

# CONDIZIONI AL CONTORNO OTTIMALI PER LA SIMULAZIONE DELLA PROPAGAZIONE DI FRATTURA LONGITUDINALE NEI GASDOTTI

**Berardo G.<sup>1</sup>, Di Biagio M.<sup>2</sup>, Salvini P.<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> *Dipartimento di Ingegneria Meccanica – Università di Roma “Tor Vergata”*

<sup>2</sup> *Centro Sviluppo Materiali S.p.A. - Castel Romano (RM)*

<sup>3</sup> *Dipartimento di Meccanica, Strutture, Ambiente e Territorio – Università di Cassino*

## **Sommario**

*Il lavoro riguarda la definizione di un elemento di contorno complesso per lo smorzamento delle onde elastiche riflesse al bordo di un modello agli elementi finiti di un gasdotto interrato interessato da propagazione di frattura duttile longitudinale.*

## **Abstract**

*The paper deals with the definition of a special element to achieve the damping of elastic waves reflected from the edge of a finite element model of a buried gas pipeline interested by a longitudinal ductile fracture propagation.*

## **1. Introduzione**

L'attuale tendenza nel trasporto del gas naturale richiede linee in grado di assicurare maggiori portate sia innalzando i valori della pressione di esercizio, sia utilizzando tubazioni di maggiore diametro. In ogni caso ne risulta un aumento del livello di sollecitazione in termini di tensione circonferenziale, e la conseguente necessità di utilizzare tubazioni in acciaio di maggiore resistenza strutturale ma anche di maggiore tenacità. Le problematiche connesse con l'insorgere, e la successiva propagazione, di fratture lungo le tubazioni in pressione impongono dei vincoli progettuali che si dimostrano essere anche notevolmente restrittivi dal punto di vista dell'affidabilità complessiva dell'impianto. In particolare, operando a temperature al di sopra della FPTT (Fracture Propagation Transition Temperature, ASTM E436) è lecito supporre l'insorgere solo di fratture di carattere pienamente duttile. In tali condizioni, per tubazioni interrate a bassa profondità, la frattura può svilupparsi longitudinalmente in maniera stabile, ossia propagare ad una velocità costante interessando una notevole estensione della linea, anche per centinaia di metri.

Un primo criterio previsionale semi-empirico è stato proposto da Maxey [1], assumendo l'energia Charpy V come parametro rappresentativo della tenacità da cui dedurre la caratteristica di resistenza (*resistance force*) della condotta da confrontare con la caratteristica

di sollecitazione (*driving force*) determinata dalle leggi di decompressione del gas e dalla pressione di esercizio. Il principale svantaggio di questo approccio è connesso con l'uso di formule empiriche dedotte da prove di propagazione in piena scala; in tal caso le previsioni non possono essere estrapolate per condizioni diverse da quelle effettive di prova. Di conseguenza, l'impiego di nuove soluzioni progettuali, quali diametri o pressioni di esercizio maggiori, o semplicemente l'uso di acciai ottenuti da processi di produzione differenti, si scontra con le notevoli incertezze legate all'estrapolazione di un criterio semi empirico.

Il problema può essere affrontato mediante una modellazione strutturale *ad hoc* per la condotta interrata, al prezzo di introdurre criteri di meccanica della frattura sufficientemente validati, ma di semplice formulazione. Il fenomeno di propagazione in esame è caratterizzato da una dinamica elevata, connessa ad una estesa ed elevata plasticità. Si può utilizzare una metodologia di calcolo basata sugli elementi finiti con formulazione esplicita che, tuttavia, sia almeno in grado di contemplare l'insorgere dei seguenti fenomeni: propagazione duttile della frattura, decompressione del gas per effetto della lacerazione progressiva ed interazione tra tubo e terreno. In tale modo, essendo stati in grado di tarare la modellazione utilizzando i dati sperimentali pregressi, si ha il vantaggio di avere a disposizione un modello fisico che è capace di prevedere il comportamento in condizioni differenti rispetto a quelle di taratura. Una delle maggiori difficoltà, nello sviluppo di un tale modello, è determinata dall'impossibilità nell'uso di parametri convenzionali per il controllo della frattura. Precedenti ricerche, finanziate dall'AGA (American Gas Association) [2], hanno evidenziato la possibilità di utilizzare con successo, nella simulazione della propagazione di frattura duttile in gasdotti, il CTOA (Crack Tip Opening Angle) anche se al di fuori delle condizioni di dominanza degli altri parametri classici (quali il J-integral). L'uso del CTOA è compatibile con una modellazione molto meno accurata della zona di frattura e dunque che rende fattibile lo studio numerico di un fenomeno così complesso.

In determinate condizioni, la possibilità che si realizzi una propagazione stazionaria della frattura duttile è prevedibile dal confronto tra il valore del CTOA applicato (CTOAA) alla struttura nelle condizioni in esame ed il valore critico (CTOAc) che può essere determinato da prove DWTT (Drop Weight Tear Test) su provini in pieno spessore ([3]). La propagazione stazionaria è dunque teoricamente caratterizzata dall'uguaglianza tra il CTOAA ed il CTOAc. Al contrario, se questa condizione non risulta soddisfatta si presenta una propagazione instabile con possibilità di arresto ( $CTOAA < CTOAc$ ), oppure una propagazione con velocità crescente ( $CTOAA > CTOAc$ ) [4]. Questo criterio stabilisce invero delle condizioni asintotiche di comportamento, tuttavia esso è stato confortato dalle prove di propagazione di frattura duttile in tubazioni in piena scala costituite da tratti di tubo di tenacità crescente; si è osservato infatti che la frattura tende ad avanzare con velocità stabile oppure decrescente in accordo con le precedenti disuguaglianze.

Nel presente lavoro il CTOA applicato è calcolato a partire dall'angolo formato dai lembi di frattura in prossimità dell'apice. Tale definizione non è l'unica possibile, si veda ad esempio una diversa definizione in [5] dove il CTOA è calcolato come derivata totale del CTOD (Crack Tip Opening Displacement) rispetto all'avanzamento della cricca. Le due definizioni coincidono se la cricca propaga a velocità costante ([6]) ma nel secondo caso, è necessaria la corretta valutazione del CTOD possibile solo se si utilizza una accurata modellazione della zona attorno all'apice. Nel caso in esame, in cui la geometria non è piana, una ulteriore difficoltà si presenta per effetto della curvatura stessa. Sottoposti a pressione interna, i lembi di frattura sono espulsi verso l'esterno formando un angolo non nullo con il piano tangente al guscio non fratturato e passante nel punto di apice. Nel presente lavoro si è dovuto adottare un metodo di calcolo del CTOA in grado di eliminare l'influenza di tale effetto di espulsione;

operando una proiezione cilindrica del profilo di frattura sul guscio intatto si rende possibile il confronto con il CTOAc determinato in prove di laboratorio che utilizzano provini piani.

Come si è affermato in precedenza, lo studio si concentra sulle condizioni asintotiche di propagazione, pertanto risulterebbe necessario far propagare la cricca per un lungo tratto al fine di raggiungere una soluzione stazionaria. Inoltre, se la simulazione analizza un tratto non sufficientemente lungo, si manifesta l'insorgere di vibrazioni riflesse dai vincoli di estremità, assenti in una tubazione vera, da cui nascono perturbazioni che incidono in modo tutt'altro che trascurabile sui risultati. La simulazione di un tratto molto lungo, pari a quattro o cinque volte la lunghezza interessata dalla frattura, comporta d'altra parte un aggravio nei tempi di calcolo, già onerosi, assai significativo.

Considerando che nella realtà una condotta per il trasporto di gas naturale può essere ritenuta a ragione una trave di lunghezza infinita, la riduzione della geometria durante la simulazione introduce due effetti indesiderati. Il primo di questi è quello dovuto al riflesso delle onde elastiche, che si generano a causa degli elevati effetti dinamici e che propagano in direzione longitudinale nel tubo. Le onde elastiche, nei tubi in acciaio, viaggiano a velocità ben più alta di quella di una frattura duttile; quando raggiungono il bordo finale della geometria si riflettono e tornano a perturbare il risultato della simulazione. Nella realtà questo effetto si presenta solo in corrispondenza di discontinuità strutturali, quali dispositivi di arresto della frattura (*crack stopper*) e valvole di sicurezza. Di conseguenza, in assenza di questi ultimi, le onde continuano a propagarsi indefinitamente nella condotta allontanandosi dalla zona interessata dalla frattura.

Il secondo effetto indesiderato, legato alla riduzione della lunghezza del tubo modellato, è quello relativo alle condizioni al contorno da imporre all'estremità. A tale proposito, una condotta interrata può essere ben approssimata da una trave poggiata su fondazione elastica, perciò nel passaggio da una trave indefinita ad una di lunghezza finita, si devono garantire al bordo libero condizioni al contorno equivalenti in termini di rigidità.

Per risolvere questi due aspetti legati alla riduzione longitudinale del tubo, si è introdotto al bordo libero un piccolo tratto di tubo, di caratteristiche opportune, in grado di smorzare le onde elastiche e di garantire correttamente la rigidità al bordo del modello. Nel seguito tale tratto estremo verrà sinteticamente indicato con il termine *damper*.

Purtroppo, data la differente natura delle onde che si possono trasmettere (longitudinali e flessionali) la ricerca di un unico elemento finito standard con tali caratteristiche risulta vana. Come sarà discusso nel proseguo del lavoro, si vedrà che si può tuttavia conseguire tale risultato adoperando opportunamente una sequenza di elementi a caratteristiche ortotrope così da operare in maniera selettiva sulle onde longitudinali e trasversali. La conseguente estensione della mesh di calcolo, necessaria per il *damper*, resta comunque dell'ordine del diametro della condotta simulata.

## **2. Meccanica della frattura duttile: simulazione.**

La simulazione della propagazione della frattura in un programma agli elementi finiti richiede la definizione di una modalità di avanzamento della cricca oltre che una valutazione dei parametri di frattura dominanti. Essendo in primo luogo interessati a studiare le condizioni stazionarie, si può imporre una velocità costante di avanzamento dell'apice e determinare il relativo valore del CTOAa. Pertanto si può, quindi, ottenere l'andamento del CTOAa al variare della velocità della frattura (*CTOA-driving curve*) a partire da ipotetiche condizioni di stazionarietà della propagazione. Il valore di CTOAc del materiale, dello stesso spessore analizzato, viene preso in esame solo successivamente, dunque non ha alcuna influenza sui calcoli agli elementi finiti, se non per cercare a posteriori le possibili intersezioni con la

*CTOA-driving curve*. I punti di intersezione, se esistono, sono quindi possibili valori di velocità di propagazione stazionaria della frattura. Tuttavia, occorre anche verificare che i valori delle velocità così identificati siano “stabili”, nel senso che eventuali diminuzioni della velocità comportino sempre valori del  $CTOA_a$  superiori a quello critico. In pratica tale verifica si basa sul valore della derivata del  $CTOA_a$ .

Trattando di un meccanismo di frattura fortemente duttile, in accordo anche con quanto discusso in [7] a proposito di modelli di tipo coesivo, si può tenere conto di una zona di processo davanti all’apice della frattura mediante un meccanismo di estinzione delle forze nodali con l'accortezza di non introdurre instabilità durante l'integrazione esplicita. Pertanto, la rimozione del vincolo interno di continuità, al passaggio della frattura, deve avvenire con gradualità seguendo una legge di evoluzione ben determinata, la cui definizione influenza notevolmente i risultati ([8]). In alternativa, si potrebbero utilizzare modelli di danno locale che tengono conto della formazione di discontinuità, e dell’estinzione delle forze interne, in modo intrinseco nella stessa formulazione delle equazioni costitutive. Tuttavia il loro impiego non è possibile nell’analisi di una propagazione estesa, come nel caso dei gasdotti, poiché sarebbero altrimenti necessarie mesh di tale infittimento da comportare un impegno computazionale non realistico.

Il modello di frattura, utilizzato nel seguito, si basa quindi sulla tecnica di rilascio dei nodi, assumendo una ben determinata funzione di evoluzione delle forze, che mantiene costante il valore dell’energia specifica dissipata durante l’avanzamento ([9]). L’implementazione è basata sulla definizione di uno strato coesivo monodimensionale in cui compaiono due caratteristiche fondamentali: la dimensione  $\Delta$ , rappresentativa di una zona di processo duttile che avanza con l’apice della frattura; la legge di rilascio delle forze generalizzate che consente sia un rilascio graduale compatibile con la costanza dell’energia specifica, sia l’indipendenza di tale valore dalla dimensione della mesh in rapporto a  $\Delta$ . Si veda uno schema del modello in Figura 1. Si può mostrare come la dimensione  $\Delta$  sia deducibile dall’analisi di una semplice prova DWTT (Drop Weight Tear Test) come in [9]. In condizioni di propagazione stazionaria, ove  $CTOA_a = CTOA_c$ , l’energia specifica dissipata all’apice può essere facilmente messa in relazione con il valore di  $CTOA$  e di  $\Delta$ . Tale valore di energia è consistente con l’*essential work of fracture*, evidenziato da altri autori [10] per l’analisi della propagazione di frattura duttile.

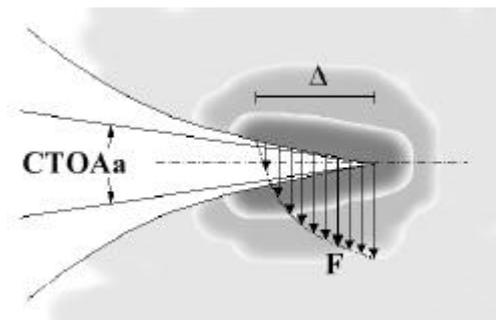


Figura 1: Schema del modello coesivo e definizione geometrica del  $CTOA$

### 3. Funzionamento del damper

Il *damper* è un piccolo tratto di tubo posto alla estremità della tubazione in studio. Esso deve soddisfare due esigenze: introdurre una rigidità comparabile a quella di un tubo interrato indefinitamente lungo e causare lo smorzamento rapido delle onde elastiche che si propagano davanti alla cricca. Quest’ultimo aspetto è particolarmente delicato in quanto i fenomeni dinamici che avvengono dopo il passaggio della cricca sono ovviamente di rilevante entità e

quindi provocano eccitazioni vibratorie corpose. E' stata prevista la generazione automatica del *damper* una volta fissata la geometria e la mesh del tubo, nonché le caratteristiche del terreno. Il risultato è una mesh complessiva come illustrato in Figura 2. In particolare, fatta salva la lunghezza del *damper*, che è fissata dalla rigidità equivalente, la generazione della mesh comporta anche l'automatico infittimento in corrispondenza del bordo di attacco con il tubo in esame.

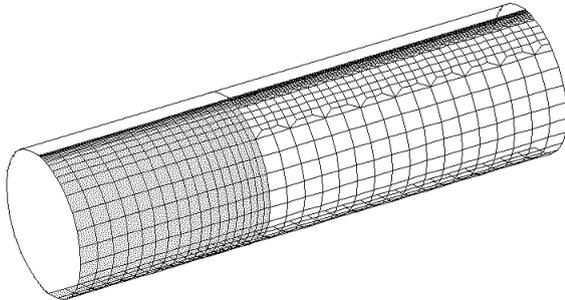


Figura 2: Mesh di un tratto di tubo con relativo damper (in grigio).

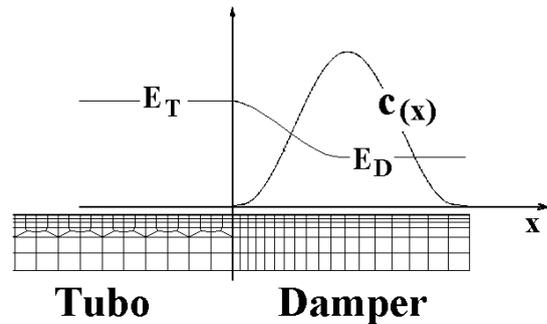


Figura 3: Modulo elastico assiale e coefficiente di smorzamento nel damper.

#### Assorbimento delle onde elastiche.

Per evitare che le onde elastiche longitudinali e trasversali siano riflesse dal bordo finale del tubo, queste devono essere totalmente assorbite nel *damper*. I parametri sui quali si agisce sono la distribuzione del modulo elastico ed il coefficiente di smorzamento viscoso. Uno studio preliminare è stato perciò condotto per identificare quale distribuzione consente la maggiore efficienza in termini di rapporto tra l'energia entrante e quella di ritorno. Lo studio parametrico condotto ha portato ad una scelta di distribuzione del coefficiente di smorzamento secondo una legge sinusoidale quadratica come indicato in Figura 3.

$$c(x) = c_{\max} \cdot \sin^2(x) \quad (1)$$

Tuttavia, tale legge dello smorzamento non consente di realizzare la contemporanea attenuazione delle onde longitudinali e trasversali utilizzando un unico elemento *shell* isotropo. Si tenga presente che le onde longitudinali e trasversali non hanno la stessa velocità di propagazione, il che comporta diversi valori per lo smorzamento critico. In pratica, se si mantiene un valore isotropo dello smorzamento, occorre richiedere caratteristiche elastiche longitudinali differenti da quelle flessionali ossia, utilizzando un unico elemento finito, introdurre valori distinti dei moduli elastici assiale e circonferenziale. L'elemento con cui è generato il *damper* è di tipo *shell* a quattro nodi, elastico, costruito secondo la formulazione di Belytschko et al [11] e con caratteristiche anisotrope nelle due direzioni principali.

Il modulo di Young circonferenziale è stato mantenuto uguale a quello del materiale del tubo cui il *damper* viene collegato, mentre quello longitudinale non rimane costante lungo il *damper* ma subisce un rapido decremento (di circa 50%) dopo la zona di attacco con il tubo in studio (Figura 3). Naturalmente, all'interfaccia è rispettata la continuità del modulo di Young al fine di realizzare due strutture con uguale impedenza, il che garantisce l'assenza di riflessioni dell'onda.

### Determinazione della rigidità del damper.

Il secondo importante aspetto del funzionamento del *damper*, è quello relativo alla modalità con la quale è necessario vincolare l'estremità del tubo per avere le stesse condizioni generate dalla parte di condotta che viene eliminata.

Durante la simulazione di una prova di scoppio il tubo si lacera e il gas, che fuoriesce dalla zona dei *flaps*, genera una forte spinta verso il basso. Essendo la condotta interrata essa poggia su una fondazione cedevole che si comprime in modo non uniforme in direzione assiale. Questo effetto genera una deformazione del tipo di quella schematizzata nella Figura 4 con un cedimento inferiore dell'ordine di 5-10 cm nella sezione d'apice

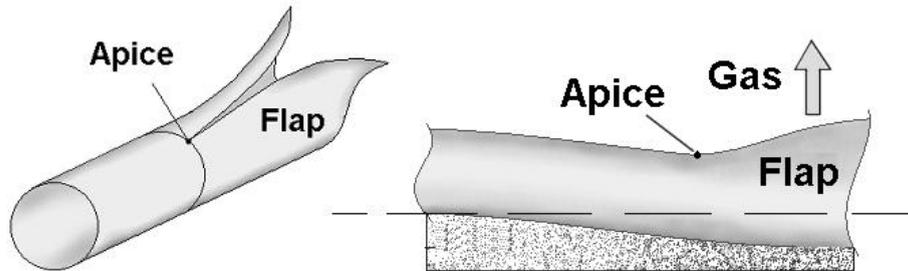


Figura 4: Deformazioni del tubo durante la propagazione della frattura

I carichi che agiscono sul tubo, per effetto dell'efflusso del gas, si possono stimare integrando la pressione che agisce su quegli elementi che, visti dall'alto nella zona di apertura dei *flaps*, formano il triangolo rappresentato in Figura 5. La legge di pressione, rispetto al valore sull'apice ( $P_{tip}$ ), è stata assunta come in[12]:

$$P = P_{tip} \exp\left[-(0.70 + 0.73g)\sqrt{0.75}(z/D)\sqrt{\tan J}\right] \quad (2)$$

Essendo  $\gamma$  l'esponente adiabatico per il gas (1.4 per l'aria) e gli altri simboli dati come in Figura 5. Mediante la (2) si possono facilmente calcolare le caratteristiche della sollecitazione nella sezione trasversale che contiene l'apice:

$$T_0 = 2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \int_0^{3D} P(z) \cdot z \cdot dz \quad ; \quad M_0 = 2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \int_0^{3D} P(z) \cdot z^2 \cdot dz \quad (3)$$

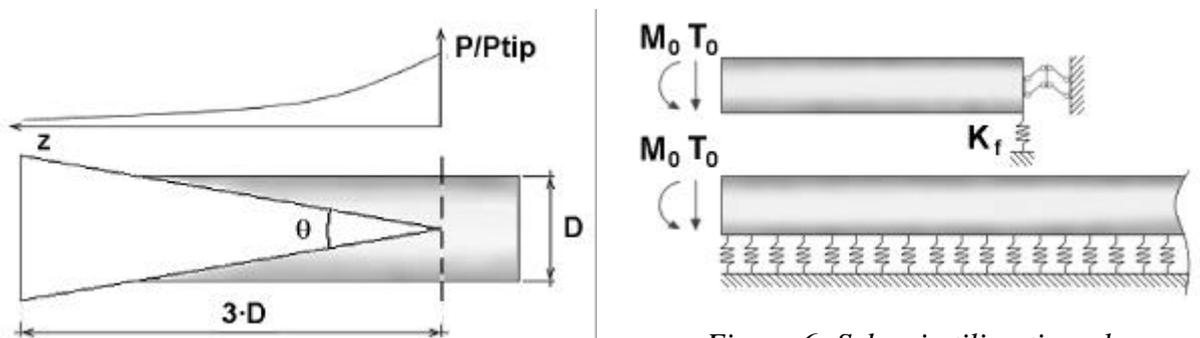


Figura 5: Schema per la valutazione dei carichi di pressione.

Figura 6: Schemi utilizzati per la determinazione della rigidità equivalente del damper.

Sostituendo una condotta infinita con il *damper*, si deve anche verificare che le condizioni al contorno, nella sezione di attacco *damper*-tubo, siano uguali a quelle di un tubo

indefinitamente lungo su fondazione elastica. In questo modo le due strutture schematizzate in Figura 6 devono avere la stessa rigidità.

Imponendo le (3) alla struttura di Figura 6 in basso, si ottengono l'abbassamento ( $s_\infty$ ) e rotazione ( $\phi_\infty$ ) della sezione di attacco immaginata come estremità di una trave infinita su fondazione cedevole.

$$s_\infty = \frac{1}{2} \frac{T_0 + bM_0}{E_T J b^3} \quad ; \quad \phi_\infty = \frac{1}{2} \frac{T_0 + 2bM_0}{E_T J b^2} \quad (4)$$

ove:

$$b = \sqrt[4]{\frac{k}{4 \cdot E_T J}} \quad (5)$$

In particolare  $E_T$  è il modulo elastico del tubo,  $J$  è il momento di inerzia della sezione trasversale rispetto ad un suo asse e  $k$  è il modulo di Winkler del terreno.

Applicando gli stessi carichi ad una trave equivalente al *damper* con un'estremità incastrata (Figura 6 in alto), si ottengono i ben noti valori degli spostamenti e rotazioni come funzione della lunghezza  $L_D$  e del minimo modulo elastico assiale  $E_D$ .

$$s_D = \frac{1}{E_D J} \left( \frac{1}{2} M_0 + \frac{1}{3} T_0 L_D \right) \quad ; \quad \phi_D = \frac{1}{E_D J} \left( M_0 L_D + \frac{1}{2} T_0 L_D^2 \right) \quad (6)$$

A questo punto si possono uguagliare le rotazioni date dalle seconde delle (4)-(6) e, di conseguenza, determinare la lunghezza  $L_D$  del *damper* (solitamente 1÷1.5 volte il diametro). Tuttavia appare evidente l'impossibilità di avere gli spostamenti uguali anche dalle prime delle (4)-(6). Per soddisfare quest'ultima condizione è possibile introdurre una cedevolezza elastica verticale in prossimità dell'incastro di estremità del *damper*. Il valore della rigidità ( $K_f$ ) del vincolo è imposto dalla condizione:

$$K_f = \frac{T_0}{s_\infty - s_D} \quad (7)$$

Risultano così completamente determinate le caratteristiche della trave che costituisce il *damper* insieme con la cedevolezza del vincolo di estremità che garantiscono uguale comportamento nella sezione di accoppiamento rispetto al tubo indefinito.

#### 4. Risultati

Nelle analisi che seguono si è fatto riferimento ad un caso relativo ad una tubazione modellata per una lunghezza di 15 m e con caratteristiche resistenziali e di geometria tipiche di un gasdotto di 56" di diametro. Per il controllo del flusso delle onde elastiche è stato monitorato, durante il calcolo, lo spostamento di un punto posto al centro del tubo in studio. Nei grafici che seguono sono confrontate le due configurazioni relative a differenti condizioni vincolari di estremità: tubo bloccato alla estremità davanti l'apice e tubo collegato mediante *damper*.

Una prima analisi è relativa allo smorzamento delle onde longitudinali dovute ad una forza impulsiva applicata nella direzione dell'asse tubo. In Figura 7 sono riportati gli spostamenti assiali del nodo di controllo nelle due configurazioni di vincolo anzidette. È ben visibile l'efficacia del *damper* che introduce un'attenuazione tale da ridurre sensibilmente la persistenza dei fenomeni vibratorii dopo poche riflessioni ( $T_r$  è il periodo della riflessione).

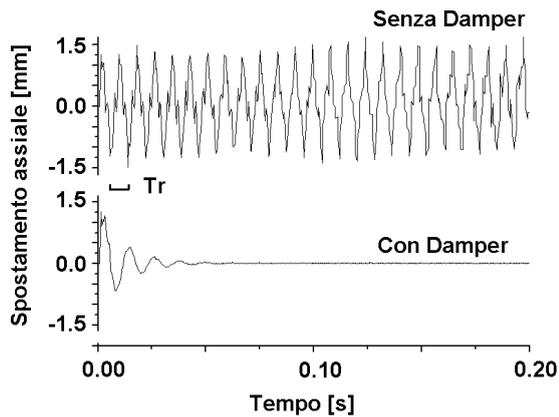


Figura 7: Risposta ad uno shock assiale.

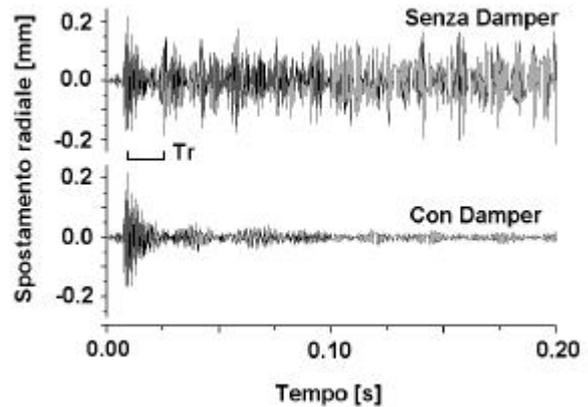


Figura 8: Risposta ad uno shock di pressione.

Analogamente, per entrambe le condizioni di vincolo, è stato imposto uno shock di pressione all'interno della condotta, tale da suscitare l'innesco di onde flessionali, e misurato lo spostamento radiale del nodo di controllo. In tale caso si pone in evidenza la più alta frequenza di oscillazione caratteristica di questo modo di vibrare, anche se le onde si propagano in modo molto più disordinato nel tempo. Questo risultato è peraltro fortemente atteso in quanto è ben noto che la velocità di propagazione delle onde flessionali dipende dalla frequenza di eccitazione. Inoltre, si osserva un ritardo iniziale di circa 8 ms dall'applicazione del carico all'arrivo della perturbazione nel punto di osservazione e la velocità di gruppo di tali onde risulta decisamente più bassa rispetto a quella delle onde longitudinali. La risposta del *damper*, in termini di attenuazione, è ancora estremamente efficiente impedendo, di fatto, qualsiasi riflessione significativa dall'estremità del tubo.

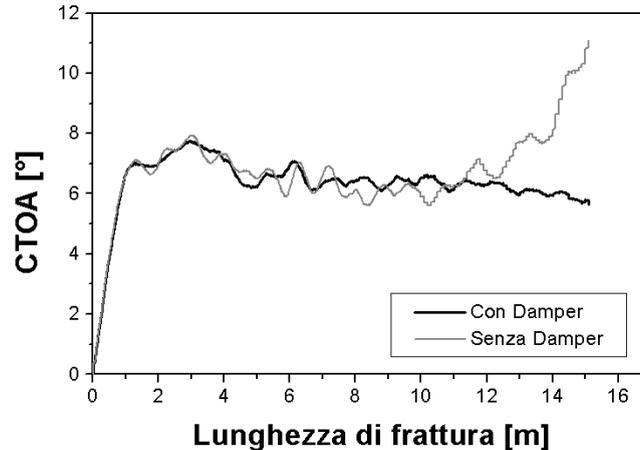


Figura 9: Andamento del valore del CTOA in un tubo con e senza damper

Per evidenziare come il calcolo applicato su un tubo di lunghezza finita possa alterare i risultati, è stata eseguita una simulazione che prevede la propagazione di una frattura longitudinale a 140 m/s in una condotta. In questo caso il controllo è stato eseguito sull'andamento del CTOA e sul raggiungimento delle condizioni stazionarie di propagazione. Come si vede dalla Figura 9, senza l'adozione del *damper* la soluzione risente maggiormente dei fenomeni vibratorii e non raggiunge un valore stabile ben definito. Si tenga tuttavia presente che al fine di rendere le due simulazioni comunque confrontabili si è isolato l'effetto del terreno bloccando la generatrice inferiore del tubo.

In conclusione, la mancata adozione del *damper* obbliga, nella simulazione, all'impiego di una mesh di calcolo estesa ben oltre il tratto di tubo interessato dalla frattura; pertanto ne consegue un appesantimento del modello e dei tempi di calcolo.

## 5. Conclusioni

E' stato sviluppato con successo un modello agli elementi finiti in grado di esaminare una tubazione di lunghezza indefinita interrata interessata da una frattura longitudinale con un modello di dimensioni finite, senza che ciò alteri la qualità dei risultati. Il risultato è stato conseguito mediante l'introduzione di una piccola zona a smorzamento controllato che comporta un minimo incremento al numero di gradi di libertà complessivi.

Il *damper* comporta un altro ulteriore vantaggio di cui non si è potuto discutere nel presente lavoro, ma che costituisce una delle ragioni del suo sviluppo. Esso infatti apre la strada alla possibilità di valutare la propagazione di una cricca su un tratto di tubazione molto lungo, in cui siano presenti anche crack stopper od elementi di discontinuità, permettendo al solutore di computare il modello per successivi tratti limitati della struttura, con enormi benefici nei tempi di calcolo.

## Bibliografia

1. Maxey, W.A., *Fracture initiation, propagation and arrest*, 5<sup>th</sup> Symposium on Line Pipe Research, AGA, 1974.
2. AGA contract nos. PR-15-9121 and PR-15-9209, The development and validation of a ductile fracture analysis model, final report 1994.
3. Demofonti, G., Buzzichelli, G., Venzi, S., Kanninen, M.F., *Step by step procedure for the two specimen CTOA test*, Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. Pipeline Technology, Vol. II, Ostend 1995.
4. Kanninen et al, *Elastic-plastic fracture mechanics for two dimensional stable crack growth and instability problems*, ASTM STP 668, 1979.
5. Rice, J.R., Sorensen, E.P., *Continuing crack-tip deformation and fracture for plane-strain crack growth in elastic-plastic solids*, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 26, pp. 163-186, 1978.
6. Achenbach, J.D., Dunayevsky, V., *Field near a rapidly propagating crack-tip in an elastic perfectly-plastic material*, J. Mech. Phys. Solids V. 29, No. 4, pp.283-303, 1981.
7. Feng, H., Wnuk, M.P., *Cohesive models for quasistatic cracking in inelastic solids*, Int. Journ of Fract., Vol.48, pp.115-138, 1991.
8. Rydholm, G., Fredriksson, B., Nilsson, F., *Numerical investigation of rapid crack propagation*, Proc. 1<sup>st</sup> Int. Conf. Numerical Methods in Fracture Mechanics, Swansea (UK), 1978.
9. Salvini, P., Mannucci, G., Berardo, G., *A Fracture Process Zone model for CTOA analysis*, Int. Conf. on Fracture and Damage Mechanics 1999, Queen Mary and West field College University of London, 27 – 29 July 1999 London (UK).
10. Cotterell, B., Reddel, J. K., *The essential work of plane stress fracture*, Int. J. of Fracture, No. 13, pp. 267-277, 1977.
11. Belytschko, T., Lin, J.I., Tsay, C.S., *Explicit algorithms for nonlinear dynamics of shells*, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol. 42, pp. 225-251, 1984.
12. Alder, G.M., *Gas discharge through propagating ductile fractures in high pressure pipelines*, University of Edinburgh, 1974.