

CRITERIO DI VALUTAZIONE DEL J-INTEGRAL PER MATERIALI ETEROGENEI

A. Masnata¹, G. Megna², A. Pasta²

¹ *Dipartimento di Tecnologia e Produzione Meccanica, Univ. di Palermo, Viale delle Scienze*

² *Dipartimento di Meccanica e Aeronautica, Università di Palermo, Viale delle Scienze
masnata@dtpm.unipa.it – megna@dima.unipa.it - pasta@dima.unipa.it*

Sommario

Il lavoro propone un modello numerico in grado di descrivere l'avanzamento di una cricca in una giunto saldato di cui non sono conosciute a priori le proprietà meccaniche puntuali. In particolare nota la curva sperimentale $J = J(a)$, ricavata da un provino CT per data lunghezza di cricca a_0 e valore del carico applicato, l'algoritmo correla la variazione dell'energia potenziale alla variazione dell'integrale J .

La ricerca dei valori delle proprietà elasto-plastiche di zone predefinite e ricavate da una analisi metallografica, avviene mediante la minimizzazione di un opportuno funzionale errore; quest'ultimo correla il dato sperimentale con quello numerico fornito da un codice di calcolo agli elementi finiti, con procedura iterativa.

I risultati ottenuti, per due diversi valori di carico che determinano un avanzamento stabile della cricca confermano la bontà dell'approccio seguito.

Abstract

In this paper a numerical model that allows describe the crack propagation in a welded joint with unknown local mechanical properties is proposed. In particular once the experimental $J=J(a)$ curve in a CT specimen is determined for a a_0 crack length and an applied load level, the proposed algorithm correlates the potential energy variation to the J integral value.

The evaluation of the elasto-plastic properties, for specified sites obtained from a metallographic analysis, is done by means of an appropriate functional error, which correlates the experimental datum with the numerical one calculated by iterativa FEM analysis.

The results, obtained for two different load levels determining a stable crack propagation, confirm the accuracy of the developed procedure.

Introduzione

Come è noto una giunzione saldata è caratterizzata da macroscopiche eterogeneità nelle proprietà meccaniche come la tensione di snervamento e il coefficiente di incrudimento in zona termicamente alterata (ZTA) e in zona fusa (ZF) rispetto al materiale base (MB). L'eterogeneità in ZTA, per data composizione chimica del materiale base, è essenzialmente dovuta al ciclo termico di riscaldamento e raffreddamento che si origina durante il processo di saldatura. Più complesso è il caso della ZF ove le proprietà meccaniche dipendono dalla composizione chimica del metallo d'apporto, dal numero di passate, dal rapporto di diluizione, ecc. [1].

La determinazione puntuale delle proprietà meccaniche risulta alquanto complessa in ZTA sia per l'esigua dimensione di tale zona (normalmente compresa tra 1,5 e 3 mm) sia per la presenza al suo interno di microstrutture con differente dimensione del grano. Parimenti in zona fusa ogni passata di saldatura provoca la parziale rifusione della passata precedente con la conseguente comparsa di una zona alterata e di una diversa orientazione delle strutture interdendritiche.

La presenza di zone a differente comportamento meccanico, implica la dipendenza del calcolo dell'integrale J dalle proprietà puntuali del giunto e la nascita di uno stato tensionale all'apice della cricca funzione della posizione della stessa [2]. Tale problema, per la sua complessità, è stato affrontato analizzando l'evoluzione di una cricca qualora la stessa si propaghi nell'interfaccia di due materiali omogenei e dissimili [3, 4] e nel caso di avanzamento ortogonale alla superficie di separazione [5 - 7] ma sempre in presenza di proprietà note dei materiali costituenti l'elemento considerato.

Come in precedenza evidenziato nel caso di giunzioni saldate le proprietà meccaniche variano puntualmente e non sono di facile determinazione sperimentale, circostanze queste che rendono inapplicabili i modelli sopra proposti. Un diverso approccio consiste nel determinare con metodo inverso [8, 9] sia la dinamica di evoluzione di una cricca che la variazione delle caratteristiche elastiche e plastiche delle diverse strutture costituenti la ZTA e ZF. In tale direzione il presente lavoro propone un modello numerico in grado di correlare la variazione dell'energia potenziale al progredire di una cricca quando la stessa interessa zone morfologicamente diverse. La ricerca delle proprietà del materiale avviene mediante un algoritmo di minimizzazione di un funzionale energetico fra la curva numerica $J(a)$ e la corrispondente ricavata sperimentalmente, per dato livello di carico, su provino CT in cui è presente un giunto saldato, nell'ipotesi di avanzamento della discontinuità lungo un percorso predefinito. Tale condizione simula la nascita e la propagazione di una cricca nel caso di difetti di saldatura come la mancanza di penetrazione al vertice e/o al cuore ed ancora il caso di una cricca con origine nel MB, come di sovente avviene per le saldature undermatching.

Modello di identificazione

Come è noto il valore assunto dall'integrale J (proposto inizialmente da Rice [10] e verificato sperimentalmente da Begley e Landes [11]) è strettamente correlato alla variazione di energia potenziale determinata dall'avanzamento della cricca; in particolare se con a si indica la dimensione del difetto e con U l'energia potenziale presente per una data condizione di carico di un componente di spessore S , è possibile scrivere:

$$J = -\frac{1}{S} \cdot \frac{dU}{da} \quad \text{dove} \quad U = \int_A W(x, y) dA - \int_l T_i \cdot u_i \cdot ds \quad (1)$$

Con riferimento alla Figura 1, se si esegue una sconnessione ideale lungo determinate *paths* del provino CT è possibile individuare tre zone omogenee per le quali potremo scrivere:

$$U_i = \int_{A_i} W \cdot dA_i - \int_{\sum (I+\Gamma)} T_i \cdot u_i \cdot ds \quad (2)$$

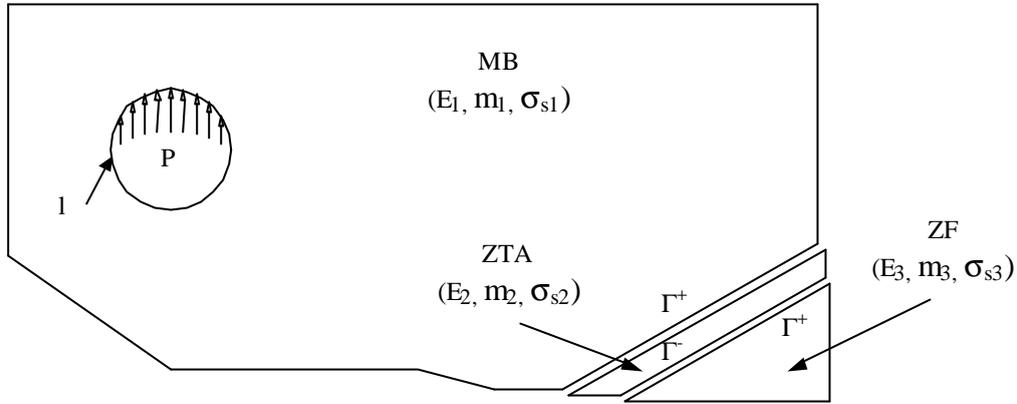


Figura 1

Provino CT – percorso di sconnessione per la zona termicamente alterata (ZTA) e fusa (ZF).

Con l si identifica l'insieme dei contorni sollecitati del modello mentre con \tilde{A} quelli relativi all'interfaccia fra le varie zone costituenti il giunto. Poiché in ogni punto appartenente alle linee di sconnessione si ha l'equilibrio e la congruenza ne consegue:

$$\int_{I_j^+} T_i \cdot u_i \cdot ds = \int_{I_j^-} T_i \cdot u_i \cdot ds \quad (3)$$

l'energia potenziale totale del sistema è esprimibile come:

$$U = \sum_{i=1}^3 U_i = \sum_{i=1}^3 \int_{A_i} W \cdot dA - \int_{I_1} T_i \cdot u_i \cdot ds \quad (4)$$

Le equazioni costitutive vengono espresse dalla *piecewise hardening law* [11]

$$\mathbf{e}_{eqv} = \frac{\mathbf{s}_{eqv}}{E} \quad \text{se } \mathbf{s} \leq \mathbf{s}_s ; \quad \mathbf{e}_{eqv} = \frac{1}{E} \cdot \frac{\mathbf{s}_{eqv}^m}{\mathbf{s}_s^{m-1}} \quad \text{se } \mathbf{s} > \mathbf{s}_s ; \quad (5)$$

Se con indice e si identificano le zone che, per data dimensione della cricca, risultano in condizioni elastiche e con p quelle dove invece il comportamento è divenuto elasto-plastico possiamo affermare che:

$$U_e = S \cdot \left\{ \sum_{i=1}^3 \int_{A_{e_i}} \frac{1}{E_i} \cdot \left[\left(\frac{1+n}{3} \right) \mathbf{s}_{eqv}^2 + \left(\frac{3 \cdot (1-2n)}{2} \right) \cdot \mathbf{s}_{med}^2 \right] \cdot dA_i - \frac{1}{E_i} \cdot \left[\int_{I_1} \mathbf{s}_y \int (\mathbf{s}_y - n \mathbf{s}_x) \cdot dy \cdot dx + \int_{I_1} \mathbf{s}_{xy} \int (\mathbf{s}_y - n \mathbf{s}_x) \cdot dy \cdot dy \right] \right\} \quad (6)$$

$$U_p = S \cdot \left\{ \sum_{i=1}^3 \left[\left(\frac{1+i}{3} - \frac{m_i}{m_i+1} \right) \cdot \frac{\dot{\sigma}_{s,i}^2}{E_i} \cdot A_{p,i} + \frac{m_i}{m_i+1} \cdot \frac{1}{E_i} \cdot \dot{\sigma}_{s,i}^{1-m_i} \cdot \int_{A_{p,i}} \dot{\sigma}_{eqv}^{m_i+1} \cdot dA_{p,i} \right] \right\} \quad (7)$$

con B_i e C_i rispettivamente i termini della (6) relativi agli integrali di superficie e a quelli di linea e con D_i, F_i i termini relativi all'espressione (7); ricordando la (1) avremo:

$$J = - \sum_{i=1}^3 \frac{d(B_i + C_i + D_i + F_i)}{da} \quad \text{con} \quad C_2 = C_3 = 0 \quad (8)$$

La dipendenza dell'integrale J dalle proprietà meccaniche del giunto, per data configurazione di carico e vincolo e per data dimensione della cricca, può essere espressa mediante la seguente relazione:

$$dJ = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial J}{\partial E_i} \cdot dE_i + \frac{\partial J}{\partial m_i} \cdot dm_i + \frac{\partial J}{\partial \mathbf{s}_{s_i}} \cdot d\mathbf{s}_{s_i} \quad (9)$$

La (9) esprime, a parità di ogni altra condizione, la differenza di valore che l'integrale J assume quando si considerino giunti di diversa natura; ovviamente la determinazione di tale parametro richiede la caratterizzazione preliminare della zona saldata mediante analisi metallografica. La precedente relazione consente la ricerca delle proprietà meccaniche puntuali, nota che sia la curva sperimentale $J_s = J_s(a)$, minimizzando, per ogni dimensione della cricca a^* , l'errore definito come $\mathbf{d} = J_s(a^*) - J_n(a^*)$. La condizione di convergenza sarà ottenuta imponendo variazioni delle proprietà meccaniche alla iterazione $k+1$ rispetto alla precedente iterazione k , tale che risulti $\mathbf{d}_{k+1} < \mathbf{d}_k$.

Combinando opportunamente la (8) con (9) si ottiene in forma esplicita la relazione che lega le variabili $\Delta E_{i,k} - \Delta m_{i,k} - \Delta \mathbf{s}_{s_i,k}$, (con $i=1,2,3$) al funzionale errore δ per ogni simulazione numerica k e per ogni avanzamento della cricca h :

$$\mathbf{d}_{k,h} = - \frac{1}{\Delta a_h} \left\{ \sum_{i=1}^3 \left[- \frac{1}{E_i} \cdot (\Delta(B+C+D+F))_{i,k,h} \cdot \Delta E_{i,k+1} + \left(\frac{1}{m_{i,k} \cdot (m_{i,k} + 1)} \cdot (\Delta F)_{i,k,h} - \left(\frac{3}{(1+n) + (2n-1)m_{i,k} + (n-2)m_{i,k}^2} \right) \cdot (\Delta D)_{i,k,h} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \Delta_{i,k,h} \int_{A_{p_i}} \left(\frac{m_{i,k} \cdot \mathbf{s}^{m_{i,k}+1}}{(m_{i,k} + 1) \cdot \mathbf{s}_{s_i,k}^{m_{i,k}-1}} \cdot \log \left(\frac{\mathbf{s}}{\mathbf{s}_{s_i,k}} \right) \right) \cdot dA \right] \cdot \Delta m_{i,k+1} + \left(\frac{2}{\mathbf{s}_{s_i,k}} \cdot (\Delta D)_{i,k,h} + \frac{(1-m_{i,k})}{\mathbf{s}_{s_i,k}} \cdot (\Delta F)_{i,k,h} \right) \cdot \Delta \mathbf{s}_{s_i,k+1} \right\} \quad (10)$$

Modello di simulazione numerica

La determinazione dei coefficienti B, C, D, F, G (integrale di superficie), presenti nella (10), per ogni zona in cui si è suddivisa la geometria del giunto, e dell'integrale J , in funzione dell'avanzamento della cricca, è stata condotta utilizzando il codice agli elementi finiti ANSYS 5.4, mediante una particolare user-subroutin il cui schema è riportato in Figura 2.

Nel dettaglio, l'algoritmo consente di definire le proprietà meccaniche di primo tentativo da assegnare alle diverse zone che costituiscono il giunto, procedendo poi all'aggiornamento delle stesse in relazione dei risultati ottenuti dal modello di ottimizzazione; quest'ultimo opera la ricerca del minimo mediante una macro sviluppata all'interno del codice *Matlab*, secondo:

$$\min \left[\mathbf{d}_{k,h} - \sum_{i=1}^3 [H]_i \cdot \begin{pmatrix} \Delta E_{i,k,h} \\ \Delta m_{i,k,h} \\ \Delta \mathbf{s}_{s_i,k,h} \end{pmatrix} \right] \quad (11)$$

Dove $[H]_i$ è il vettore dei coefficienti ricavabile dalla (10).

La convergenza è ottenuta attraverso iterazioni successive fino a quando risulta verificata la condizione $\varepsilon_{k,h} < \varepsilon^*$ che esprime la differenza fra la curva numerica e quella sperimentale. Ad

ogni iterazione la user-saubroutine opera il remeshing e contestualmente incrementa, di quantità Δa , la dimensione della cricca, sconnettendo i nodi relativi al fronte di propagazione.

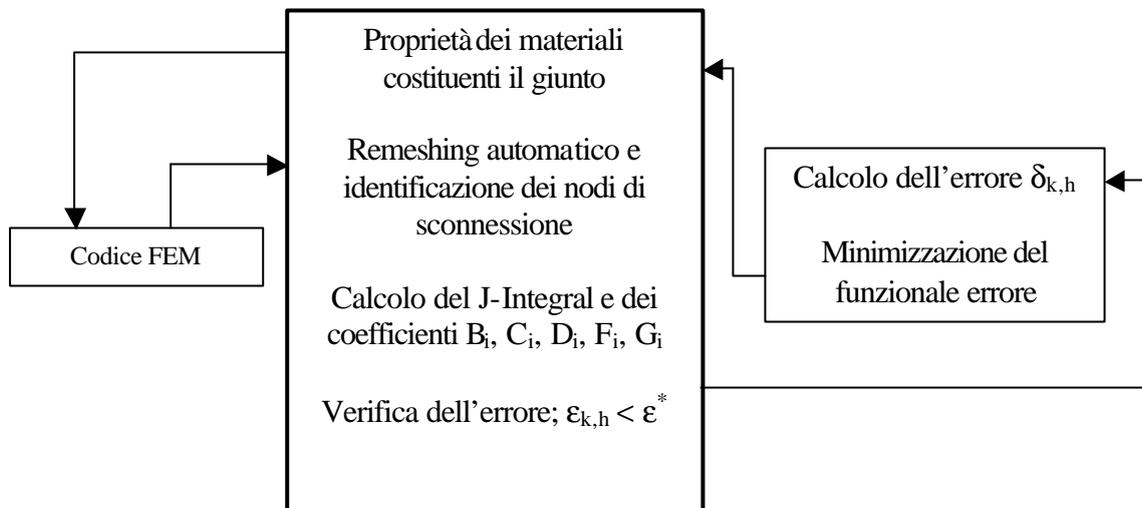


Figura 2

Schema funzionale degli algoritmi di minimizzazione dell'errore e ricerca delle proprietà meccaniche in ZTA e ZF

Verifica del modello

La verifica del modello proposto è stata eseguita accertando da un lato la capacità di previsione dell'evoluzione della cricca in zone morfologicamente diverse, dall'altro il confronto tra i dati numerici e quelli sperimentali relativi alle proprietà meccaniche delle diverse zone costituenti il giunto saldato. Al riguardo sono stati ricavati numerosi provini CT ($W = 38 \text{ mm}$) su cui è stato eseguito un cianfrino a "V" (avente angolo di 60° e profondità di 10 mm), procedendo poi al riempimento con saldatura ad elettrodi rivestiti; sia i parametri tecnologici che operativi sono stati scelti in modo da realizzare un giunto di tipo "overmatching". Contestualmente sono stati adottati cicli termici di riscaldamento e raffreddamento tali da generare strutture perlitico-trostitiche in ZTA, realizzando in tal modo un significativo incremento della tensione di snervamento e del coefficiente di incrudimento rispetto alla struttura perlitica a bande del MB. Ulteriori prove sono state svolte per la caratterizzazione delle proprietà meccaniche nel MB e in ZF con il prelievo di provini di trazione di tutto metallo di apporto.

Le prove di meccanica della frattura sono state eseguite in accordo alla procedura proposta da [12], rilevando, per differenti lunghezze della discontinuità (con incrementi di $0,5 \text{ mm}$) le curve $J(a)$ per due diversi livelli di carico. Più in dettaglio per ogni lunghezza iniziale di cricca si è proceduto a determinare le curve carico spostamento e quindi l'energia potenziale connessa; per dato valore dello spostamento dei punti di applicazione del carico è stata determinata, numericamente, la $U(a)$. Preliminarmente è stata condotta un'analisi metallografica volta ad individuare la geometria della ZTA e ZF, eseguendo l'acquisizione ed il trattamento dell'immagine; tale indagine ha consentito inoltre di scartare quei provini che presentavano una differenza, in termini di area, del 5%.

La simulazione numerica è stata condotta imponendo incrementi della lunghezza della cricca di una quantità Δa ; per ogni incremento si è proceduto alla determinazione $J_n(a)$. A questo riguardo la Figura 3b mostra lo stato tensionale equivalente presente quando l'apice della cricca è prossimo all'interfaccia tra la zona termicamente alterata e la zona fusa. Si noti come la presenza di una zona con caratteristiche elasto-plastiche diverse dal MB genera una significativa variazione del campo tensionale (zona plastica) all'apice della cricca, Figura 3.a.

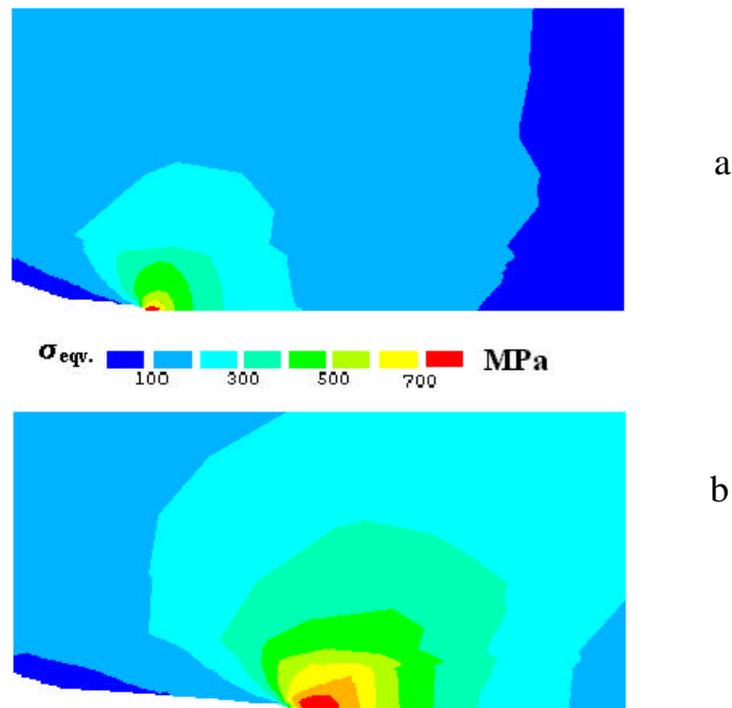


Figura 3

Tensione equivalente all'apice della cricca per $a=20,5$ mm (Fig. 3a) - MB e nel caso di fronte della cricca corrispondente all'interfaccia ZTA - ZF (Fig. 3b, $a=25$ mm)

Analisi dei risultati e conclusioni

I risultati sperimentali e quelli numerici (a tratto continuo) sono mostrati in Figura 4, ove per un $\Delta a = 2$ mm la curva sperimentale mostra una prima significativa variazione delle pendenze; a questo stadio di crescita, corrispondente ad una lunghezza della cricca di 21,5 mm, la zona plastica presente all'apice della cricca si espande, interessando la ZTA. Dal confronto delle curve, per i due livelli di carico, si evidenzia un errore molto contenuto ed indipendente dal valore di forza esterna applicata.

Più marcate differenze dei valori puntuali del parametro $J(a)$, comunque inferiori al 14%, sono presenti in ZTA; tali differenze trovano origine nella presenza in tale regione di strutture morfologicamente diverse come la zona a grano ingrossato, a grano fine e la zona intercritica, che si originano per effetto del ciclo termico di riscaldamento e di raffreddamento [13]. In particolare nella zona intercritica si manifesta un incremento localizzato, rispetto all'andamento medio in ZTA, sia della tensione di snervamento che del coefficiente di incrudimento, con la conseguente formazione di un flesso nella curva $J(a)$. Più contenute differenze si registrano in ZF allorché l'apice della cricca interessa tratti in cui la successiva passata di saldatura ha prodotto un nuovo ciclo termico nel materiale sottostante.

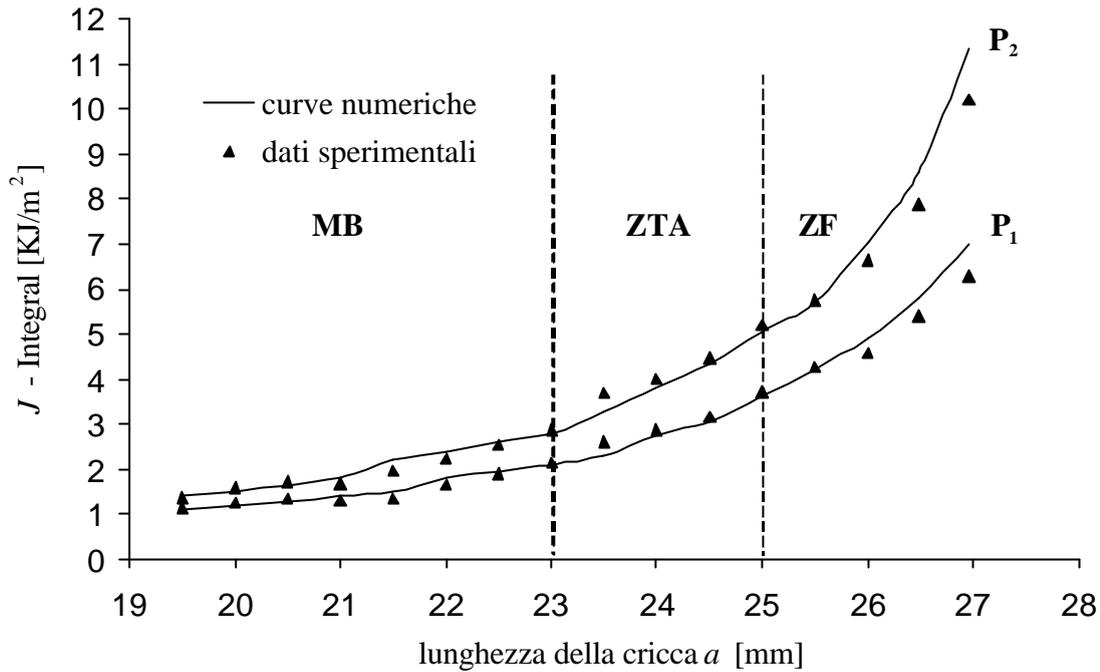


Figura 4

Confronto fra i risultati sperimentali e numerici per i livelli di carico $P_1 = 8,15$ KN e $P_2 = 9,5$ KN

Prove di indentazione non evidenziano significative variazioni del valore della microdurezza in tali zone; deve pertanto ritenersi più influente, sulla diversa velocità di propagazione della discontinuità, la variazione della microstruttura che non risulta più orientata e che interviene solo nella modifica puntuale del coefficiente di incrudimento.

Per quanto concerne le proprietà elasto-plastiche del MB e della ZF, il modello ha fornito valori molto prossimi a quelli ottenuti sperimentalmente, Tabella 1, con una differenza percentuale massima del 13,3 % per il coefficiente di incrudimento in ZF.

Tabella 1

Confronto delle proprietà meccaniche delle diverse zone costituenti il giunto; con il pedice "s" si è indicato il dato sperimentale.

	MB		ZTA		ZF	
E [N/mm ²]	210.083 _s	212.570	-	229.850	216.050 _s	218.450
S_s [N/mm ²]	398,5 _s	408,9	-	559,5	448,5 _s	458,3
m	7,14 _s	7,68	-	9,05	5,5 _s	6,23

I risultati ottenuti mostrano la bontà dell'approccio seguito nel determinare il valore puntuale del funzionale J in un componente eterogeneo, quale una giunzione saldata, unitamente alle caratteristiche meccaniche. Tale metodica consente di ovviare all'esecuzione di prove sperimentali su componenti in cui vengono simulati cicli termici corrispondenti a quelli che si realizzano nel corso della saldatura; simulazioni che comunque non sono in grado di valutare le repentine variazioni della morfologia micro strutturale, specie in ZTA.

Bibliografia

- [1] Lancaster J. F., "*Metallurgy of welding*", Dd. Allen & Unwin, **1980**
- [2] Shih C., Asaro R., "*The Elastic-Plastic Analysis of Cracks in Bimaterial Interfaces : Part III – Large-Scale Yielding*", Journ. of Applied Mechanics, **58**, 450 – 463, **1991**
- [3] Fraisei I., Schmit F., "*Use of J-integral as fracture parameter in simplified analysis of bonded joints*", Int. Journ. of Fracture, **63**, 59 – 73, **1993**
- [4] Creteigny L., Saxena A., "*Fracture toughness behaviour of weldments with mismatched properties*", Int. Journ. of Fracture, **92**, 119 – 130, **1998**
- [5] Kikuki M., "*Ductile crack growth behavior of welded plate*", Int. Journ. of Fracture, **78**, 347 – 362, **1996**
- [6] Chen D., "*Plane elastic problem of a crack normal to and terminating at bimaterial interface of isotropic and ortotropic half plates*", Int. Journ. of Fracture, **88**, 393 – 406, **1997**
- [7] Choi H., Lee K., "*Collinear cracks in a layred half plane with a graded non omogeneous interface zone Part I*", Int. Jour. of Fracture, **94**, 103 – 122, **1998**
- [8] Kiara J., "*Same experiences and perspective of inverse analysis of the problem in metal forming engineering*", NINIFORM, 87-93, **1995**
- [9] Ghouati O., Gelin J., "*Gradient based methods, genetic algorithms and finite element method for the identification of material parameters*", NINIFORM, 157-162, **1998**
- [10] Rice J., "*Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture*", Fracture – An advanced treatise, Vol. II, H. Liebowitz, Academic Press, 191-308, **1968**
- [11] Azzabi K., Luxmoore A., Lee M., "*J-Integral estimation for single edge notch specimens in tension*", Int. Journ. of Fracture, **63**, 75 – 87, **1993**
- [12] Begley J., Landes J., "*The J-Integral as a Fracture Criterion*", Fracture Toughness, ASTM STP 514, 24-39, **1972**
- [13] Saxena A., "*Nonlinear fracture mechanicis for engineers*", Ed. CRC Press, 162 - 170, **1998**