

UNA NUOVA PROPOSTA NUMERICO-SPERIMENTALE PER LA CARATTERIZZAZIONE ELASTOPLASTICA

G. La Rosa, G. Mirone, A. Risitano

Istituto di Macchine, Facoltà di Ingegneria di Catania, V.le A. Doria 6, 95125 Catania

Abstract

Nel presente studio si indaga sulla possibilità di valutare, tramite osservazioni sperimentali su provini intagliati e lisci, quanto la presenza dell'eventuale intaglio "artificiale" e di quello "naturale" costituito dal necking ad elevate deformazioni, rendono la lettura del rapporto carico-area istantaneo inadeguata a rappresentare la tensione equivalente massima che in quella condizione si raggiunge all'interno del materiale. Infatti, il raggiungimento del necking comporta il progressivo discostarsi dalla condizione di monoassialità (sotto la quale è lecito considerare uguali i valori di tensione assiale e tensione equivalente, entrambe uniformi sulla sezione retta di provini senza intaglio) e quindi si rende necessaria la determinazione delle tre distribuzioni di stress principali sulla sezione ristretta per poter risalire alla tensione equivalente sull'asse, ovvero si rende necessario un metodo per la caratterizzazione dei materiali in campo elastoplastico. In ogni caso, per quanto scaturito da alcune analisi ad elementi finiti, si può ritenere che l'effetto d'intaglio "naturale" (necking) comporta una distribuzione di tensione equivalente sul neck il cui valor medio è legato al carico da una funzione indipendente dal materiale e dipendente solo dalla deformazione plastica post-necking e della geometria iniziale. In particolare, la dipendenza dalla geometria iniziale è data da un termine costante, quella rispetto alla deformazione plastica è data da una funzione unica per tutti i materiali.

Introduzione

Per valutare la triassialità dello stato tensionale presente in un provino cilindrico non intagliato, quando questo si trova soggetto ad elevate deformazioni plastiche ed al fenomeno del necking, si ricorre usualmente al metodo di Bridgman che, in teoria, sarebbe applicabile anche a geometrie caratterizzate da intaglio. In pratica, però, si è visto che tale procedura porta a curve costitutive sensibilmente diverse a seconda della geometria testata. In particolare le curve di tensione equivalente-deformazione plastica equivalente calcolate secondo Bridgman per provini intagliati risultano essere, a parità di materiale, più ripide e più "alte" di quella relativa a geometria priva di intaglio, in misura crescente con l'acutezza dell'intaglio stesso. Da queste premesse è chiaro che il metodo di calcolo così come scaturisce dalla trattazione originale non è in grado di caratterizzare il materiale senza risentire dell'influenza della geometria iniziale. Allo scopo di depurare la tensione equivalente calcolata secondo il

metodo di Bridgman dall'apparente irrigidimento dovuto all'intaglio, si è pensato di valutare il rapporto tra tensione equivalente e tensione assiale media dovuto al semplice effetto d'intaglio in campo elastico e quindi, sulla scorta di osservazioni relative ai risultati di analisi numeriche descritte avanti, correggere, in ragione di tale rapporto, la curva costitutiva scaturita dall'applicazione del metodo in oggetto al dato sperimentale relativo alla geometria esaminata. Inoltre, si è indagato sull'effetto che l'intaglio "naturale" dovuto al necking ha sulla tensione equivalente mediata sulla sezione ristretta.

Prove sperimentali

Da una barra in acciaio AISI 304 sono stati ricavati dieci provini cilindrici in tre configurazioni secondo lo schema di Figura 1 e le dimensioni riportate in Tabella 1:

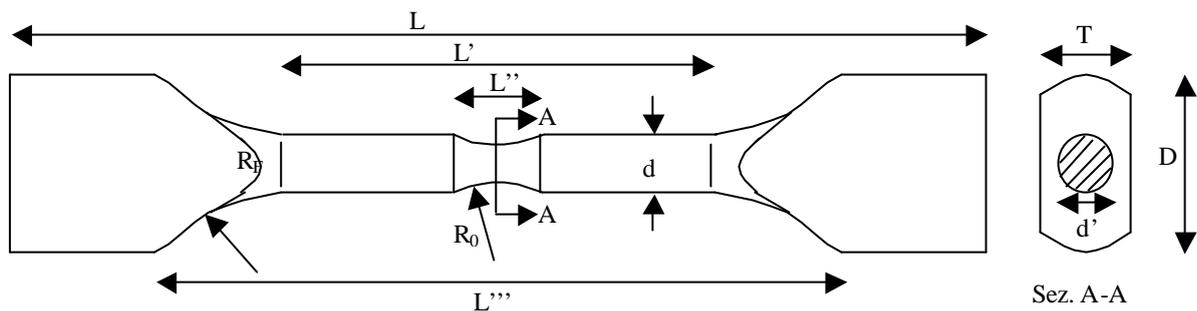


Figura 1: geometria dei provini

Provini	L (mm)	L' (mm)	L'' (mm)	L''' (mm)	R _F (mm)	D (mm)	T (mm)	d (mm)	d' (mm)	R ₀ (mm)
D98_R10	183.5	65	10.5	112.5	36	27	12	9	6	10
D98_R20	183.5	65	15.2	112.5	36	27	12	9	6	20
D98_Unn	183.5	65	-----	112.5	36	27	12	9	9	-----

Tabella 1: Dimensioni dei provini

Tali provini sono stati sottoposti a trazione crescente monotonicamente sino a rottura, tramite una macchina di prova statica INSTRON 4206, con velocità di allungamento di 5, 10 e 20 mm/min. corrispondenti a velocità di deformazione nominali (allungamento percentuale del tratto cilindrico per unità di tempo) pari a circa 1.25, 2.5 e $5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Durante tali prove sono state effettuate riprese video della zona interessata dal necking da cui, tramite un software di analisi dell'immagine, si è potuto risalire al diametro della sezione ristretta ed al raggio di curvatura del profilo di necking in diversi istanti della prova. Abbinando i dati così ottenuti a quello del carico registrato dalla macchina di prova relativamente agli stessi istanti, si sono ricavate tante terne di valori (deformazione plastica assiale media $p=2Ln(a_0/a)$, tensione assiale media S_{Zavg} , raggio di curvatura del necking R) quante sono state le immagini analizzate. Si sono costruite così, tramite tecniche di fitting, le curve $S_{Zavg}(p)$ (curve true, Figg. 2, 3, 4) e le curve del raggio di curvatura del profilo di necking in funzione della deformazione plastica assiale media (Figg. 5, 6, 7). E' stato possibile infine risalire, tramite il modello di Bridgman [1], mediando i risultati relativi ai diversi provini di ciascuna configurazione, alla curva di tensione equivalente in funzione della deformazione plastica equivalente (Fig. 8) che, secondo la teoria in questione, è uniforme su tutta la sezione ristretta

e pari proprio al valor medio ricavabile sperimentalmente ed utilizzato come variabile indipendente per i fitting descritti.

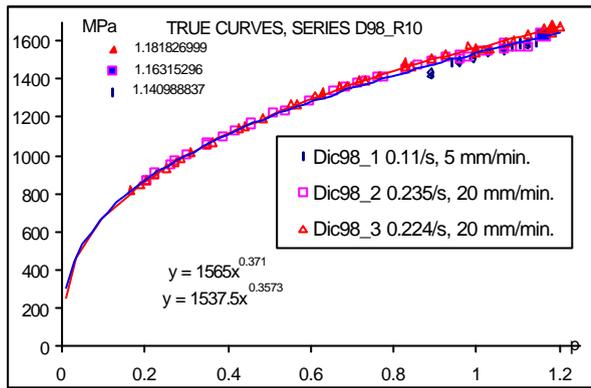


Figura 2: curva true da provini intaglio R10

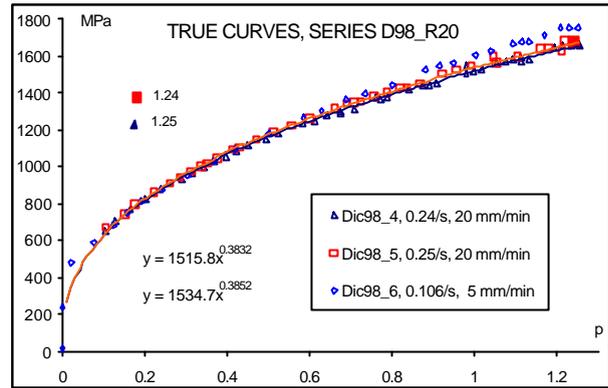


Figura 3: curva true da provini intaglio R20

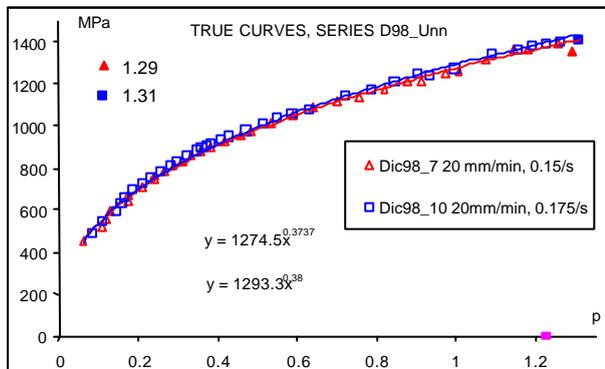


Figura 4: curva true da provini senza intaglio

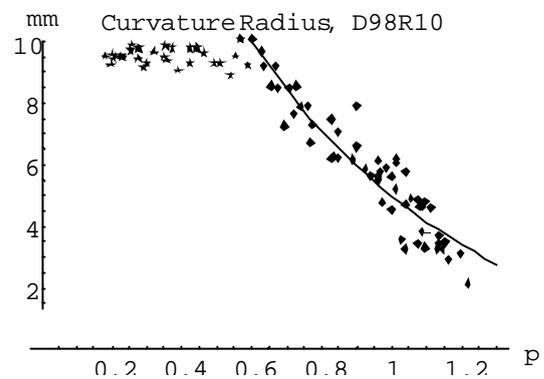


Figura 5: Curvatura profilo: intaglio R10

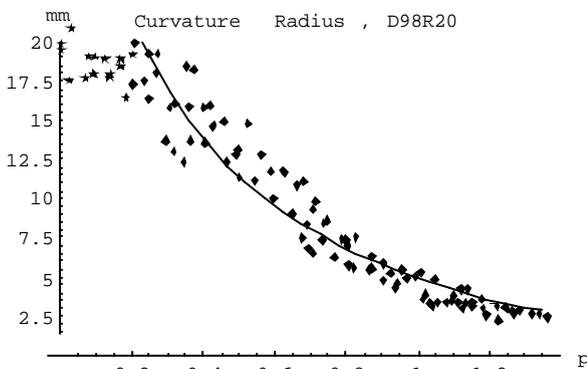


Figura 6: Curvatura profilo: intaglio R20

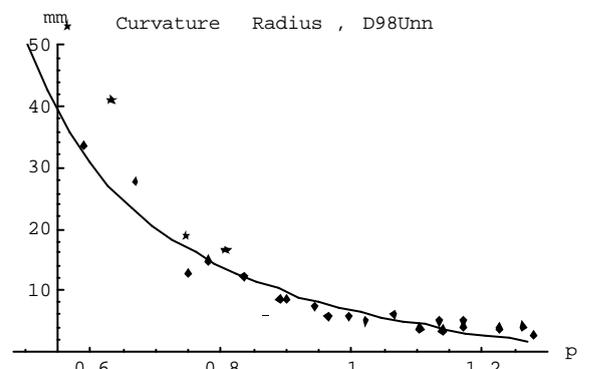


Figura 7: Curvatura profilo: no intaglio

In particolare, partendo dall'espressione (1) ricavata da Bridgman (espressione che, com'è noto, permette di risalire alla tensione equivalente a partire da tensione assiale media, raggio di curvatura del profilo di necking e raggio della sezione ristretta), ed applicandola ai dati sperimentali, si sono ottenuti i valori di tensione equivalente riportati in Figura 8 e le relative leggi di fitting (su due diversi intervalli di deformazione), la cui forma analitica è quella in Tab.2.

$$\frac{s_{Zavg}}{s_{eq}} = \left(1 + 2 \frac{R}{a}\right) * \text{Log} \left(1 + \frac{a}{2R}\right) \quad (1)$$

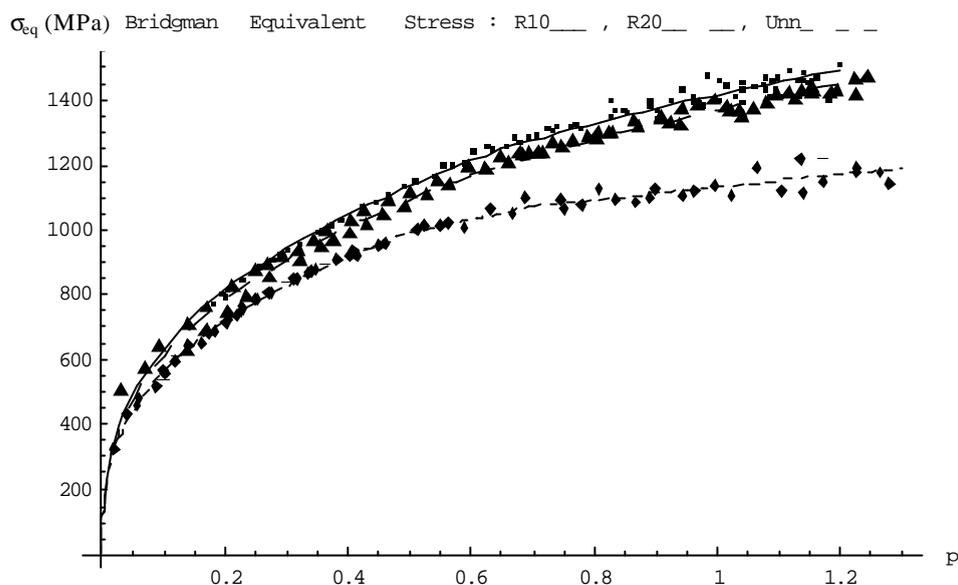


Figura 8: *Tensione equivalente (Bridgman) per le tre geometrie testate*

Geometrie	Legge #1	Range #1	Legge #2	Range #2
D98_R10	1455 p ^{0.36}	0, 0.65	1415 p ^{0.29}	0.65, 1.2
D98_R20	1401 p ^{0.36}	0, 0.6	1368 p ^{0.31}	0.6, 1.25
D98_Unn	1276 p ^{0.36}	0, 0.5	933.5+197.1 p	0.7, 1.3

Tabella 2: *fitting tensione equivalente ricavata dalle tre serie di provini*

Come è evidente guardando la Figura 8, il metodo di Bridgman per la caratterizzazione non è in grado di prescindere totalmente dalla geometria del provino come dimostrano le tre diverse curve costitutive. Per ovviare a tale inconveniente si è cercato di scindere, nella situazione che si presenta all'inizio del necking in un provino intagliato, l'effetto della triassialità da necking da quello della triassialità da intaglio iniziale. Ovvero, nell'ipotesi che il metodo di Bridgman sia in grado di tener conto correttamente della triassialità in campo post necking, si è cercato di valutare l'effetto che la stessa geometria generica induce sul materiale per deformazioni ancora plastiche ma precedenti all'instaurarsi del necking. Tale effetto, quando riferito al valor medio della tensione equivalente sulla sezione, è stato poi visto essere quantificabile con un termine costante e valido anche successivamente all'instaurarsi del necking. In sostanza si è potuto definire un indice in grado di quantificare l'effetto del solo intaglio iniziale sul valore medio della tensione equivalente, indice che resta significativo di tale effetto durante tutta la storia deformativa dei materiali considerati e che è indipendente dalla curva caratteristica dei materiali stessi. Anche l'effetto del solo necking sulla stessa tensione equivalente media, durante tutta la storia deformativa, (in pratica corrispondente al fattore correttivo di Bridgman), è stato visto essere determinabile in maniera univoca da analisi FEM, e si è rivelato anch'esso essere una funzione della deformazione plastica, indipendente dalla curva costitutiva del materiale stesso. Queste osservazioni, insieme ai risultati delle analisi FEM da cui sono scaturite, vengono descritte avanti in maniera più approfondita.

Simulazione numerica dei test

Analisi numeriche sono state condotte su modelli ad elementi finiti, riproducenti due delle tre geometrie testate (intaglio R10 e intaglio assente) e le corrispondenti condizioni di carico. La caratterizzazione del materiale (rate independent) è stata fatta tramite la curva che il modello di Bridgman ha permesso di ottenere dai dati relativi al provino non intagliato. Per deformazioni plastiche comprese tra 0.5 e 0.7 le due leggi nell'ultima riga di Tabella 2 sono state raccordate con due tratti lineari, e la tensione di snervamento è stata valutata sperimentalmente in circa 200 MPa. Tale caratterizzazione è ragionevolmente la più realistica delle tre ottenute in Figura 8, pur non essendo esatta in senso assoluto per via delle approssimazioni contenute nel modello da cui sono derivate. Inoltre, i risultati di queste analisi, condotte in regime di grandi spostamenti e deformazione plastica finita, contengono un altro errore intrinseco rispetto alla realtà delle prove sperimentali, in quanto non si è simulato in alcun modo l'evolversi del danneggiamento. Ogni modello è stato realizzato con circa 5000 elementi piani assialsimmetrici a 4 nodi dotati di tutte le estensibilità possibili (full integration), e le dimensioni in mm della mesh nella zona più fitta (l'intaglio) sono di 0.043×0.075 e 0.075×0.09 rispettivamente per i modelli *D98_R10*, e *D98_Unn*. Dai risultati dell'analisi numerica si sono analizzate (Figg. 9, 10, 11 e 12) le distribuzioni dei vari stresses sulla sezione ristretta in corrispondenza di diversi valori della strizione, scandendo in un paio di "punti" il range di riduzioni di area che va dal campo elastico sino all'avvio del necking.

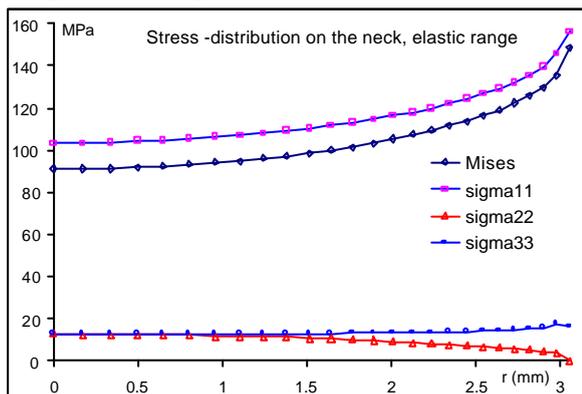


Figura 9: Intaglio R 10, $p_{Avg}=0$

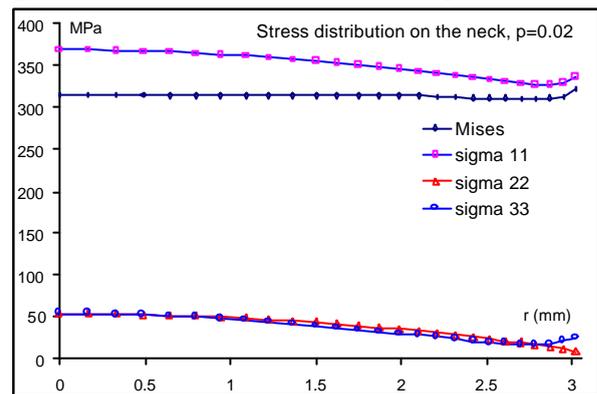


Figura 10: Intaglio R 10, $p_{Avg}=0$

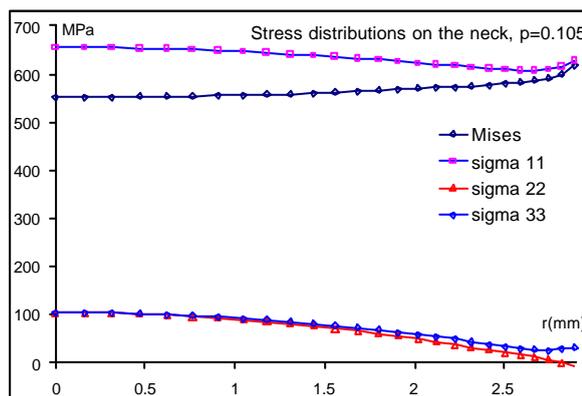


Figura 11: Intaglio R 10, $p_{Avg}=0.105$

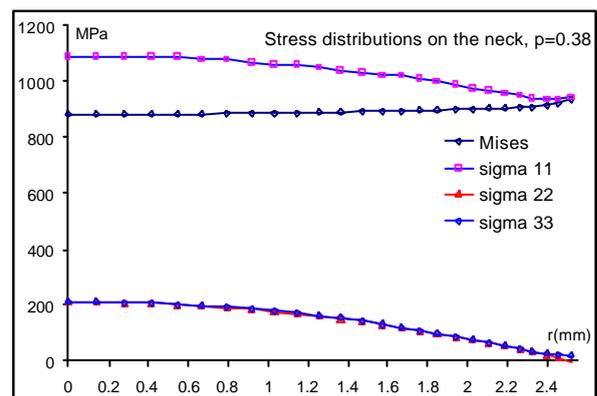


Figura 12: Intaglio R 10, $p_{Avg}=0.38$

La caratteristica che salta all'occhio guardando la distribuzione di tensione equivalente sul neck nelle quattro situazioni riportate, è che subito dopo lo snervamento dell'ultimo punto della sezione esaminata (punto appartenente all'asse longitudinale, deformazione plastica assiale media sulla sezione pari a 0.02), la tensione suddetta è passata dall'andamento elastico

decisamente disuniforme ad una distribuzione praticamente uniforme, infatti il rapporto tra la sua escursione massima ed il suo valor medio sull'area passa dal 52% del campo elastico a meno del 2% subito dopo lo snervamento. Al crescere ulteriore della strizione si è visto che l'escursione della tensione equivalente sul neck tende nuovamente a crescere sino a raggiungere il massimo di disuniformità dell'11% per p media pari a 0.11, per poi ricrollare sino al 6% al raggiungimento della condizione di necking per p media pari a 0.38 e, chiaramente, p locale sull'asse pari allo 0.36 imposto come condizione di Considerare tramite la curva costitutiva utilizzata. Come si evidenzierà avanti, l'oscillazione attorno al valor medio che la tensione equivalente ha nel range deformativo tra snervamento e necking, è solo un fatto numerico dovuto alla discontinuità che l'integrazione incontra nella pendenza della curva costitutiva attorno allo snervamento. Riproducendo più dolcemente la transizione attorno allo snervamento, la tendenza delle tensioni ad uniformarsi attorno proprio valor medio è stabile e continua con la deformazione plastica anche nella fase pre necking. Successivamente al raggiungimento di tale condizione si ha comunque, anche per la geometria intagliata, un ridotto scostamento delle varie distribuzioni attorno al rispettivo valor medio.

Fin qui non è possibile fare nessuna osservazione che permetta di stabilire una relazione tra la tensione equivalente e alcuna grandezza macroscopica o misurabile sperimentalmente. Se però si calcolano i valori medi che tensione equivalente e tensione assiale assumono su tutta la sezione in un dato istante ossia per un dato valore di strizione, si è visto che il rapporto tra queste due grandezze si mantiene pressochè costante per tutta la parte di vita del provino delimitata dal raggiungimento della condizione di necking. In particolare il valore che tale rapporto assume in cinque diversi istanti della storia deformativa (quattro dei quali sono quelli considerati in Figg. 9,10,11 e 12) vale:

$p_{Avg}=0$, range elastico	$p_{Avg}=0.02$ snervamento appena completato	$p_{Avg}=0.105$ piena fase plastica pre-necking	$p_{Avg}=0.38$ necking appena superato	$p_{Avg}=1.13$ necking molto avanzato
0.911	0.911	0.917	0.896	0.78

Tabella 3: rapporto s_{eqAvg}/s_{zAvg} in diverse fasi della vita del provino

Considerato che, una volta fissata geometria e modulo elastico del materiale, il valore del suddetto rapporto in campo elastico è calcolabile in maniera esatta tramite le relazioni di Neuber [14], e considerato anche che il valore di deformazione plastica leggibile sperimentalmente è in ogni istante un valor medio sulla sezione, si capisce come “abbinare” il valor medio della tensione equivalente (calcolabile in maniera piuttosto precisa data la univocità del rapporto “elastico” visto sopra) a quello della deformazione, entrambe ottenibili a questo punto durante una prova sperimentale, sia significativo senza il pericolo di incorrere in errori eccessivamente grandi.

Successivamente all'instaurarsi del necking il rapporto tra tensioni visto si allontana progressivamente dal valore costante che assume in precedenza sino ad arrivare, per l'analisi relativa al provino R10, al valore di 0.78 riportato in tabella. Resta da capire se la variazione del rapporto in questione, per deformazioni plastiche successive all'innesco del necking, è da attribuire anche all'intaglio iniziale oppure è causata esclusivamente dal necking stesso.

In pratica l'osservazione fatta evidenzia che, sino al necking, la curva true per geometrie intagliate può essere facilmente convertita nella curva di tensione equivalente tramite un termine costante, univocamente determinato, che è il rapporto tra le grandezze in questione

valutato in campo elastico e quindi, volendo, definito in maniera anche analiticamente rigorosa tramite le relazioni di Neuber.

I valori ricavati con questo sistema saranno quelli relativi non al punto di massima deformazione e sollecitazione sul neck, bensì ad un punto intermedio tra l'asse e la superficie esterna. Anzi, in realtà i valori medi di tensione e di deformazione equivalenti saranno relativi a punti magari vicini ma non coincidenti sulla sezione ristretta. Chiaramente il "percorso" di tutti i punti del neck sul piano tensione equivalente-deformazione equivalente, per un dato materiale, è univoco e definito dalla curva costitutiva, solo che in ogni generico istante alcuni punti della sezione avranno compiuto su questa curva un cammino maggiore di altri, a causa della possibile disuniformità della distribuzione radiale di stress e strain. In ogni caso, siccome in corrispondenza della condizione di necking la tensione equivalente è notevolmente vicina alla condizione di uniformità, estendendo la considerazione descritta sino all'estremo del suo campo di applicabilità (costituito proprio dall'instaurarsi del necking) si descrive comunque la storia del materiale in maniera abbastanza ragionevole. Se adesso si ricava la curva di tensione assiale media-deformazione plastica assiale media (curva true) dai risultati dell'analisi numerica dei tre provini e la si confronta con la curva sperimentale corrispondente (Figura 13), si nota che c'è un certo errore, maggiore per provini intagliati che per il provino liscio.

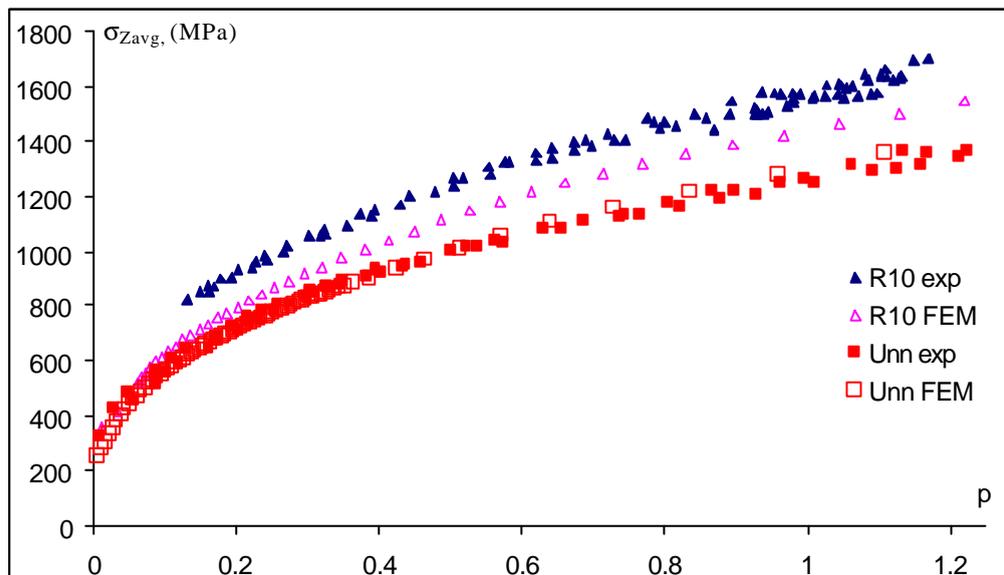


Figura 13: confronto tra tensioni assiali medie sperimentali e numeriche

Come si vede, lo scarto è irrisorio per la geometria non intagliata (comunque il FEM dà tensioni lievemente maggiori), mentre per il provino con intaglio R10 il risultato numerico ha un considerevole scarto (sino al 15% circa) in difetto rispetto allo sperimentale. Le cause di tale differenza, a meno dell'approssimazione numerica, possono essere solo due: l'errore sulla curva costitutiva utilizzata rispetto a quella, sconosciuta, che veramente caratterizza il materiale, e l'errore commesso non avendo tenuto conto della crescente porosità del materiale. Peraltro è evidente che, lasciando inalterata la curva costitutiva usata per l'analisi numerica, se si tiene conto della presenza dei vuoti con un conseguente abbassamento del rapporto carico/area lorda in uscita dal numerico, la situazione non migliora se non marginalmente per il provino non intagliato, mentre peggiora sensibilmente per le geometrie con intaglio. Allora si capisce come diventi necessario tenere conto del danneggiamento già in sede di curva costitutiva.

Analisi FEM con curve costitutive random

In virtù di queste considerazioni, per poter ragionare sul legame tra tensione equivalente media e tensione assiale media senza dover fare i conti con l'evoluzione dei vuoti e con la vera tensione equivalente del materiale testato, si è pensato di valutare la risposta FEM di due delle geometrie esaminate (assenza di intaglio ed intaglio R10), abbinandole a tre curve costitutive "casuali", una delle quali è tra l'altro quella attribuita, con tutte le approssimazioni e le cause di errore commentate sopra, al materiale testato sperimentalmente. I risultati di queste analisi numeriche sono stati interpretati come se fossero risultati sperimentali di prove fatte su materiali ideali, privi di vuoti e di danneggiamento, e di cui si conosce con precisione la curva costitutiva.

Le mesh del provino non intagliato e del provino con intaglio R10 mm, sono state utilizzate per analisi con altri due materiali generici, chiamati "mat1" e "mat2", individuati da curve costitutive riportate in Figura 14 insieme a quella utilizzata precedentemente per simulare approssimativamente il materiale "D98" testato sperimentalmente.

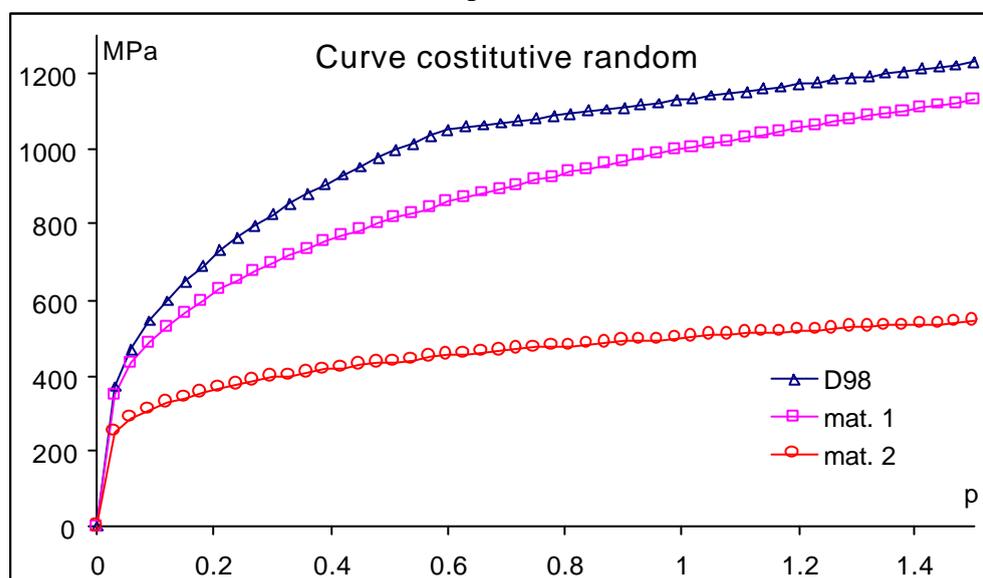


Figura 14: Curve costitutive dei tre materiali simulati al FEM

Le leggi corrispondenti alle curve "mat1" e "mat2" sono rispettivamente:

$$s_{eq} = 1000 p^{0.3} \quad \text{e} \quad s_{eq} = 500 p^{0.2}$$

Per ognuna delle sei analisi utilizzate in questa seconda parte del lavoro (tre materiali per due geometrie), si è ricavato il rapporto tra tensione equivalente e tensione assiale, entrambe mediate sull'area ristretta, per diversi valori di strizione ovvero in diversi istanti di queste prove virtuali. L'andamento di tale rapporto è stato diagrammato rispetto ad una sorta di deformazione corretta postnecking ($p-p_n$), costituita dalla differenza tra la deformazione plastica assiale media del generico istante e la deformazione di necking, quest'ultima essendo fissata per ognuno dei tre materiali già in sede di curva costitutiva. Come si nota in Figura 15 sono presenti pressochè solo due curve, ognuna delle quali è relativa ad una geometria ed a tutti i materiali, infatti anche se le tre leggi costitutive usate sono decisamente diverse l'una dall'altra (come visibile in Figura 14), una volta fissata la geometria del provino esse producono lo stesso andamento del rapporto studiato.

In sostanza questo rapporto è indipendente dal materiale, e dipende esclusivamente dalla geometria iniziale che a questo punto sembra governare in maniera univoca l'andamento della triassialità sul necking, almeno in termini di effetto mediato sulla sezione ristretta.

L'approccio seguito in questo modo per lo studio del legame tra il rapporto carico/area e la tensione equivalente media sull'area, è in linea di principio del tutto analogo a quello ideato da Bridgman nella sua trattazione teorica, infatti si tratta in entrambi i casi della risoluzione delle equazioni costitutive di Prandt-Reuss, solo che Bridgman fa riferimento ad un ben preciso volume elementare, considera il materiale perfettamente plastico (non considera la presenza di deformazioni elastiche), e le sue approssimazioni sono di ordine matematico (trascura infinitesimi di ordine elevato nelle equazioni di equilibrio del volume elementare citato), mentre in questo caso il volume considerato è quello complessivo del provino, il materiale è dotato di hardening e di comportamento elastico, e le approssimazioni sono di tipo numerico nella discretizzazione della geometria e conseguente integrazione.

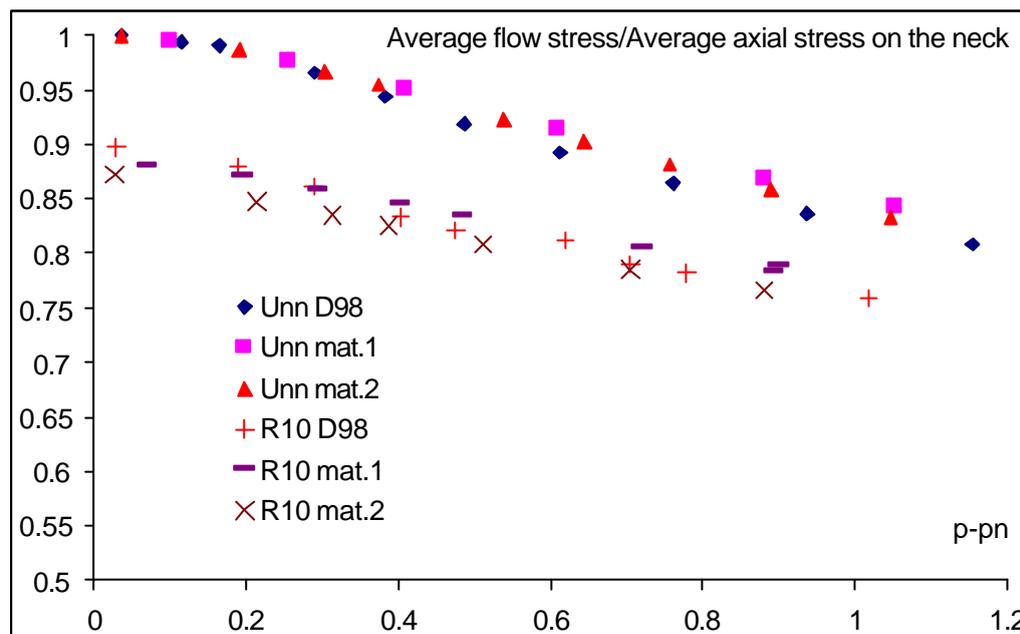


Figura 15: Andamento del rapporto tra tensione equivalente e tensione assiale, medie sul neck

Proposta per la caratterizzazione elastoplastica

Una ulteriore osservazione che è possibile fare riguardo al rapporto tra tensioni che è stato indagato, è che il suo andamento, quando riferito ad una geometria caratterizzata da intaglio, è molto prossimo ad essere uguale al prodotto di quello relativo a geometria senza intaglio moltiplicato per una costante, costante che chiaramente è quella valida anche in campo elastico e ricavabile analiticamente alla Neuber. Infatti, in corrispondenza del necking (ascissa pari a zero) si vede che il rapporto per geometria priva d'intaglio è, ovviamente, pari ad uno, mentre per geometria intagliata siamo molto prossimi al valore di 0.91 che, come visto in tabella 3, si mantiene praticamente costante dalla fase elastica compresa sino all'innesco del necking.

In particolare, dividendo tra loro le leggi polinomiali con cui si sono fittati i due andamenti dei rapporti in Figura 15, si ottiene un valore che, nell'intero range di deformazioni analizzate, oscilla di qualche percento attorno allo 0.91 che è proprio il valore "elastico" del rapporto tra tensione assiale media e tensione equivalente media. Sembra insomma che la tensione equivalente media sulla sezione di un materiale privo di vuoti e "non danneggiabile", sia ottenibile dal prodotto di tre termini:

$$s_{eqAvg}(p) = s_{ZAvg}(p) * A(p - p_{neck}) * N \quad (2)$$

in cui il termine $A(p-p_{neck})$ esprime l'effetto del necking (indipendente da materiale o geometria iniziale), ed il fattore N esprime l'effetto "di forma" (definito solo dalla geometria iniziale) che si mantiene costante anche nella fase di avanzata deformazione plastica post-necking.

Se i termini $A(p-p_n)$ ed N (ricavabili numericamente in maniera agevole tramite analisi FEM su geometria reale e curva del materiale scelta a piacere) vengono applicati alla tensione assiale media sperimentale di due provini dello stesso materiale ma con forma diversa, è certo che non si ottiene la stessa curva costitutiva in quanto l'effetto del danneggiamento presente nella realtà falsa la misura sperimentale sia della tensione assiale media della deformazione plastica assiale media stessa. Infatti, in un certo istante di qualsiasi prova sperimentale, data la presenza dei vuoti, la sezione ristretta effettiva sarà minore di quella lorda corrispondente al diametro, e questo comporta che la tensione e la deformazione saranno entrambe maggiori di quelle misurate sperimentalmente.

Se però si riesce a misurare l'andamento della crescita dei vuoti su una qualsiasi geometria (ad es. quella relativa ad assenza d'intaglio), e in ragione di quest'andamento si correggono le due grandezze che definiscono la curva true (ovvero la deformazione plastica assiale media e la tensione assiale media), allora l'utilizzo della legge $A(p-p_n)$ indipendente da materiale e geometria, e della costante N dipendente dalla sola geometria iniziale, utilizzate sulla curva true corretta come accennato, permettono di ricavare la reale curva costitutiva in termini di tensione equivalente media sul neck - deformazione plastica assiale media sul neck. Questa caratterizzazione, a meno dello scarto dovuto alla disuniformità delle distribuzioni di stress (scarto che comunque è presente anche nel modello di Bridgman) dovrebbe essere abbastanza di più rapida determinazione e più vicina alla realtà di quelle proposte sino ad ora, visto che non richiede la misura sperimentale del raggio di curvatura del profilo di necking e che potrebbe tener conto dell'effetto falsante che il danneggiamento introduce nelle prove di caratterizzazione stessa.

Inoltre i termini individuati in questa sede potrebbero permettere, una volta caratterizzato il materiale, anche di ricavare per induzione la crescita dei microvuoti sul neck di un'altra geometria di cui si sia determinata sperimentalmente la curva true "apparente". Infatti calcolati i fattori di correzione per necking (funzione $A(p-p_n)$) e geometria iniziale (costante N), è possibile ricavare la curva true "reale" a partire dalla curva costitutiva già nota tramite la relazione (2), ed a questo punto il fattore di conversione dalla curva true reale a quella "apparente" misurata nelle prove sperimentali, è proprio funzione dell'andamento dei vuoti istante per istante che possono essere ricavati usando come variabile indipendente il diametro del neck anziché il noto termine $2\text{Log}[a_0/a]$ che non è più significativo della reale deformazione plastica.

Conclusioni

Analisi ad elementi finiti condotte in regime di grandi spostamenti e deformazione plastica finita su alcune geometrie tipiche delle prove di caratterizzazione dei metalli (provini assialsimmetrici intagliati o privi di intaglio), hanno permesso di osservare che tra i valori della tensione equivalente e della tensione assiale mediati sull'area ristretta, intercorre una relazione che è indipendente dal materiale e dipendente dalla sola geometria iniziale del provino, in ragione di un coefficiente che, essendo caratteristico anche della fase elastica oltre che di quella plastica, è valutabile in maniera analiticamente rigorosa tramite le relazioni di Neuber. Questa osservazione permette di ricavare delle leggi di conversione (definibili univocamente anche da simulazioni ad elementi finiti con curve costitutive qualsiasi) che consentono di passare dalla tensione assiale media a quella equivalente media e viceversa. Chiaramente, dovendo utilizzare tali relazioni per una caratterizzazione realistica, occorre

partire da tensioni assiali medie e deformazioni plastiche assiali medie che siano state depurate, almeno per una geometria, dell'errore che la presenza di vuoti comporta nelle misurazioni sperimentali di tensione e deformazione in funzione del diametro ristretto. Infatti, tali misurazioni fanno riferimento ad un'area resistente lorda, maggiore di quella effettiva. Ricavando sperimentalmente l'andamento della porosità nel neck per una configurazione geometrica di provino, diventa quindi possibile caratterizzare completamente il materiale ed inoltre, successivamente, ricavare per via indiretta l'andamento della porosità sul neck di un'altra geometria assialsimmetrica, stavolta dotata di intaglio qualsiasi e realizzata con lo stesso materiale.

Bibliografia

1. Bridgman P. W., *Studies in large flow and fracture*, McGraw Hill, 1956 ;
2. Earl J.C., Brown K.D., *Distribution of stress and plastic strain in circumferentially notched tension specimens*, Engineering Fracture Mechanics 1976, **8** 599-611;
3. Argon S., Im J., Needleman A., *Distribution of plastic strain and negative pressure in necked steel and copper bars*, Met. Trans. A. 1975, **6A**;
4. Hancock J.W., Brown D.K., *On the role of strain and stress state in ductile failure*, J. Mech. Phys. Solids 1983, **31** 1-24;
5. Lemaitre J., *A course on damage mechanics*, Springer, 1996
6. Lemaitre J., *A continuous damage mechanics model for ductile fracture*, Journal of Engineering Materials and Technology 1985, **107** 83-89;
7. Lemaitre J., *How to use damage mechanics*, Nucl. Eng. Design 1984, **80** 233-245;
8. Lemaite J., *Local approach of fracture*, Engineering Fracture Mechanics 1986, **25** 523- 537;
9. Wang T. J., *Unified CDM model and local criterion for ductile fracture-I. Unified CDM model for ductile fracture*, Engineering Fracture Mechanics 1992, **42** 177-183;
10. Wang T. J., *Further investigation of a new continuum damage mechanics criterion for ductile fracture: experimental verification and applications*, Engineering Fracture Mechanics 1994, **48** 217-230;
11. Bonora N., *A nonlinear CDM model for ductile failure*, Engineering Fracture Mechanics 1997, **58** 11-28;
12. Bonora N., *Low cycle fatigue life estimation for ductile metals using a nonlinear continuum damage mechanics model*, Int. J. Structures 1988, **35** 1881-1894;
13. La Rosa G., Mirone G., Risitano A., *Studio sperimentale sulla evoluzione del parametro di triassialita' in prove di trazione su provini cilindrici*, Proc . XIV Italian Group of Fracture Meeting, Trento, May 1998, 371-380 (in Italian);
13. La Rosa G., Mirone G., Risitano A., *Analisi numerico-sperimentale dello stato tensionale nel necking di provini cilindrici*, Proc . XXVIII Italian Association for Stress Analysis Annual Meeting, Vicenza, Sept. 1999, 371-380 (in Italian);
14. Neuber H. , *Kerbspannungslehre*, Springer Verlag, Berlin, 1937,