $i=2$ ;
  - carichi concentrati agenti all'estremità,  $F_i(0)$  e  $F_i(l)$ , nelle direzioni longitudinale e trasversale;
  - momenti agenti alle estremità,  $M(0)$  e  $M(l)$ ;
- gli spostamenti relativi  $\Delta v_i$ , nelle direzioni trasversali e longitudinali, sono dati rispettivamente da:

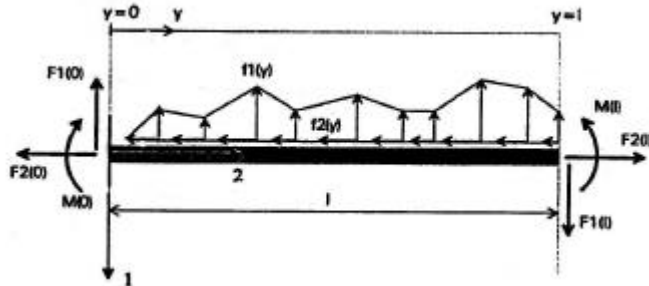


Fig. 1 - Irrigidimento isolato soggetto ad un set di carichi nel piano

$$\Delta v_1(y) = v_1(y) - v_1(0) = y\mathbf{b}(0) + \frac{1}{AG} \left\{ yF_1(0) + \int_0^y (y-\mathbf{h}) f_1(\mathbf{h}) d\mathbf{h} \right\} +$$

$$- \frac{1}{IE} \left\{ \frac{1}{2} y^2 M(0) + \frac{1}{6} y^3 F_1(0) + \int_0^y \frac{1}{6} (y-\mathbf{h})^3 f_1(\mathbf{h}) d\mathbf{h} \right\} \quad (5)$$

$$\Delta v_2(y) = v_2(y) - v_2(0) = \frac{1}{AE} \left\{ yF_2(0) + \int_0^y (y-\mathbf{h}) f_2(\mathbf{h}) d\mathbf{h} \right\} \quad (6)$$

dove:  $y$  rappresenta la lunghezza d'arco ( $0 \leq y \leq l$ ),  $v_i(0)$  la traslazione rigida e  $\mathbf{b}(0)$  la rotazione rigida dell'estremità di riferimento ( $y=0$ ),  $A$  l'area ed  $I$  il momento di inerzia della sezione trasversale,  $E$  il modulo di Young e  $G$  il modulo di taglio dell'irrigidimento.

Se uno o più irrigidimenti sono collegati in modo continuo ad un pannello criccato soggetto ad un sistema di carichi e vincoli al contorno, pannello e irrigidimento si trasmettono forze lungo la linea di connessione. Queste forze possono essere trattate, nelle equazioni integrali di contorno (3) e (4), come forze di massa distribuite lungo linee, da considerare, invece di dati noti, nuove incognite del problema.

Ci saranno due nuove incognite ( $b_i$ ) per ogni nodo; se  $N_n$  è il numero di nodi dell' $n$ -esimo irrigidimento, sono necessarie per esso  $2(N_n)$  nuove equazioni. Tali equazioni si ottengono imponendo che, nella posizione  $y$ , gli spostamenti  $u_i^s$  della lamina e  $u_i^n$  dell'irrigidimento, siano compatibili con la deformazione dovuta al taglio dello strato di adesivo di collegamento, cioè:

$$\Delta u_i^s - \Delta u_i^n = \mathbf{F}^n \Delta b_i^n \quad (7)$$

dove

- $\Delta u_i^s = [u_i^s(X^{n(y)}) - u_i^s(X^{n(0)})]$  è lo spostamento, relativo alla posizione 0, di un punto della lamina in posizione  $y$ .
- $\Delta u_i^n = [u_i^n(y) - u_i^n(0)]$  è lo spostamento, relativo alla posizione 0, del punto dell' $n$ -esimo irrigidimento in posizione  $y$ .

·  $X^{n(y)}$  e  $X^{n(0)}$  sono distintamente i punti interni della lamina corrispondenti alle posizioni  $y$  e  $0$  dell' $n$ -esimo irrigidimento,  $f^n$  è il coefficiente di deformazione a taglio dello strato di adesivo.

·  $\Delta b_i^n = [b_i^n(X^{n(y)}) - b_i^n(X^{n(0)})]$  è il taglio risultante.

Gli spostamenti relativi,  $\Delta u_i^s$ , dei punti interni della lamina all'attacco con l'irrigidimento, possono essere determinati dall'espressione seguente:

$$\begin{aligned} \Delta u_i^s = & - \int_{\Gamma} [T_{ij}(X^{n(y)}, x) - T_{ij}(X^{n(0)}, x)] u_j(x) d\Gamma(x) + \\ & + \int_{\Gamma} [U_{ij}(X^{n(y)}, x) - U_{ij}(X^{n(0)}, x)] f_j(x) d\Gamma(x) + \\ & \sum_n \int_{L_n} [U_{ij}(X^{n(y)}, X) - U_{ij}(X^{n(0)}, X)] b_j(X) dL_n(X) \end{aligned} \quad (8)$$

Gli spostamenti relativi  $\Delta u_i^n$  per l' $n$ -esimo irrigidimento, possono essere espressi in funzione delle forze incognite di interazione lamina-irrigidimento, usando le relazioni (5) e (6). La relazione tra gli spostamenti relativi e le forze, nei sistemi di coordinate di lamina e irrigidimento, sono dati rispettivamente da:

$$\Delta u_i^n = a_{ij}^n \Delta v_j^n \quad (9)$$

$$b_i^n = a_{ij}^n f_j^n \quad (10)$$

La matrice di trasformazione sarà

$$a^n = \begin{bmatrix} + \cos \mathbf{j}^n & - \sin \mathbf{j}^n \\ + \sin \mathbf{j}^n & + \cos \mathbf{j}^n \end{bmatrix} \quad (11)$$

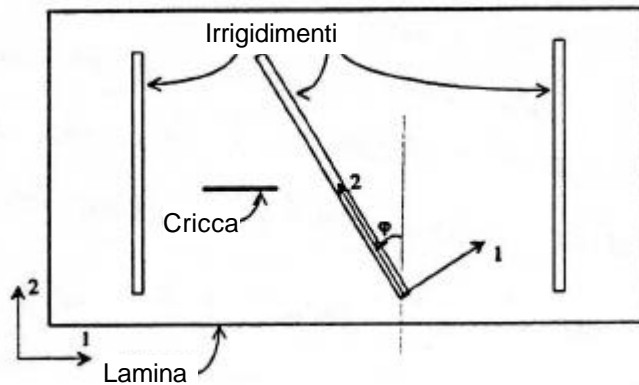


Fig. 2. Irrigidimenti attaccati alla lamina in modo continuo

dove  $\mathbf{j}^n$  è l'angolo tra la direzione 2 della lamina e l'asse dell' $n$ -esimo irrigidimento (fig. 2).

Prendendo i punti  $X^{n(y)}$  corrispondenti, successivamente, a ciascuno dei nodi (ad eccezione del nodo di riferimento ad  $y=0$ ), ed usando le equazioni (5)-(8), possono essere generate  $2 \times (N_n - 1)$  equazioni di compatibilità per ciascun irrigidimento. Le altre tre equazioni necessarie si ricavano dalla condizione che l'irrigidimento sia in equilibrio.

Assemblato il sistema di equazioni e ricavati  $u_i$ ,  $t_i$ ,  $b_i$  e  $\mathbf{b}(0)$ , può essere calcolato il fattore di intensificazione delle tensioni. Aliabadi e Rooke [7] hanno presentato differenti tecniche per il calcolo del SIF. Portela ed altri [13] hanno mostrato che, con il DBEM, l'integrale  $J$ , è adatto per l'analisi di problemi di crescita di cricca.

Per modo misto (I, II) di frattura la relazione tra  $J$  ed il SIF è, in stato piano di tensione:

$$J^I = \frac{K_I^2}{E} \text{ e } J^{II} = \frac{K_{II}^2}{E} \quad (12)$$

L'uso dell'integrale  $J$  richiede il calcolo delle derivate degli spostamenti e delle tensioni nei punti interni della lamina. Le espressioni per il calcolo sono riportate in [12].

Il passo fondamentale nell'implementazione degli irrigidimenti attaccati in modo discontinuo è costituito dalla modellazione dei rivetti. I rivetti sono schematizzabili come: forze concentrate, forze distribuite lungo la linea su cui si sviluppa l'irrigidimento [14], passante per il centro dei rivetti o inserti circolari rigidi in un mezzo elastico [15]. Se la distanza dell'apice di cricca dal rivetto più vicino è maggiore di tre volte il diametro del rivetto, tutti i possibili modelli produrranno gli stessi risultati, diversamente si deve considerare la distribuzione delle tensioni nel foro del rivetto. Qui i rivetti sono schematizzati come forze concentrate e le interazioni sono considerate come concentrate nei punti centrali di ogni rivetto e pertanto gli integrali relativi agli elementi in cui è diviso l'irrigidimento, nelle equazioni (3-6) e (8) si riducono alle sommatorie seguenti:

$$\sum_n \int_{L_n} (\dots) b(x) dL_n(x) \Rightarrow \sum_n \sum_{m_n} (\dots) b_{m_n}$$

dove  $m_n$  indica il numero dei nodi nell'ennesimo irrigidimento.

Il calcolo dei coefficienti contenenti i termini singolari degli spostamenti relativi alla equazione (11) e che rappresentano lo spostamento di un punto di una lamina infinita, soggetta ad una forza applicata nello stesso punto, presenta difficoltà superabili con il modello di Poe [14] e considerando il carico uniformemente distribuito lungo un segmento lungo quanto il diametro del rivetto, perpendicolare alla direzione della forza e centrato nel punto di applicazione della forza stessa.

### 3. Risultati dell'analisi numerica

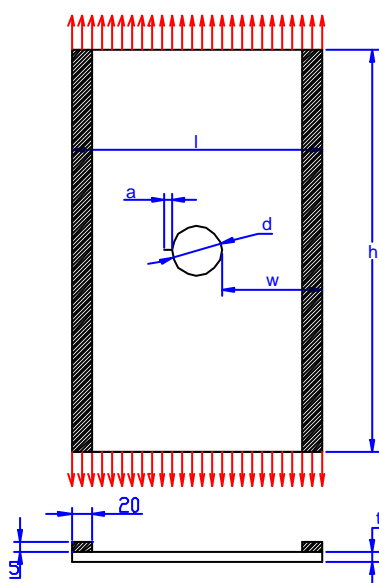


Fig.3 – geometria del modello

Nella figura 3 è mostrata la geometria del pannello usato per la simulazione numerica.

In fig.4 sono riportati, in funzione di  $a/w$ , i valori

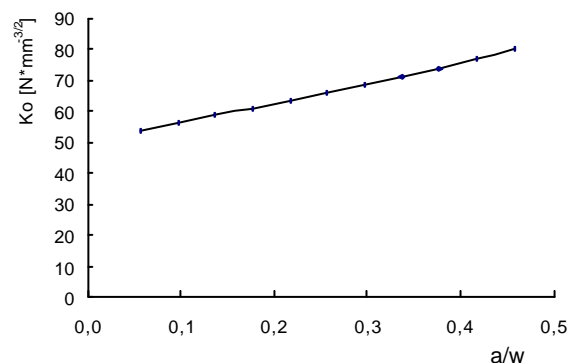


Fig.4 – valori del fattore di intensificazione delle tensioni per un pannello senza irrigidimenti,  $K_0$ , in funzione di  $a/w$

di SIF per un pannello senza irrigidimenti,  $K_0$ . Nel campo degli  $a/w$  riportati, i valori di  $K_0$  sono ben interpolati dalla retta di equazione:

$$K_0 = 50,776 + 2,59 \cdot \left( \frac{a}{w} \right) \quad (13)$$

per il valore di tensione nominale utilizzato nelle elaborazioni pari a  $s_0 = 7,81 \text{ N/mm}^2$ . Per valutare l'influenza della geometria sono state esaminate le seguenti posizioni degli irrigidimenti:

- uno al bordo nel lato della cricca (1EC).
- uno al bordo nel lato opposto alla cricca (1E).
- due ai bordi (2E).
- uno in mezzeria nel lato opposto alla cricca (1M).
- uno in mezzeria nel lato della cricca (1MC).
- due in mezzeria (2M).
- uno in prossimità dell'apice della cricca (1PC).
- uno incollato sopra la cricca a 2 mm dall'apice (1SC).
- uno con l'asse passante per il centro del foro (1SF).

Per rendere evidente l'influenza dell'irrigidimento sulla resistenza del pannello i valori di  $K_I$  ottenuti dall'analisi numerica sono stati resi adimensionali rapportandoli a  $K_0$ . Nella figura 5 sono mostrati, per le configurazioni esaminate, gli andamenti del fattore di intensificazione delle tensioni normalizzato  $K_I/K_0$ , in funzione del rapporto  $a/w$ .

Dall'esame dei risultati si nota che le riduzioni di  $K_I/K_0$  sono maggiori per i casi di pannello con due irrigidimenti disposti simmetricamente rispetto al foro (2E) e (2M) e per il caso di irrigidimento in prossimità del foro (1PC). Per questi tre casi sono state svolte le analisi che riguardano gli altri parametri che intervengono sulla resistenza. L'efficacia degli irrigidimenti è evidentemente legata alla qualità del collegamento, comunque in qualunque caso l'irrigidimento contribuisce in modo sostanziale alla resistenza del pannello ed al prolungamento della sua vita utile.

I parametri che influenzano la resistenza dei pannelli irrigiditi sono i seguenti:

- area della sezione dell'irrigidimento ( $A_{\text{irrigidimento}}$ )
- rapporto dei moduli di Young dell'irrigidimento e del pannello ( $E_{\text{irrigidimento}}; E_{\text{pannello}}$ )
- posizione e numero degli irrigidimenti
- momento di inerzia della sezione dell'irrigidimento ( $I_{\text{irrigidimento}}$ )
- passo dei rivetti nel caso di irrigidimenti

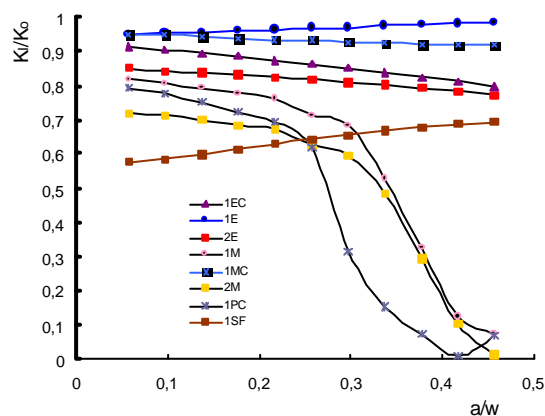


Fig.5 - andamenti di  $K_I/K_0$  in funzione di  $a/w$  al variare della posizione e del numero degli irrigidimenti

collegati alla lamina con rivetti (p)

Le analisi sono state eseguite facendo variare un parametro alla volta. L'effetto della variazione dell'area della sezione dell'irrigidimento e del rapporto dei moduli elastici è definito dal parametro S:

$$S = \frac{A_{\text{irrigidimento}} \cdot E_{\text{irrigidimento}}}{\frac{l}{2} \cdot t \cdot E_{\text{pannello}}}$$

per il quale sono stati considerati i seguenti valori: 0.3; 0.5; 0.6; 1; 1.3; 1.9; 3;6. La resistenza dei pannelli irrigiditi migliora all'aumentare di S. Nel caso di due irrigidimenti disposti in posizione intermedia e di un irrigidimento disposto nelle vicinanze dell'apice di cricca il rapporto  $K_I/K_0$  decresce all'aumentare della dimensione della cricca sino a valori prossimi a zero, questo perché gli effetti dell'irrigidimento si evidenziano tanto più quanto più la cricca è prossima.

In fig. 6 sono riportati, per il caso di irrigidimenti disposti ai bordi (2E), gli andamenti di  $K_I/K_0$  in funzione di  $a/w$  per diversi valori del parametro S. All'aumentare di S, il rapporto  $K_I/K_0$  diminuisce e quindi aumenta la vita utile del pannello. Tale miglioramento è maggiore per il caso di irrigidimenti disposti in posizione intermedia ed in prossimità dell'apice. In questi casi incrementi di S oltre un certo valore non determinano sensibili variazioni nell'andamento di  $K_I/K_0$ .

Per considerare l'influenza del momento di inerzia della sezione dell'irrigidimento, si definisce il parametro R al quale sono stati assegnati i valori 0.4,1.3,1.8,8.2:

$$R = \frac{I_{\text{Irrigidimento}} \cdot E_{\text{Irrigidimento}}}{\frac{l}{2} \cdot t^3 \cdot E_{\text{Lamina}}}$$

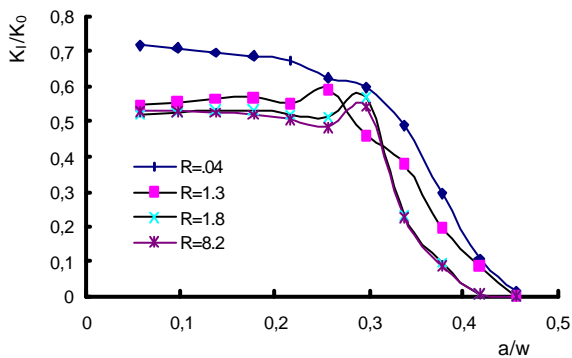


Fig. 5 -  $K_I/K_0$  al variare del parametro di rigidità R

I risultati, mostrati in figura 7 per il caso di due irrigidimenti in mezzeria (2M), evidenziano che per  $R > 1.3$  il momento di inerzia della sezione dell'irrigidimento ha bassa influenza sulla variazione del fattore di intensificazione con una riduzione del 7% circa.

Per ultimo si è analizzato il caso di irrigidimenti collegati alla lamina tramite rivetti considerando l'influenza del passo, p, dei rivetti sulla variazione del fattore di intensificazione delle tensioni. In questo caso si definisce il parametro F:

$$F = \frac{A_{\text{Irrigidimento}} \cdot E_{\text{Irrigidimento}}}{p \cdot t \cdot E_{\text{Lamina}}}$$

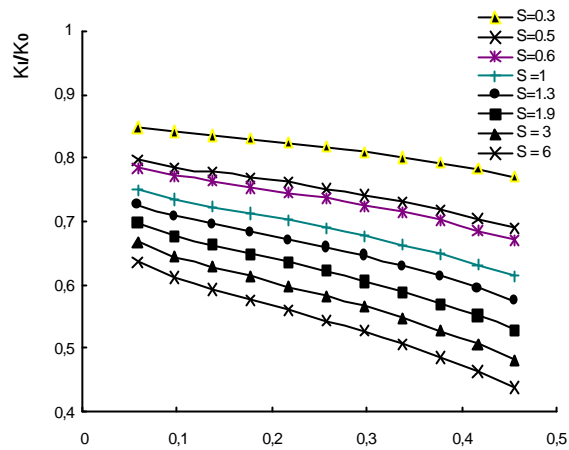


Fig. 6 - andamenti di  $K_I/K_0$  in funzione di  $a/w$  per diversi valori di S, nel caso 2E

Tale miglioramento è maggiore per il caso di irrigidimenti disposti in posizione intermedia ed in prossimità dell'apice. In questi casi incrementi di S oltre un certo valore non determinano sensibili variazioni nell'andamento di  $K_I/K_0$ .

Per considerare l'influenza del momento di inerzia della sezione dell'irrigidimento, si definisce il parametro R al quale sono stati assegnati i valori 0.4,1.3,1.8,8.2:

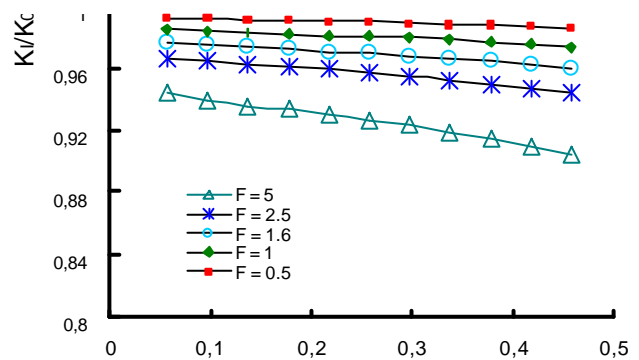


Fig. 6 - andamenti di  $K_I/K_0$  in funzione di  $a/w$  al variare del parametro di rivettatura



A tale parametro sono stati assegnati i seguenti valori: 5; 2.5; 1.6; 1; 0.5.

Dai risultati mostrati in figura 8 si deduce che al diminuire del passo tra i rivetti diminuisce, anche se di poco, il valore di  $K_I/K_0$ .

#### 4. Rappresentazione analitica dei dati ottenuti dall'analisi numerica

Per una rappresentazione analitica dei risultati dell'analisi numerica si sono utilizzati polinomi di 6° grado nella forma algebrica seguente:

$$\frac{K_1}{K_0} = R\left(\frac{a}{w}\right) = A \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^6 + B \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^5 + C \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^4 + D \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^3 + E \cdot \left(\frac{a}{w}\right)^2 + F \cdot \left(\frac{a}{w}\right) + G \quad (14)$$

I coefficienti ( $A, B, C, D, E, F, G$ ) dell'equazione (14), a loro volta, sono funzione dei parametri che influenzano la resistenza dei pannelli irrigiditi.

Indicato con  $Q$  il generico coefficiente ( $A, B, \dots, G$ ) dell'equazione (14), si può scrivere:

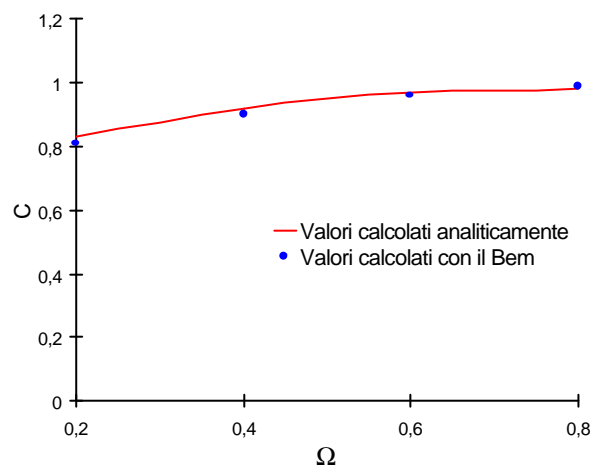


Fig. 9- valori del coefficiente  $C$  al variare del parametro  $\Omega$

$$Q = C_{1Q}^{\Omega} \cdot \Omega^4 + C_{2Q}^{\Omega} \cdot \Omega^3 + C_{3Q}^{\Omega} \cdot \Omega^2 + C_{4Q}^{\Omega} \cdot \Omega + C_{5Q}^{\Omega}$$

dove  $\Omega$  rappresenta il parametro che influenza la resistenza dei pannelli irrigiditi e quindi i valori di  $S, \alpha, F$ . I valori  $C_{iQ}^{\Omega}$  relativi al parametro  $\Omega$  considerato ed alla geometria sono stati tabellati. In fig. 9 è riportato il risultato della interpolazione per il valore del coefficiente  $C$  con i valori di 20 analisi numeriche con valori di  $\Omega$  diversi da quelli delle analisi utilizzate per la costruzione della tabella.

#### 5. Conclusioni

Nel caso di pannelli presentanti fori, se l'applicazione degli irrigidimenti è accurata, i risultati previsti in termini di incremento della resistenza a fatica della struttura sono in generale ampiamente paganti. Realizzazioni differenti del collegamento piastra-irrigidimento, ad esempio tramite rivetti presentano margini di incremento delle prestazioni della struttura

apprezzabili, ma la convenienza di tali realizzazioni è in ogni caso da paragonare, in termini economici e di convenienza, al costo dell'operazione ed al valore della struttura.

La riduzione del fattore di intensificazione delle tensioni è maggiore se si usano irrigidimenti di materiale con modulo di Young maggiore di quello della lamina. Inoltre la resistenza della struttura aumenta se si usano irrigidimenti di sezione maggiore. La forma dell'irrigidimento, invece, non ha influenza sulla resistenza della struttura. I risultati in termini di differenza fra il comportamento della piastra forata in presenza di cricca e la stessa con irrigidimenti possono essere ben interpolati con funzioni polinomiali del sesto ordine così che, utilizzando i coefficienti tabellati, si possono considerare le diverse situazioni che si presentano nella progettazione meccanica.

## Bibliografia

- [1] Parnas L., Bilir O.G., Tezcan E. - *Strain Gage Methods for Measurement of Opening Mode Stress Intensity Factor* - Engineering Fracture Mechanics, vol. 55, n.3, 1996
- [2] Rooke D.P., Cartwright - *Compendium of Stress Intensity Factors*. Engineering Fracture Mechanics, vol. 54, n.1, pp. 91-105, 1996
- [3] Vlioger H. - *The residual strength characteristic of stiffened panels containing fatigue cracks* - Engineering Fracture Mechanics, vol. 5, pp. 444-447, 1973
- [4] Ratwani M. N., Wilhem D. P. - *Influence of biaxial loading on the analysis of cracked stiffened panels* - Engineering Fracture Mechanics, vol. 11, pp. 585-593, 1979
- [5] Shkarayev S.V., Moyer E.T. - *Edge cracks in stiffened plates*. - Engineering Fracture Mechanics, vol. 27, pp. 127-134, 1987
- [6] Utukuri M., Cartwright D.J. - *Stress intensity factor for a crack near finite boundaries in multiply stiffened sheets*. - Theor. Appl. Fracture Mech., vol. 15, pp. 257-266, 1991
- [7] Aliabadi M.H., Rooke D.P. - *Numerical fracture mechanics, in solid mechanics and its application* - Computational Mechanics Publication, 1991
- [8] Dowrick G., Cartwright D.J., Rooke D. P. - *Boundary effects for a reinforced cracked sheet using the boundary element method* - Theor. Appl. Mech. vol. 12, pp. 251-260, 1990
- [9] Irwin G.R. - *Fracture* - Handbuch der Physik, vol. 6, 1958
- [10] Erdogan F. - *On the stress distribution in plates with collinear cuts under arbitrary loads* - National Conference on Applied Mechanics, 1962
- [11] Portela A., Aliabadi M.H., Rooke D.P. - *The dual boundary element method, effective implementation for crack problems* - International Journal of Numerical Method in Engineering- vol. 33, pp. 1269-1287, 1992
- [12] Salgado N. K., Aliabadi M. H. - *The application of the dual boundary element method to the analysis of cracked stiffened panels* - Engineering Fracture Mechanics, vol. 54, pp. 91-105, 1996
- [13] Portela A., Aliabadi M.H., Rooke D.P. - *Dual boundary element incremental analysis of crack propagation* - Computational Structures, vol 46, pp. 237-247, 1993
- [14] Poe C.C. - *Stress intensity factor for a cracked sheet with riveted stringer and uniformly spaced stringers*. - N.A.S.A. Technical report, R-358, 1971
- [15] Bloom J.M., Sanders J.L. - *The effect of a riveted stringer on the stress in a cracked sheet*. - Journal of Applied Mechanics, vol. 33, pp. 561-570, 1966