# FRATTURA IN MODO MISTO DI LAMINATI RINFORZATI NELLO SPESSORE

Roberta Massabò<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Genova, Via Montallegro 1, 16145, Genova e-mail address: massabo@diseg.unige.it

# Sommario

La delaminazione in modo misto di laminati rinforzati nello spessore presenta caratteristiche particolari, quali la formazione di zone di contatto lungo la delaminazione ed il suo conseguente arresto. La presenza di questi inusuali fenomeni ha importanti conseguenze sulla formulazione di procedure di certificazione dell'affidabilità di componenti realizzati con laminati rinforzati nello spessore e sulla definizione delle loro prestazioni. Nel lavoro viene fatto riferimento ad un'idealizzazione del provino mixed-mode bending con lo scopo di evidenziare e spiegare le fondamentali caratteristiche della delaminazione in modo misto di tali materiali. Sono ricavate soluzioni analitiche del problema mediante l'assunzione di leggi costitutive semplici ma realistiche per i meccanismi di bridging sviluppati dai rinforzi e l'applicazione della teoria della trave. Sono infine identificate le lunghezze di scala che controllano le caratteristiche della delaminazione.

# Abstract

Mixed mode delamination fracture in the presence of large bridging zones of throughthickness reinforcement shows unusual characteristics, such as crack face closure and consequent crack arrest. The possibility of crack face closure and arrest has important consequences for designing certifying tests for the reliability of parts into which throughthickness reinforcement has been incorporated and predicting strength and lifetime. In this paper these unusual characteristics are explained through an idealization of the mixed-mode bending specimen. With simple but realistic constitutive laws assumed for the bridging mechanisms, beam theory offers insightful analytical solutions to be derived and illuminates the length scales which control the crack characteristics.

# 1. Introduzione

La tecnologia dei rinforzi trans-laminari (*stitching*, *z-pins*) è ormai progredita ad un punto tale che svariati componenti strutturali dell'industria aeronatica commerciale e militare e dell'industria aerospaziale sono oggi in fase di realizzazione con l'utilizzo di compositi laminati rinforzati nello spessore. I rinforzi trans-laminari, se adeguatamente progettati, consentono di evitare collassi causati da delaminazione, sia in semplici componenti lastra che in complessi assemblaggi strutturali [1-2].

L'interesse sempre crescente nella tecnologia dei rinforzi trans-laminari rende pressante il problema della definizione di procedure di certificazione dell'affidabilità dei componenti con essi realizzati. Uno dei maggiori problemi incontrati finora in tale ambito è quello dell'inapplicabilità delle metodologie sviluppate in precedenza per definire la resistenza alla delaminazione dei laminati convenzionali. I rinforzi trans-laminari infatti modificano sostanzialmente la natura della delaminazione. Nei laminati convenzionali la zona di processo all'apice della delaminazione è relativamente piccola e tale da soddisfare in generale le ipotesi della Meccanica della Frattura Elastica Lineare. Nei laminati dotati di rinforzi trans-laminari, viceversa, i rinforzi creano estese zone di *bridging* lungo la delaminazione, che schermano il campo tensionale all'apice e riducono la forza generalizzata di propagazione della fessura. Conseguentemente, la meccanica della Frattura Elastica Lineare e necessita di modellazioni che rappresentino le reali condizioni di *large scale bridging*.

La meccanica della delaminazione in presenza di rinforzi trans-laminari ed in condizioni di puro modo II è oggi sostanzialmente chiarita, sia a livello macro-strutturale [3-5] che a livello micro-strutturale [6-11]. In particolare, usando i concetti sviluppati in [4], in [5] si è mostrato come la legge costitutiva dei rinforzi trans-laminari possa essere determinata da prove standard di frattura. La conoscenza della legge costitutiva dei rinforzi trans-laminari è in principio sufficiente per predire la resistenza alla delaminazione del laminato [4].

D'altro canto, il problema della delaminazione in modo misto in presenza di condizioni di *large* scale bridging non è ancora stato completamente chiarito. Prove recenti su giunti a T rinforzati nello spessore da *z-pin* hanno mostrato caratteristiche inusuali. In questi provini la delaminazione tipicamente si propaga in condizioni di modo misto tra la lastra e le flange dell'irrigidimento. Nelle prove condotte in [12] è stato osservato un periodo di propagazione stabile seguito dall'arresto della fessura e dal conseguente collasso del braccio di carico. Misure del profilo della delaminazione hanno rilevato la presenza di una zona di contatto all'apice. Un comportamento simile è stato osservato in prove *double-cantilever beam* (DCB, modo I) su laminati rinforzati con la tecnologia dello *stitching* [12]. E' interessante osservare che altre prove di delaminazione in modo misto sono state condotte recentemente utilizzando il provino *mixed-mode bending* (MMB) proposto da Crews and Reeder [14]. Anche in questo caso sono stati osservati fenomeni di arresto della delaminazione, seguiti o meno dal collasso del braccio di carico [9; Cartié, private communication, 1999].

Il curioso fenomeno dell'arresto della delaminazione non ha precedenti nei laminati convenzionali. Vedremo nel seguito come esso trovi spiegazione nella profonda influenza che le estese zone di *bridging* hanno sulla delaminazione. Vedremo inoltre come le lunghezze di scala che interessano il problema spieghino l'irregolare presenza di tale fenomeno.

Nel lavoro è considerata un'idealizzazione del provino *mixed-mode bending* (MMB). La prova MMB è attualmente in esame come possibile standard per la definizione della tenacità alla delaminazione in modo misto di laminati convenzionali. La particolarità della prova è che consente misure di tenacità alla delaminazione in un ampio intervallo di condizioni di modo misto, cosiccome in

puro modo I e II. Inoltre, in laminati convenzionali, la prova mantiene un rapporto di modo misto pressoché costante al crescere della delaminazione. Il provino MMB è analizzato applicando la teoria della trave. I meccanismi di *bridging* dei rinforzi trans-laminari sono descritti da semplici leggi costitutive, pervenendo in questo modo a soluzioni in forma chiusa del problema. I risultati rivelano un'ampia casistica di configurazioni possibili della delaminazione e spiegano in modo semplice la natura dei fenomeni di contatto ed arresto della delaminazione osservati nei giunti a T e nei provini DCB e MMB. Essi evidenziano inoltre la necessità di sviluppare nuove procedure di certificazione che tengano in conto i differenti meccanismi.

### 2. Analisi teorica del provino MMB

Uno schema della prova MMB è mostrato in Fig.1.I. Il provino è un laminato sottile, simmetrico rispetto al piano medio, di lunghezza  $\mathcal{L}$ , spessore  $\mathcal{L}$ , larghezza b e con una delaminazione di lunghezza a giacente sul piano medio (L, a >> h). Come mostrato in Fig. 1.II, lo schema del provino MMB (modo misto) può essere disaccoppiato nello schema di un provino *double cantilever beam* (DCB, modo I) e in quello di un provino *end-notched flexure* (ENF, modo II). I corrispondenti carichi di modo I e II sono definiti da semplici considerazioni di simmetria,  $P_{\rm I} = P(3c/4L-1)e P_{\rm II} = P(c/L+1)$ , essendo P il carico applicato al provino MMB per unità di larghezza e c ( $c \ge L/3$ ) il parametro che definisce la posizione del punto di applicazione del carico [14], (vedi Fig.1.I).

L'azione di *bridging* esercitata dai rinforzi trans-laminari è rappresentata mediante trazioni, p, agenti lungo le facce della delaminazione. Nel problema piano di Fig. 1.II e rispetto al sistema di riferimento  $x_1$ - $x_3$  mostrato in figura, p ha due componenti:  $p_1$  che si oppone allo scorrimento relativo tra le facce della fessura,  $2u_1$ , e  $p_3$  che si oppone all'apertura tra le facce,  $2u_3$ . Le trazioni di bridging sono caratterizzate dalla legge costitutiva o legge di *bridging*, p(u), che lega p allo spostamento relativo tra le facce e la cui forma dipende dai meccanismi di *bridging* agenti lungo la delaminazione. La regione della delaminazione lungo la quale non agiscono trazioni di bridging, di lunghezza  $a_0$ , rappresenta un eventuale intaglio.

Le componenti della forza generalizzata di propagazione della fessura,  $G_{\rm I}$  e  $G_{\rm II}$ , sono definite risolvendo i corrispondenti problemi DCB ed ENF, [15]. Una volta calcolate  $G_{\rm I}$  e  $G_{\rm II}$ , la forza generalizzata di propagazione nel provino MMB è definita da  $G = G_{\rm I} + G_{\rm II}$  ed il rapporto di modo misto da  $G_{\rm I} / G_{\rm II}$ . A causa della presenza delle trazioni di *bridging*,  $G_{\rm I} / G_{\rm II}$  dipende dalla lunghezza della delaminazione e differisce in generale da quello corrispondente al campo tensionale prodotto dal carico applicato, dato da  $4(3c-L)^2/3(c+L)^2$  [14].

L'analisi di propagazione della delaminazione nel provino MMB è condotta applicando il criterio energetico di Griffith. La delaminazione si trova quindi in uno stato di incipiente propagazione quando  $G = G_c$ , essendo  $G_c$  la tenacità alla frattura di modo misto del laminato in assenza di rinforzi translaminari (vedi [15] per maggiori dettagli su  $G_c$ ).

Il problema è ricondotto alla soluzione dei due problemi di Fig. 1.II.b e 1.II.c per la quale si rimanda a [15]. Nel seguito sarà brevemente richiamato il modello proposto in [15] per l'analisi del problema DCB, Fig. 1.II.b. Il modello consente di spiegare alcune inusuali caratteristiche della delaminazione dei laminati rinforzati nello spessore.

#### 2.1 Analisi teorica del provino DCB

Il modello proposto in [15] fa riferimento allo schema mostrato in Fig. 1.III, che rappresenta il classico problema DCB quando  $M_1 = P_1a_0$ . Viene assunta la legge di bridging  $p_3 = p_{30} + \mathbf{b}_3u_3$ , mostrata in Fig. 1.III insieme ai casi particolari  $p_3 = p_{30}$ , per  $\mathbf{b}_3 = 0$ , e  $p_3 = \mathbf{b}_3u_3$ , per  $p_{30} = 0$ . Tale legge sinteticamente rappresenta l'azione di *bridging* esercitata dai rinforzi trans-laminari nella fase che precede il *pull-out* dei rinforzi dal laminato. Il materiale è ipotizzato omogeneo ed ortotropo ed è assunto uno stato piano di deformazione nel piano  $x_1$ - $x_3$ . Seguendo la soluzione classica per il problema DCB, le due travi delaminate del provino sono ipotizzate perfettamente incastrati in  $x_1 = a$ - $a_0$  (vedi [15] per la validità dell'ipotesi). L'equazione differenziale che governa il problema in funzione dello spostamento  $u_3$  risulta:

$$\frac{d^4 u_3}{dx_1^4} - \frac{\boldsymbol{b}_3}{G_{13}K_d} \frac{d^2 u_3}{dx_1^2} + 4 \, \boldsymbol{b}^4 u_3 + 4 \, \frac{\boldsymbol{b}^4}{\boldsymbol{b}_3} \, p_{30} = 0 \qquad \text{if } x_1 \le a - a_0 \tag{1}$$

dove  $G_{13}$  è il modulo di taglio nel piano  $x_1$ - $x_3$ ,  $K_d = 5h/6$ ,

$$\boldsymbol{b} = \sqrt[4]{\boldsymbol{b}_3 / 4E_1 I_d}, \qquad (2)$$

 $I_d = h^3/12$ ,  $E'_1 = E_1/(1 - n_2 n_2)$ ,  $E_1$  è il modulo di Young in direzione  $x_1$ ,  $n_2$  e  $n_2$  sono i coefficienti di Poisson nel piano  $x_1 - x_2$ ,  $b_3$  definisce la pendenza della legge di bridging.



Figura 1. (I) Schema della prova MMB. (II.a) Schema teorico del provino MMB. (III) Schema teorico del provino DCB e leggi costitutive per i rinforzi trans-laminari.

L'integrale generale dell'Eq. (1) è:

$$u_{3} = -\frac{p_{30}x_{1}^{4}}{24E_{1}I_{d}} + c_{1}x_{1}^{3}/6 + c_{2}x_{1}^{2}/2 + c_{3}x_{1} + c_{4} \qquad \text{se } \boldsymbol{b}_{3} = 0$$
(3)

$$u_{3} = -\frac{p_{30}}{b_{3}} + c_{1}e^{\sqrt{a+b}x_{1}} + c_{2}e^{-\sqrt{a+b}x_{1}} + c_{3}e^{\sqrt{a-b}x_{1}} + c_{4}e^{-\sqrt{a-b}x_{1}} \qquad \text{se } \boldsymbol{b}_{3} \neq 0$$
(4)

dove:

$$a = \frac{\boldsymbol{b}_3}{2G_{13}K_d}$$
,  $b = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{\boldsymbol{b}_3}{G_{13}K_d}\right)^2 - 16\boldsymbol{b}^4}$ 

Le costanti arbitrarie  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  e  $c_4$  sono definite applicando le condizioni al contorno [15]. L'Eq. (1) si semplifica per deformazioni a taglio trascurabili e l'integrale generale risulta:

$$u_{3} = -\frac{p_{30}}{b_{3}} + e^{bx_{1}}(c_{1}cosbx_{1} + c_{2}sinbx_{1}) + e^{-bx_{1}}(c_{3}cosbx_{1} + c_{4}sinbx_{1}) \quad \text{if } b_{3} \neq 0.$$
(5)

I risultati presentati nel seguito si rifanno a questo secondo caso.

La forza generalizzata di propagazione della fessura è convenientemente calcolata applicando il *J*-integral al percorso  $\Gamma$  mostrato in Fig. 1.III, per il quale  $J = G_{I}$ . In termini di caratteristiche di sollecitazione per unità di larghezza,  $G_{I}$  risulta:

$$G_{\rm I} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^{2} \left( \frac{N_i^2}{E_1^{'} h_i} + \frac{M_i^2}{E_1^{'} I_{\rm di}} + \frac{Q_i^2}{G_{13} K_{\rm di}} \right) - \left( \frac{N_3^2}{E_1^{'} h_3} + \frac{M_3^2}{E_1^{'} I_{\rm d3}} + \frac{Q_3^2}{G_{13} K_{\rm d3}} \right) \right\}$$
(6)

dove *N* è la forza assiale (nulla nel caso in esame), Q la forza di taglio, M il momento flettente ed i pedici i = 1, 2, 3 si riferiscono alle differenti travi (i = 1, 2 per le travi delaminate,  $x_1 \le a - a_0$ ; e i = 3 per la trave intatta,  $x_1 \ge a - a_0$ ). I restanti parametri dell'Eq. 6 sono  $h_1 = h_2 = h$ ,  $h_3 = 2h$ ,  $I_{d1} = I_{d2} = I_d$ ,  $I_{d3} = 8I_d$ ,  $K_{d1} = K_{d2} = K_d$  and  $K_{d3} = 2K_d$ .

Il carico critico, corrispondente all'incipiente propagazione della delaminazione nella trave di Fig. 1.III, è definito applicando il criterio energetico di Griffith,  $G_{I} = G_{Ic}$ .

#### *Legge di bridging di tipo Dugdale:* $p_3 = p_{30}$

Per  $p_3 = p_{30} = \text{costante}$ , è stata dimostrata in [15] lesistenza di una configurazione limite della delaminazione in corrispondenza della quale si verifica il contatto delle facce all'apice. Tale configurazione stabilisce un limite inferiore per i carichi applicati dato da:

$$P_{\rm I} + \frac{M_{\rm I}}{(a-a_0)} = \frac{p_{30}}{2}(a-a_0)$$

$$P_{\rm I} = \frac{p_{30}}{2}\frac{(a-a_0)^2}{a}$$
se  $M_{\rm I} = P_{\rm I}a_0$  (DCB) (7)

I risultati dell'analisi di delaminazione nel provino DCB (i.e.  $M_{\rm I} = P_{\rm I}a_0$ ) con due differenti intagli,  $a_0/h = 10$  e  $a_0/h = 0$ , sono mostrati in Fig. 2.a e 2.b. I diagrammi descrivono il carico critico di propagazione adimensionalizzato,  $P_{\rm Icr}/(E'_1 G_{\rm Ic}h)^{0.5}$ , in funzione della lunghezza normalizzata della delaminazione, a/h. Le curve continue si riferiscono a tre differenti valori delle trazioni di *bridging*, definiti da  $\mathbf{a}_3 = 0.1$ , 0.3 e 0.5, essendo  $p_{30} = \mathbf{a}_5 (E'_1 G_{\rm Ic}/h)^{0.5}$ . Si noti che tutte le curve tendono asintoticamente dall'alto alle curve puntinate che definiscono il carico limite dell'Eq. (7). Il carico critico  $P_{\rm Icr}$  risulta quindi essere sempre sufficientemente elevato da impedire la formazione di zone di contatto durante la delaminazione. Vedremo nel seguito come situazioni differenti possono presentarsi per altre leggi di bridging.

# Legge di bridging lineare-proporzionale: $p_3 = b_3 u_3$

Nel caso di legge di bridging lineare-proporzionale e se le deformazioni a taglio sono trascurabili, l'Eq. (1) è la ben nota equazione di una trave su suolo elastico alla Winkler di modulo **b**<sub>3</sub>. Lo spostamento  $u_3$ , Eq. (5), è una funzione oscillante di  $x_1$ , che al limite a- $a_0 \otimes \infty$  ha lunghezza d'onda

$$\boldsymbol{l} = 2\pi/\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{p}^{4}\sqrt{4E_{1}^{'}I_{d}}/\boldsymbol{b}_{3}$$
(8)

ed un'ampiezza progressivamente decrescente. Per a- $a_0$  finiti,  $\mathbf{I}$  rimane una valida lunghezza di scala del problema. Quando a- $a_0 > \mathbf{I}/4 = \pi/2\mathbf{b}$ ,  $u_3$  risulterà una funzione oscillante della coordinata  $x_1$  e conseguentemente zone di contatto potranno formarsi nella scia della delaminazione. D'altro canto, quando a- $a_0 > \mathbf{I}/4$ ,  $u_3$  sarà una funzione monotona di  $x_1$  e sempre positiva. E' interessante notare che in un tipico laminato a matrice epossidica rinforzato mediante stitching (per il quale  $\mathbf{b}_3 \sim 50$ MPa/mm,  $E'_1 \sim 50$  Gpa,  $2h \sim 6$  mm),  $\mathbf{I}/4$  assume valori dell'ordine della decina di millimetri, lunghezza facilmente raggiungibile dalla delaminazione in molti provini e strutture. Si noti inoltre come  $\mathbf{I}$ , Eq. (8), possa variare sostanzialmente da materiale a materiale, e questo spieghi come i fenomeni di contatto all'apice non siano sempre osservati nella sperimentazione.

Per il problema di Fig. 1.III la lunghezza limite della delaminazione corrispondente alla formazione di zone di contatto all'apice è definita analiticamente in [15] e risulta:

$$a - a_0 = \frac{\mathbf{p}}{2\mathbf{b}} \qquad \text{se } P_{\mathrm{I}} = 0 \text{ (pura flessione)} \\ a - a_0 = \frac{3}{4} \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{b}} \qquad \text{se } M_{\mathrm{I}} = 0 \text{ (e.g. DCB con } a_0 = 0) \qquad (9)$$

Se  $P_{\rm I}$  e  $M_{\rm I}$  sono entrambi diversi da zero, la lunghezza limite varia tra i due limiti dell'Eq. (9). Si osservi come in questo caso, a differenza del problema esaminato in precedenza, la condizione limite per il contatto non dipende dal valore dei carichi applicati bensì unicamente dal rapporto  $M_{\rm I}/P_{\rm I}(a-a_0)$ . Conseguentemente, aumentare il carico applicato mantenendo costante il rapporto dei carichi non consente di evitare il contatto.



Figura 2. (a-b) Carico critico di propagazione nel provino DCB, legge di bridging tipo Dugdale: (a) lunghezza dell'intaglio  $a_0/h=10$ , (b)  $a_0/h=0$ . (c-d) Carico critico di propagazione nel provino di Fig. 1.III, legge di bridging lineare-proporzionale: (c)  $M_I=0$ , (d) pura flessione.

In Fig 2.c e 2.d sono mostrati diagrammi del carico critico di propagazione adimensionalizzato in funzione della lunghezza normalizzata della fessura, per i due casi  $P_{\rm I} \neq 0$  e  $M_{\rm I} = 0$  (Fig. 2.c) e  $M_{\rm I} \neq 0$  e  $P_{\rm I} = 0$  (Fig. 2.d) e provino privo d'intagli. Le curve indicate come "no bridging" definiscono la risposta di un laminato convenzionale, privo di rinforzi trans-laminari. Le curve continue definiscono

la risposta del laminato rinforzato nello spessore. Si osservi come il carico critico per la propagazione della delaminazione tenda all'infinito quando la delaminazione tende alla lunghezza limite per il contatto, Eq. (9). Tale comportamento si renderà manifesto nelle prove sperimentali con un arresto della delaminazione seguito da collasso del provino per qualche altro meccanismo, quale il collasso del braccio di carico, la rottura dei rinforzi trans-laminari o il collasso per compressione nel punto di applicazione del carico. Si rimanda a [15] per il caso di delaminazioni di lunghezza maggiore di quella definita dal'Eq. (9) e per legge di bridging lineare - non proporzionale.

#### 2.2 Analisi di delaminazione nel provino MMB

I principali meccanismi che interessano il processo di delaminazione in modo misto di laminati rinforzati nello spessore sono evidenziati in Fig. 3. I diagrammi descrivono il carico critico di propagazione adimensionalizzato nel provino MMB,  $P_{cr}/(E'_1 G_{Ic}h)^{0.5}$ , in funzione della lunghezza normalizzata della fessura, a/h. Essi si riferiscono a travi dotate di intagli di lunghezza  $a_0/h = 10$  e a due differenti posizioni del punto di carico, c/L=0.874 (Fig. 3.a) e c/L=0.558 (Fig. 3.b), vedi Fig. 1.I. In laminati convenzionali tali valori di c/L definiscono rapporti di modo misto costanti al crescere di a e pari a  $G_I/G_{II} = 1/4$  (Fig. 3.a) e  $G_I/G_{II} = 1$  (Fig. 3.b). Le trazioni di bridging sono ipotizzate costanti,  $p_3 = p_{30}$  e  $p_1 = p_{10}$ . Si assume inoltre il criterio di propagazione  $G_I/G_{Ic} + G_{II}/G_{IIc} = 1$ , essendo  $G_{Ic}$  e  $G_{IIc}$  le energie di frattura del laminato privo di rinforzi trans-laminari in condizioni di puro modo I e puro modo II. Si ipotizza il materiale caratterizzato da  $G_{IIc}/G_{Ic} = 2$  (vedi [15]).



Figura 3. Carico critico di propagazione nel provino MMB, legge di bridging tipo Dugdale.

Le curve indicate come "no bridging" descrivono la risposta instabile del materiale privo di rinforzi. Le curve continue mostrano l'effetto stabilizzante dei rinforzi e si riferiscono a differenti valori delle trazioni di *bridging*,  $p_{30} = \mathbf{a}_{\rm s} (E_1' G_{\rm Ic}/h)^{0.5}$  e  $p_{10} = \mathbf{a}_{\rm s} (E_1' G_{\rm Ic}/h)^{0.5}$ , ottenuti per  $\mathbf{a}_{\rm l} = 0.2$  e variando  $\mathbf{a}_{\rm s}$  tra 0.3 e 0.0. I valori assunti per  $p_{30}$  e  $p_{10}$  potrebbero rappresentare la risposta media di un tipico laminato quasi-isotropo avente  $E'_1 \approx 50$  GPa,  $G_{\rm Ic} \approx 0.5$  N/mm e  $h \approx 3$  mm.

E' interessante osservare come durante la propagazione della fessura  $G_{I}/G_{II}$  si allontani dal valore iniziale, dato dal campo tensionale dovuto al carico applicato (i.e.  $G_{I}/G_{II} = 1/4$  e 1 in Figs. 3.a e 3.b), e progressivamente si riduca sino ad annullarsi quando le curve continue raggiungono la curva puntinata, che rappresenta il caso speciale  $G_{I} = 0$ . A quel punto le facce della delaminazione vengono in contatto all'apice. Tuttavia, a differenza del problema di puro modo I precedentemente esaminato in Fig. 2.a e 2.b, la condizione  $G_{I} = 0$  non viene modificata da incrementi del carico applicato. Inoltre, a differenza del problema di puro modo I esaminato in Fig. 2.c e 2.d, siccome  $G_{II}$  appare nel criterio di propagazione e risulta diverso da zero, la delaminazione continua ad avanzare nonostante  $G_{I} = 0$ . Le curve puntinate descrivono una delaminazione di puro modo II e rappresenterebbero l'effettiva risposta del provino MMB nella fase seguente la formazione di zone di contatto se i meccanismi di *bridging* che si oppongono allo scorrimento relativo tra le facce non fossero modificati dall'attrito.

# 3. Conclusioni

Le condizioni di *large scale bridging* che caratterizzano le delaminazioni attraversate da rinforzi trans-laminari non soddisfano le ipotesi della Meccanica della Frattura Elastica Lineare e richiedono approcci teorici differenti. I fenomeni di contatto dimostrati nel lavoro sono una chiara manifestazione dell'inadeguatezza della Meccanica della Frattura Elastica Lineare. La possibilità che contatto ed arresto della delaminazione possano manifestarsi in laminati rinforzati nello spessore ha importanti conseguenze sulla formulazione di procedure di certificazione per tali materiali e sulla definizione delle loro prestazioni. Prove di laboratorio non correttamente progettate per tenere in conto tali fenomeni potrebbero infatti condurre a predizioni non conservative della resistenza alla delaminazione del laminato.

Ringraziamenti. Supporto finanziario: NATO (grant CRG.CRG 973062) e MURST.

# Bibliografia

- [1] G. Freitas, C. Magee, P. Dardzinski, and T. Fusco, (1994), Fiber Insertion Process for Improved Damage Tolerance in Aircraft Laminates, *J. Adv. Matls.* **25**[4] 36-43.
- [2] K. Dransfield, C. Baillie, and Y.-W. Mai, (1994), Improving the Delamination Resistance of CFRP by Stitching A Review, *Comp. Sci. Tech.*, **50** 305-17.
- [3] Jain, L. K., Mai, Y-W. (1994), Analysis of stitched laminated ENF specimens for interlaminar mode-II fracture toughness, *Int. Journal of Fracture* **68**(3), 219-244.
- [4] R. Massabò and B. N. Cox (1999), Concepts for Bridged Mode II Delamination Cracks, J. Mech. Phys. Solids, 47, 1265-1300.
- [5] R. Massabò, D. R. Mumm, and B. N. Cox (1998), Characterizing Mode II Delamination Cracks in Stitched Composites, *Int. J. Fracture*, **92**, 1-38.
- [6] A. P. Mouritz and L. K. Jain, (1997), Interlaminar Fracture Properties of Stitched Fibreglass Composites, in *Proc. 11<sup>th</sup> Int. Conf. Composite Materials*, Australia, 1997, ed. M. L. Scott (Technomic Publishing, Pennsylvania), pp. V-116 – V-127.
- [7] K. Rugg, B. N. Cox, K. Ward, and G. O. Sherrick, (1998), Damage Mechanisms for Angled Through-Thickness Rod Reinforcement in Carbon-Epoxy Laminates, *Composites Part A* 29A, 1603-1613.
- [8] B. N. Cox, R. Massabò, D. R. Mumm, A. Turrettini, and K. Kedward, (1997), Delamination Fracture in the Presence of Through-Thickness Reinforcement, plenary paper in *Proc. 11<sup>th</sup> Int. Conf. Composite Materials*, Gold Coast, Australia, 1997, ed. M. L. Scott (Technomic Publishing, Lancaster, Pennsylvania). pp. I-159 – I-177.
- [9] D.D.R. Cartié and I.K. Partridge, (1999), Delamination Behaviour of zPinned Laminates, *Proc. ICCM12*, Paris, July, 1999, ed., T. Massard, Woodhead Publishing Limited, Melbourne.
- [10] B. N. Cox, (1999), Constitutive Model for a Fiber Tow Bridging a Delamination Crack, *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 6, 117-38.
- [11] B. N. Cox, (1999), Mechanisms and Models for Delamination in the Presence of Through-Thickness Reinforcement, *Proc. ICCM12*, Paris, July, 1999, ed., T. Massard, Woodhead Publishing Limited, Melbourne.
- [12] K. L. Rugg, (1999), Rockwell Science Center, report to the Boeing Airplane Co., 1999.

- [13] Mouritz, A.P., and Jain, L.K., (1999), Further validation of Jain and Mai models for interlaminar fracture of stitched composites, *Composites Science and Technology*, 59(11), 1653-1662.
- [14] J.R. Reeder and J. H. Crews, Jr., (1991), Nonlinear Analysis and Redesign of the Mixed-Mode Bending Delamination Test, NASA T.M.102777, NASA Langley Res. Center.
- [15] Massabò R. and B.N. Cox (1999), Unusual characteristics of mixed mode delamination fracture in the presence of large scale bridging, submitted to *Mech. Comp. Mater. Structures*.