

VALIDAZIONE DI UN CRITERIO DI RESISTENZA A FATICA MULTIASSIALE FONDATO SULL'INDIVIDUAZIONE DI UN PIANO DI VERIFICA

L. Susmel

Dipartimento Ingegneria Meccanica, Università di Padova, Via Venezia 1 - 35131 Padova
susmel@dim.unipd.it

Sommario

In questo lavoro viene presentato un criterio di verifica a fatica multiassiale basato sull'utilizzo di un piano di verifica e di un diagramma di Wöhler modificato ed applicabile a componenti, sia lisci che intagliati, sollecitati da carichi in fase ad ampiezza costante. La metodologia proposta viene, infine, validata a mezzo di dati sperimentali rintracciati in letteratura.

Abstract

This paper presents a multiaxial life estimation technique based on critical plane approach and a modified Wöhler diagram. The model has been validated with a set of experimental data obtained from the literature and it can be applied to smooth and notched components subjected to in-phase constant amplitude loads.

1. Sistemi di riferimento

Per semplicità si consideri un provino cilindrico e si introduca un sistema di riferimento assoluto $Oxyz$ avente l'origine in un punto O della superficie ritenuto critico per la resistenza

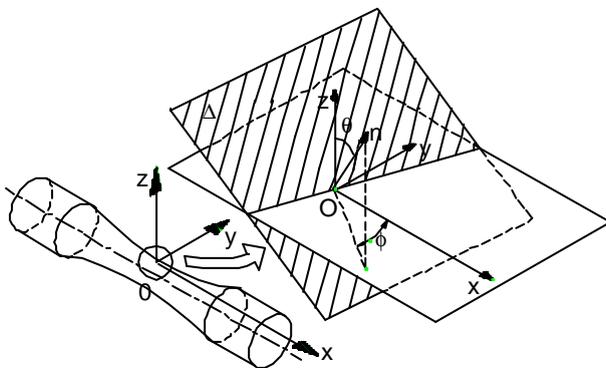


Figura 1
Sistema di riferimento assoluto

a fatica (fig. 1). Definito il sistema di riferimento assoluto, un generico piano Δ di normale \mathbf{n} e passante per O può essere individuato a mezzo degli angoli ϕ e θ (fig. 1): l'angolo ϕ è l'angolo formato dalla proiezione della normale \mathbf{n} a Δ sul piano xy e l'asse delle x , mentre l'angolo θ è l'angolo formato dalla normale \mathbf{n} a Δ e l'asse delle z . Grazie alle assunzioni fatte gli infiniti piani passanti per O possono essere esplorati facendo variare ϕ e θ rispettivamente tra 0 e 2π e tra 0 e π [3].

SIMBOLOGIA			
Oxyz	= sistema di riferimento assoluto	$\sigma_{n,\min}$	= valore minimo della tensione normale ad un piano
Oabn	= sistema di riferimento di piano	$\epsilon_{n,a}$	= ampiezza della deformazione normale ad un piano
ϕ, θ	= angoli individuanti la posizione di un piano nello spazio	σ_1^{\max}	= massimo valore della tensione principale
ϕ^*, θ^*	= angoli individuanti la posizione del piano di verifica (o critico) nello spazio	$\Delta\epsilon_i$	= range di variazione della deformazione principale massima
$\sigma_{x,a}$	= ampiezza della componente di tensione in direzione x	ρ	= rapporto tensionale del piano di verifica
$\sigma_{x,m}$	= valore medio della componente di tensione in direzione x	$\tau_{a,G}$	= ampiezza della tensione di piano corrispondente al ginocchio della curva di Wöhler modificata
$\sigma_{y,a}$	= ampiezza della componente di tensione in direzione y	k_τ	= pendenza delle curve nel piano di Wöhler modificato
$\sigma_{y,m}$	= valore medio della componente di tensione in direzione y	N_f	= numero di cicli a rottura
$\tau_{xy,a}$	= ampiezza della componente di torsione	$N_{f,\text{stima}}$	= numero di cicli a rottura stimati
$\tau_{xy,m}$	= valore medio della componente di torsione	N_G	= numero di cicli a rottura corrispondente al ginocchio della curva di Wöhler modificata
λ	= $\sigma_{x,a}/\tau_{xy,a}$	P_S	= probabilità di sopravvivenza
K_t	= coefficiente di concentrazione delle tensioni	T_σ	= $\tau_{a,G}(P_S=90\%)/\tau_{a,G}(P_S=10\%)$
τ_a	= ampiezza della tensione tangenziale agente su un piano	E	= modulo di elasticità
τ_m	= valore medio della tensione tangenziale agente su un piano	G	= modulo di elasticità tangenziale
γ_a	= ampiezza della deformazione tangenziale agente su un piano	σ'_f	= coefficiente di resistenza a fatica
$\sigma_{n,a}$	= ampiezza della tensione normale ad un piano	ϵ'_f	= coefficiente di duttilità a fatica
$\sigma_{n,m}$	= valore medio della tensione normale ad un piano	b	= esponente di resistenza a fatica
$\sigma_{n,\max}$	= valore massimo della tensione normale ad un piano	c	= esponente di duttilità a fatica
		τ'_f	= coefficiente di resistenza a fatica a taglio
		γ'_f	= coefficiente di duttilità a fatica a taglio

2. Approcci basati sull'individuazione del piano di propagazione della cricca

Brown e Miller [4] per primi e, più di recente, Socie [5, 6] hanno ipotizzato e cercato di dimostrare sperimentalmente come il danneggiamento per fatica multiassiale sia riconducibile agli stati di tensione e deformazione che caratterizzano un ben definito piano, detto *piano critico*. Socie, in particolare, eseguendo una accurata campagna di prove su tre tipi di materiali, l'AISI 304, l'Inconel 718 e SAE 1045, ha osservato, innanzitutto, come la cricca in essi propaghi principalmente in modo I e in modo II. In provini di AISI 304 sollecitati a torsione alterna si ha, in più, che a basso numero di cicli prevale il modo II, mentre ad alto numero di cicli prevale il modo I; esiste poi una zona di transizione tra 10^4 e 10^5 cicli a rottura per cui la propagazione avviene in modo misto. Nello stesso materiale sollecitato, invece, a semplice trazione la cricca propaga sempre in modo I, a prescindere dalla entità dei carichi [7]. Per carichi invece multiassiali la cricca propaga nel piano che sperimenta la massima ampiezza delle tensioni principali, sia per carichi in fase che per carichi fuori fase [6]. In provini di Inconel 718 sollecitati sia da carichi di trazione che di torsione la cricca, invece, propaga sempre in modo II. Solo quando i provini sono sollecitati a trazione e ad alto numero di cicli ($N_f > 10^5$) la rottura avviene in modo misto: nella fase di innesco e prima propagazione prevale il modo II, mentre nell'ultima fase della propagazione la cricca propaga in modo I [7]. Per sollecitazioni multiassiali invece la cricca propaga praticamente sempre in modo II, e il piano di innesco e propagazione è quello che sperimenta la massima ampiezza della deformazione tangenziale [5, 8]. I provini, infine, di SAE 1045 si comportano in modo molto simile all'Inconel 718, sia per sollecitazioni monoassiali [7] che per sollecitazioni multiassiali

[9], in particolare in quest'ultimo caso il piano critico risulta ancora quello che sperimenta la massima ampiezza della deformazione tangenziale. In base a queste osservazioni sperimentali Socie ha allora proposto due formulazioni diverse a seconda che la cricca propaghi in modo I o propaghi in modo II, ovvero [6]:

$$\text{MODO II} \Rightarrow \gamma_a(\phi^*, \theta^*) + \varepsilon_{n,a}(\phi^*, \theta^*) + \frac{\sigma_{n,a}(\phi^*, \theta^*)}{E} = \gamma'_f (2N)^c + \frac{\tau'_f}{G} (2N)^b \quad (1)$$

$$\text{MODO I} \Rightarrow \sigma_1^{\max} \frac{\Delta \varepsilon_1}{2} = \sigma'_f \varepsilon'_f (2N)^{b+c} + \frac{\sigma_f^2}{E} (2N)^{2b} \quad (2)$$

ove nella (1) il piano critico è definito come quello che sperimenta la massima ampiezza della deformazione tangenziale, mentre nella (2) il piano critico è quello di massima deformazione principale. In più nel caso che la cricca propaghi in modo II è possibile anche dare una interpretazione fisica del modello di danneggiamento [10]. Secondo Socie infatti la γ_a è la grandezza ingegneristica che individua il piano critico mentre le componenti normali di tensione e deformazione determinano la velocità di propagazione della cricca: se sono di trazione aprendo la cricca ne facilitano la propagazione, se sono di compressione a causa dell'attrito che si genera tra le superfici della cricca ne inibiscono la propagazione.

La validità delle (1) e (2) è stata ampiamente dimostrata tramite accurate campagne di prove sperimentali [5, 6, 7, 8, 9]. Tuttavia per un utilizzo appropriato di tali formulazioni è necessario, di fatto, conoscere le modalità di propagazione della cricca, informazione, quest'ultima, che raramente è a disposizione dell'ingegnere progettista. In più per la loro applicazione è richiesto un numero considerevole di costanti del materiale, costanti che possono essere determinate solo con campagne di prova lunghe e costose. In sede di progetto, poi, anche accettando di eseguire una analisi sperimentale con l'obiettivo di indagare sulle modalità di frattura del materiale sollecitato a fatica multiassiale, si possono trovare casi, come l'acciaio HY100 [11], per i quali al variare del rapporto di biassialità λ si ha un comportamento misto (modo I e modo II), senza che si riesca a stabilire una legge sull'alternanza dei modi durante l'innescò e la prima propagazione, come si riesce invece a fare con i materiali presi in analisi in precedenza. In una situazione come questa diventa allora complesso applicare le formulazioni di Socie poiché diventa difficile scegliere se utilizzare l'equazione (1) o l'equazione (2). Ancora più difficoltosa risulta, poi, la scelta progettuale se la cricca propaga in modo III [12]. Alle difficoltà appena messe in evidenza si aggiunge che le modalità di propagazione della cricca per fatica possono variare notevolmente sia al variare della composizione chimica del materiale, sia al variare della tipologia di lavorazioni a cui è sottoposto il componente meccanico per la sua realizzazione [13].

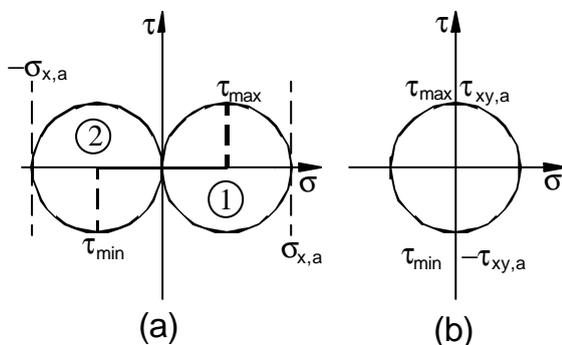


Figura 2
Cerchi di Mohr per una sollecitazione ciclica di trazione (a) e una sollecitazione ciclica di torsione (b).

3. Definizione del piano di verifica e delle grandezze ingegneristiche ad esso associate

Come messo in evidenza in precedenza nella pratica risulta molto complesso associare un'interpretazione fisica del danneggiamento legato a carichi di fatica multiassiale al piano di innescò e propagazione, poiché solo in alcuni casi particolarmente favorevoli il piano aprioristicamente definito come critico è il piano in cui realmente si ha l'espansione del difetto. In più il piano di propagazione può variare più volte prima che si arrivi a completa rottura e queste variazioni sono funzione del

tipo di materiale, dell'ampiezza delle deformazioni e dello stato di sollecitazione [7]. Queste problematiche sono state superate introducendo un modello di danneggiamento basato su un approccio microscopico di piano alla fatica [15]. In base a questo tipo di interpretazione diventa lecito definire un *piano di verifica* ed utilizzarlo per il calcolo senza ipotizzare che debba necessariamente coincidere con il piano di innesco e propagazione e sfruttare, così, le comode schematizzazioni di calcolo che ne derivano. In conclusione, negli sviluppi successivi, si definirà come piano di verifica il piano che sperimenta la massima ampiezza della tensione tangenziale e come grandezze per la verifica a fatica si utilizzeranno l'ampiezza della tensione tangenziale e la tensione normale massima associate al piano di verifica.

Per determinare, infine, l'ampiezza e il valore medio della tensione tangenziale agente su un piano si è utilizzato il metodo della più piccola ipersfera di Papadopoulos, metodo che permette di evitare le ambiguità in cui si può incorrere facendo ricorso ai più classici metodi della corda e della proiezione [3].

4. Formulazione teorica del criterio di resistenza

Si definisca il *rapporto tensionale del piano di verifica* ρ come:

$$\rho = \frac{\sigma_{n,\max}}{\tau_a}(\phi^*, \theta^*) \quad (3)$$

e si ipotizzi inizialmente di sollecitare il provino di figura 1 con un carico di trazione ciclica ($R=-1$) ad ampiezza costante ($\sigma_{x,a}=\text{cost}$) e con valore medio nullo ($\sigma_{x,m}=0$). In figura 2.a vengono rappresentati i cerchi di Mohr relativi alle condizioni di massima sollecitazione (cerchio 1) e di minima sollecitazione (cerchio 2). In questo caso uno dei piani di verifica si ha per $\theta=90^\circ$ e $\phi=45^\circ$, e le componenti tensionali relative a tale piano sono pari a:

$$\tau_a = \frac{\sigma_{x,a}}{2}; \sigma_{n,\max} = \frac{\sigma_{x,a}}{2}, \quad (4)$$

ovvero il rapporto tensionale del piano di verifica ρ è pari ad 1.

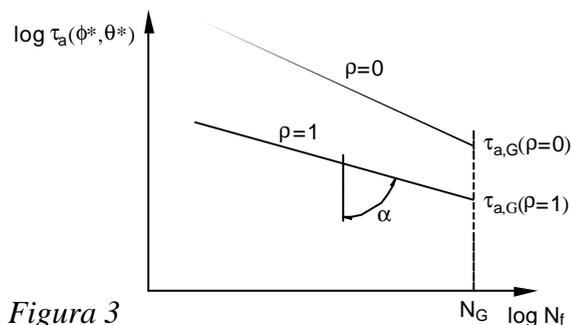


Figura 3
Piano di Wöhler modificato.

Si ipotizzi ora di conoscere per il materiale in studio il diagramma di Wöhler relativo a prove monoassiali eseguite con rapporto di ciclo R pari a -1 , e si costruisca un diagramma di Wöhler modificato avente in ordinata l'ampiezza della tensione tangenziale relativa al piano di verifica e in ascissa il numero di cicli a rottura N_f (fig. 3): la retta che si ottiene, inclinata di $k_\tau = \tan \alpha$, è caratterizzata da $\rho=1$.

Si applichi ora lo stesso procedimento ad una sollecitazione di pura torsione ($\tau_{xy,a}=\text{cost}$, $\tau_{xy,m}=0$, $R=-1$). In figura 2.b viene rappresentato il cerchio di Mohr relativo alla condizione di massima e minima sollecitazione (i due cerchi coincidono). Per questa tipologia di carico un piano di verifica si ha per $\theta=90^\circ$ e $\phi=0^\circ$, e le componenti tensionali ad esso associate risultano pari a:

$$\tau_a = \tau_{xy,a}; \sigma_{n,\max} = 0; \rho = 0. \quad (5)$$

Nel diagramma di Wöhler modificato (fig. 4), supponendo nota per il materiale anche la curva di fatica a torsione alterna ($R=-1$), si ottiene ancora una retta ma traslata rispetto a quella caratterizzata da $\rho=1$ e con una inclinazione in generale diversa.

Per poter esplicitare il criterio di fatica in forma generale si ipotizzi ora che la pendenza delle rette e il valore delle ampiezze di tensione in corrispondenza del ginocchio varino, nel piano

di Wöhler modificato, in modo monotono con il rapporto tensionale di piano di verifica ρ (in particolare le curve possono essere sia convergenti, come in figura 3, sia divergenti).

Si abbiano per il materiale in studio le curve di Wöhler di piano per n valori diversi di ρ . Per ciascuna delle n rette si conoscano in più i valori delle ampiezze di tensione in corrispondenza del ginocchio $\tau_{a,G,i}$ ($i=1, 2, \dots, n$) e le pendenze $k_{\tau,i}$ ($i=1, 2, \dots, n$). Siano poi f e g due funzioni che permettono di interpolare in modo ottimale i valori di $\tau_{a,G,i}$ e $k_{\tau,i}$ (per $i=1, 2, \dots, n$) al variare di ρ :

$$\tau_{a,G} = f(\rho); k_{\tau} = g(\rho) \quad (6)$$

Per eseguire, allora, la verifica a fatica si deve inizialmente determinare il rapporto tensionale del piano di verifica ρ_c caratteristico della storia di carico multiassiale che sollecita il componente meccanico in studio; dalle (6) si possono così ricavare i valori di $\tau_{a,G}(\rho_c)$ e $k_{\tau}(\rho_c)$ per il valore ρ_c calcolato. La stima del numero di cicli a rottura può essere, infine, eseguita tramite la relazione:

$$N = \frac{b}{M} \cdot \frac{g(\rho_c)}{k_{\tau}(\rho_c)} \cdot N_G \quad (7)$$

Il modello di verifica appena formalizzato ha il vantaggio di aumentare la precisione della stima all'aumentare del numero n di rette che si hanno a disposizione nel piano di Wöhler modificato del materiale base. Per applicarlo, invece, nella sua forma più semplice, è sufficiente conoscere quattro costanti: due tensioni di riferimento $\tau_{a,G}$ e due pendenze k_{τ} . In questo caso si possono utilizzare, ad esempio, la curva di trazione, o di flessione, e la curva di torsione con i relativi limiti di fatica, informazioni queste che posso essere rintracciate con facilità nei manuali specialistici.

5. Validazione del criterio di resistenza

Da un DataBase appositamente realizzato [14] sono stati estratti i dati relativi a prove ad ampiezza costante in fase (flessione, trazione, torsione, trazione-torsione, flessione-torsione). In figura 4 viene riportato il diagramma di Wöhler modificato relativo alle prove su provini cilindrici di SAE 1045 [16, 17]. Per tracciare tale diagramma i dati sperimentali sono stati suddivisi in tre gruppi: un primo gruppo avente $0.49 \leq \rho \leq 0.59$, un secondo gruppo avente $0.90 \leq \rho \leq 0.99$ e un ultimo gruppo caratterizzato da $\rho=1$. In più in figura 4 sono state rappresentate, per maggior chiarezza, per ogni gruppo di prove, solo le rette corrispondenti a

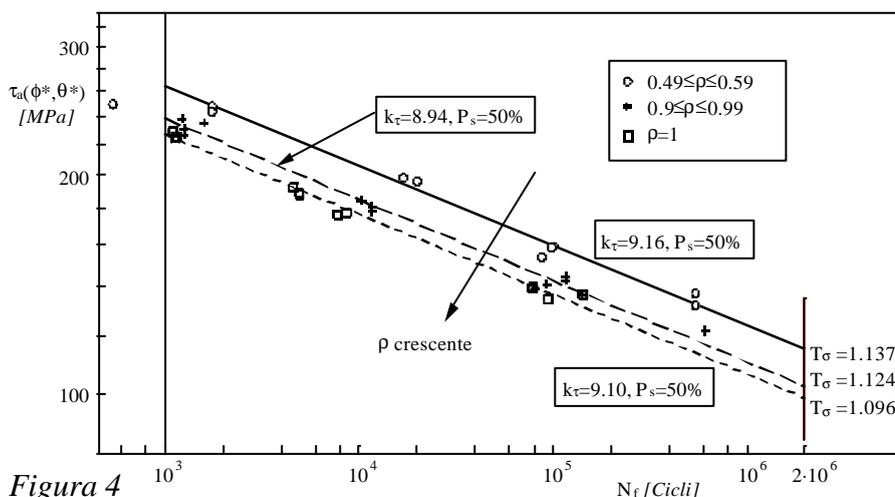


Figura 4
Diagramma di Wöhler modificato relativo a prove di fatica multiassiale eseguite su provini in SAE 1045 [16, 17].

$P_s=50\%$ e per ogni retta interpolante si è riportato il valore del T_{σ} ad essa associato (calcolato ipotizzando una distribuzione log-normale dei numeri di cicli per ogni livello di tensione e una confidenza del 95%). Osservando il diagramma in analisi si può constatare come si ritrovi buona corrispondenza tra il modello teorico sviluppato e le

evidenze sperimentali. Per validare, invece, in modo sistematico la formulazione proposta si sono utilizzate in totale 329 prove sperimentali relative a cinque materiali diversi: 171 prove sono servite per costruire le curve base e 158 prove per verificare la precisione della stima sulla vita. Il criterio, in più, è stato testato nella sua forma più semplice, ovvero ipotizzando di conoscere per ogni materiale nel piano di Wöhler modificato solo due curve, con le relative tensioni di riferimento $\tau_{a,G}$, e pertanto nelle (6) si sono utilizzate come funzioni interpolanti f e g funzioni lineari¹. Nella tabella 1 vengono, infine, riportate le costanti delle curve utilizzate per la taratura del criterio per ogni materiale; in particolare, per ogni curva ($P_S=50\%$), viene indicato il rapporto di piano di verifica ρ , la pendenza k_τ , la tensione $\tau_{a,G}$ estrapolata dalla curva di Wöhler modificata per $N_G=2 \cdot 10^6$ cicli e il valore di T_σ .

Tabella 1
Costanti delle curve di taratura

Materiale	Ref.	ρ	k_τ	$\tau_{a,G}$ [MPa]	T_σ
Inconel 718	[8]	0	6.21	212.92	1.545
	[18]	1	6.71	166.30	1.176
AISI 304	[6]	0	6.30	93.23	2.005
	[6]	1.02	7.57	77.36	1.505
Z12CNDV12-2	[19]	0	17.05	296.30	1.079
	[19]	1	11.26	206.63	1.072
AL 6082 T6 ²	[21]	0	8.39	76.68	1.592
	[21]	1	6.85	81.47	1.248
SAE 1045 (Provini lisci)	[16, 17]	0	12.20	126.05	1.211
	[16, 17]	1	9.10	98.66	1.096
SAE 1045 (Foro trasversale)	[20]	0	7.11	216.91	1.111
	[20]	1	7.07	37.14	1.073
SAE 1045 (Provini intagliati)	[17]	0	12.12	191.60	1.220
	[17]	1	6.69	142.26	1.392

La serie di dati relativi ai provini intagliati di SAE 1045 (fig. 5) è stata rielaborata in termini di tensioni di picco elastico, calcolate ipotizzando per il materiale un comportamento elastico-lineare. Il valore del $K_{t,x}$ e del $K_{t,xy}$ è stato determinato tramite un modello FEM, ricavando per la geometria, i valori:

$$\text{per } \rho=1 \Rightarrow K_{t,x} = \frac{\sigma_{pe-x,a}}{\sigma_{n-x,a}} = 1.58$$

$$\text{per } \rho=0 \Rightarrow K_{t,xy} = \frac{\tau_{pe-xy,a}}{\tau_{n-xy,a}} = 1.32$$

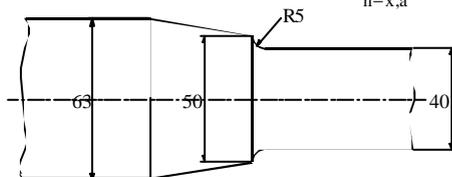


Figura 5
Geometria del provino intagliato in SAE 1045 [17].

Per la determinazione, poi, degli stati tensionali in condizione di sollecitazione multiassiale si è applicato il principio di sovrapposizione degli effetti; l'individuazione, infine, del piano di verifica è stata eseguita utilizzando la storia di carico ricostruita in termini di tensioni di picco elastico. Analogo procedimento è stato applicato alle prove eseguite da Yip e Jen [20] su provini cilindrici in SAE 1045 forati trasversalmente (fig. 6). Tramite un modello FEM elastico lineare si sono determinati i valori dei coefficienti di concentrazione delle tensioni lungo la circonferenza superficiale del foro. La verifica a fatica è stata, quindi, eseguita considerando come punto critico il punto dove risulta essere massimo l'effetto di intensificazione delle tensioni legato

¹ Solo per la rielaborazione dei dati relativi a provini cilindrici con foro trasversale in SAE 1045 [20] si è utilizzata come funzione f una funzione esponenziale.

² L'anomalo valore dei limiti di fatica è da imputarsi, secondo quanto riportato in [21], alla forte anisotropia del materiale.

alla sollecitazione di torsione. In tale punto P $\xi=60^\circ$, fig. 6) i valori dei K_t calcolati risultano rispettivamente pari a:

$$\text{per } \rho=1 \Rightarrow K_{t,x} = \frac{\sigma_{pe-x,a}}{\sigma_{n-x,a}} = 1.19$$

$$\text{per } \rho=0 \Rightarrow K_{t,xy} = \frac{\tau_{pe-xy,a}}{\tau_{n-xy,a}} = 4.51$$

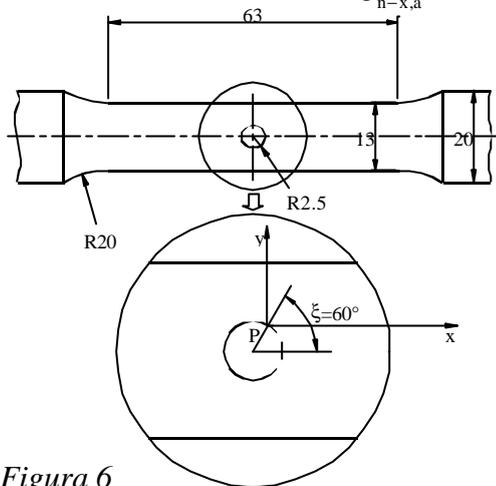


Figura 6
Geometria del provino in SAE 1045 con foro trasversale [20].

In figura 7 viene riportato il diagramma di Wöhler modificato, relativo a tali prove, costruito assumendo come punto di verifica unicamente il punto P e utilizzando le tensioni di picco lineare elastico. Dall'osservazione di tale diagramma si può constatare come il modello di calcolo proposto sia in grado di rappresentare in modo soddisfacente la realtà sperimentale nonostante le forti assunzioni semplificative adottate. In particolare si ha una buona corrispondenza tra modello e risultati sperimentali pur avendo assunto che la cricca si origini sempre nel punto P mentre nella realtà la cricca innesca in punti aventi angolo ξ che varia da 90° a 60° quando λ varia da 0 a ∞ [20].

In figura 8 viene riportato, a conclusione di quanto detto, il confronto, per ogni dato sperimentale, tra la vita determinata sperimentalmente N_f e la vita stimata $N_{f,stimata}$; osservando tale diagramma si può constatare come i punti sperimentali a prescindere dal materiale, dalla geometria del provino e dalle tipologie di sollecitazione si distribuiscano approssimativamente in una banda d'errore di semiapiezza 2.

6. Discussione e conclusioni

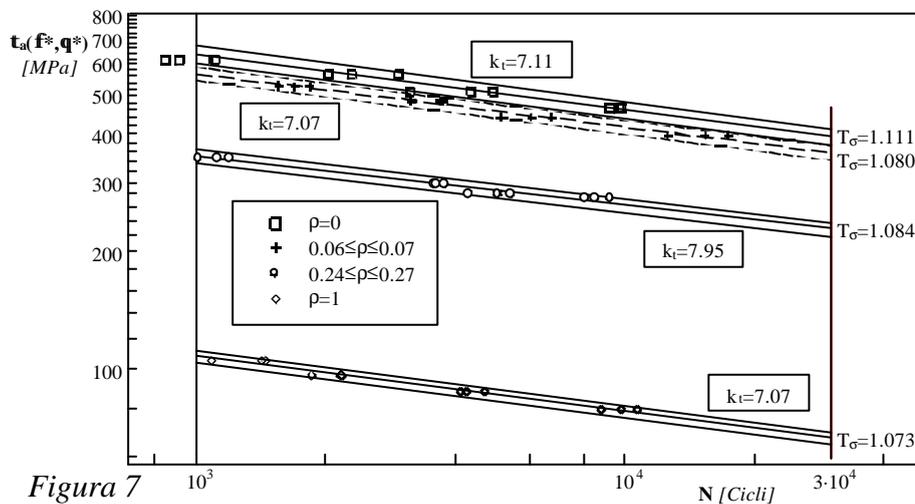


Figura 7
Diagramma di Wöhler modificato relativo a prove di fatica multiassiale eseguite su provini cilindrici in SAE 1045 con foro trasversale [20].

rappresentazione su un piano di Wöhler modificato. In questo modo il problema della verifica a fatica pluriassiale può essere ricondotto ad uno schema di calcolo noto, ovvero vi è la possibilità di utilizzare nella progettazione multiassiale metodologie di analisi già ampiamente vagliate e testate nel campo unidirezionale. Infine, anche se con un unico materiale (SAE 1045), si è potuta testare l'affidabilità dell'ipotesi di cedimento per fatica presentata per due tipologie di intaglio. Per eseguire la verifica in tali condizioni si sono utilizzate storie di carico

Il criterio di verifica a fatica multiassiale presentato in questo lavoro fonda integralmente il proprio sviluppo sul concetto di piano di verifica. In base a tale schematizzazione tutti gli stati tensionali associati al piano di verifica possono essere parametrizzati mediante il rapporto tensionale del piano di verifica, rendendo così possibile una loro

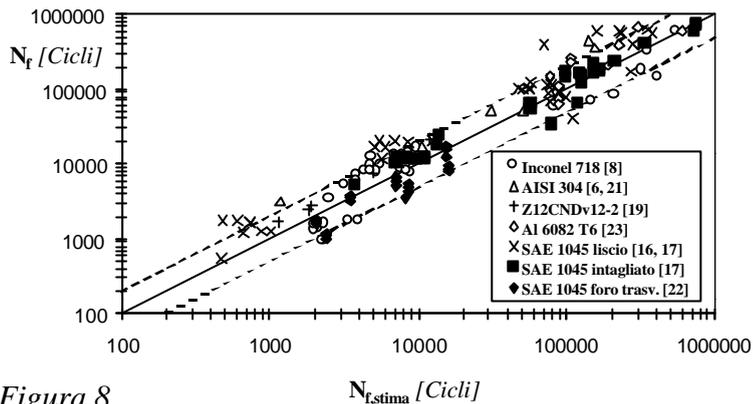


Figura 8
 Comparazione tra vita effettiva N_f e vita stimata $N_{f, stima}$

ricostruite in termini di tensioni di picco calcolate con un semplice modello lineare-elastico. Un tale approccio se ulteriormente validato tramite un'adeguata campagna di prove sperimentali permetterebbe di svincolare la verifica a fatica multiassiale dal concetto di tensione nominale netta, tensione che sui componenti reali, a causa della complessità delle geometrie, non sempre risulta di facile definizione.

Bibliografia

- [1] Blarasin A., Giunti T., Atzori B., Petrone N., "La progettazione a fatica in condizioni di sollecitazione pluriassiale: stato della ricerca ed esigenze della realtà industriale", *ATA*, **48**, **6/7**, 341-351, **1995**.
- [2] Petrone N., Susmel L., "Analisi comparativa di criteri di resistenza a fatica pluriassiale per vita infinita". Atti del convegno AIAS, Vicenza, 239-250, **1999**.
- [3] Papadopoulos I.V., "Critical Plane Approaches in High-Cycle Fatigue: on the Definition of the Amplitude and Mean Value of the Shear Stress Acting on the Critical Plane", *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, **21**, 269-285, **1998**.
- [4] Brown M. W., Miller K. J., "A theory for fatigue under multiaxial stress-strain conditions". *Proc. Inst. Mech. Engrs*, **187**, 745-755, **1973**.
- [5] Socie D. F., Waill L. A., Dittmer D. F., "Biaxial Fatigue of Inconel 718 Including Mean Stress Effects". *ASTM STP 853*, K. J. Miller and M. W. Brown Eds, 463-481, **1985**.
- [6] Socie D. F., "Multiaxial Fatigue Damage Models". *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, **109**, **4**, 293-298, **1987**.
- [7] Socie D., Bannantine J., "Bulk deformation fatigue damage models". *Mat. Science Eng.*, **A103**, 3-13, **1988**.
- [8] Socie D., Kurath P., Koch J., "A Multiaxial Fatigue Damage Parameter". *Biaxial and Multiaxial Fatigue*, **EGF3**, Edited by M. W. Borwn & K. J. Miller, London, 535-550, **1989**.
- [9] Fatemi A., Socie D. F., "A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading". *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, **11**, **3**, 149-166, **1988**.
- [10] Socie D., "A Summary and Interpretation of the Society of Automotive Engineers' Biaxial Testing Program". *Multiaxial Fatigue*, SAE, **AE-14**, 1-12, **1989**.
- [11] Smith E. W., Pascoe K. J., "Fatigue Crack Initiation and Growth in a High-Strength Ductile Steel Subject to In-Plane Biaxial Loading". *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 853, K. J. Miller & M. W. Brown Eds., 111-134, **1985**.
- [12] Ritchie R. O., McClintock F. A., Tschegg E. K., Nayeb-Hashemi H., "Mode III Fatigue Crack Growth Under Combined Torsional and Axial Loading". *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 853, K. J. Miller & M. W. Brown Eds., 203-227, **1985**.
- [13] Verpeest I., Notohardjono B. D., Aernoudt E., "Fatigue of Steel Wire Under Combined Tensile and Shear Loading Conditions". *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 853, K. J. Miller and M. W. Brown, Eds., 351-377, **1985**.
- [14] Atzori B., Susmel L., "Un DataBase di fatica multiassiale come strumento di supporto alla ricerca scientifica". Atti del XVIII Convegno AIAS, Vicenza (Italia), 229-238, **1999**.
- [15] Susmel L., "Una metodologia di verifica a fatica multiassiale per carichi in fase e fuori fase". Sottoposto ad accettazione al convegno AIAS 2000.
- [16] Fatemi A., Stephens R. I., "Biaxial Fatigue of 1045 Steel Under In-Phase and 90 Deg Out-of-Phase Loading Conditions". *Multiaxial Fatigue*, SAE, **AE-14**, 121-137, **1989**.
- [17] Kurath P., Downing S. D., Galliard D. R., "Summary of Non-Hardened Notched Shaft Round Robin Program". *Multiaxial Fatigue*, SAE, **AE-14**, 13-32, **1989**.
- [18] Boller Chr., Seeger T., "Materials Data For Cyclic Loading". Elsevier Science Publ. B.V., Amsterdam, **1987**.
- [19] Chaudonnerret M., "A Simple and Efficient Multiaxial Fatigue Damage Model for Engineering Applications of Macro-Crack Initiation", *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol.*, **115**, 373-379, **1993**.
- [20] Yip M. C., Jen Y. M., "Biaxial fatigue crack initiation life prediction of solid cylindrical specimens with transverse circular holes". *Int. J. of Fatigue*, **18**, **2**, 111-117, **1996**.
- [21] Petrone N., "Metodologie di progettazione a fatica per componenti soggetti a sollecitazioni pluriassiali". Tesi di Dottorato di Ricerca, VIII Ciclo, Università di Padova, **1996**.