

SEPARAZIONE DEI SINGOLI MODI DI FRATTURA NELLA DELAMINAZIONE AI BORDI LIBERI DI LAMINATI IN COMPOSITO

P.Priolo, M.Ruggiu

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA, UNIVERSITA' DI CAGLIARI

PIAZZA D'ARMI, 1 - 09123 CAGLIARI - ITALIA

SOMMARIO

E' stato proposto un metodo analitico-numerico in grado di separare i modi di frattura nella delaminazione d'interfaccia ai bordi liberi dei laminati in composito. A causa del comportamento oscillatorio del campo degli sforzi e degli spostamenti in prossimità dell'apice della frattura, la definizione dei singoli rilasci specifici di energia non è più valida. Di conseguenza, sono stati definiti i G_i per un incremento finito della frattura e opportunamente calcolati col metodo agli Elementi Finiti. D'altra parte per ottenere i fattori d'intensificazione degli sforzi è stato utilizzato un metodo basato sui rapporti fra gli spostamenti relativi calcolati sulle superfici della frattura. Il procedimento, applicato a numerose sequenze per analizzare l'influenza dell'orientazione delle fibre sul fenomeno della frattura, rivela che il modo 3 è spesso prevalente.

ABSTRACT

A method to divide fracture modes in interface delamination of composite laminates is proposed. Owing to the oscillatory behavior of stresses and displacements close to the crack tip, individual strain release rates no longer exist. The G_i for finite crack extensions can be defined and then calculated by the Finite

Element method. The stress intensity factors are calculated by using a method based on the crack surface displacement ratios.

The influence of fiber orientation and the coupling among opening, shearing, and tearing modes of fracture are studied numerically. The results have shown that the mode 3 is the dominant mode for most of layer orientations.

Keywords: interlaminar crack, strain-energy release rate, stress intensity factor, edge delamination.

INTRODUZIONE

Uno dei problemi più facilmente riscontrabili nei laminati in composito è la delaminazione ai bordi liberi. I bordi liberi, infatti, rappresentano una zona di singolarità per il campo degli sforzi, dovuta alle discontinuità geometriche e del materiale, in prossimità dei quali diventano dominanti gli sforzi interlaminari [1] in grado di scollare gli strati. Anche in condizioni di carico semplici, la frattura d'interfaccia è un problema particolarmente complesso che coinvolge tutti e tre i singoli modi di frattura. In più, nell'ipotesi di superfici della frattura scariche, gli sforzi esibiscono un comportamento oscillatorio nell'approssimarsi all'apice della frattura.

Molti ricercatori hanno messo in evidenza questo comportamento tramite sviluppi analitici basati sui potenziali di Lekhnitskii [2] o sul formalismo di Stroh [3]. Numerosi studi sono stati compiuti per eliminare l'oscillazione introducendo la condizione di contatto fra le superfici della frattura [4]. Se n'è dedotto che la dimensione della zona d'oscillazione risulta molto piccola rispetto alla dimensione della frattura solo per certe condizioni di carico.

L'immediata conseguenza dell'oscillazione degli sforzi è l'impossibilità di definire i singoli rilasci specifici di energia come variazioni dell'energia potenziale di una struttura dovute all'incremento infinitesimo da della frattura. Si è reso necessario definire G_I , G_{II} , G_{III} per un incremento piccolo ma finito della frattura. Il rilascio specifico totale di energia non risente dell'oscillazione e rimane univocamente definito.

In questo lavoro, l'andamento degli sforzi e degli spostamenti nell'intorno dell'apice della frattura è stato analizzato mediante Elementi Finiti Pseudo 3D calcolando, quindi, i rilasci specifici di energia per un da finito tramite il metodo modificato di chiusura della frattura [5] e i fattori di intensificazione degli sforzi tramite il metodo dei rapporti fra gli spostamenti relativi [6]. Inoltre sono stati confrontati i valori dei G_i ottenuti direttamente da E.F. con quelli ricavati indirettamente per mezzo delle relazioni, basate sul formalismo di Stroh, fra i fattori d'intensificazione degli sforzi e una combinazione di spostamenti calcolati con E.F.

EQUAZIONI DI BASE E FORMALISMO DI STROH

Le definizioni e le relazioni utili per una comprensione del metodo adottato sono riportate di seguito.

Si consideri una frattura lungo l'interfaccia fra due materiali anisotropi 1, 2 sul piano $[X_1, X_2]$ sottoposti ad uno stato di sforzo o deformazione piana tale che gli sforzi e le deformazioni siano indipendenti dalla coordinata X_3 perpendicolare al piano (figura 1):

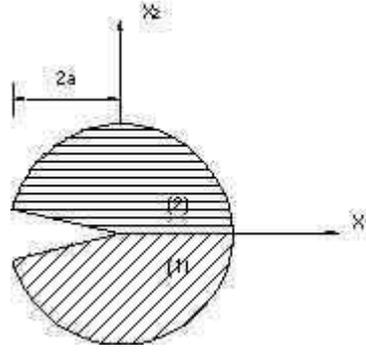


Figura 1. Frattura fra due materiali anisotropi

Fatta l'ipotesi che le superfici della frattura siano scariche, le relazioni, rispettivamente fra il vettore degli sforzi in prossimità dell'apice della frattura, il vettore spostamento relativo sulle facce della frattura e i fattori d'intensificazione degli sforzi sono [7]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Lambda \left\langle \left\langle \left(\frac{r}{2a} \right)^{i\alpha} \right\rangle \right\rangle \Lambda^{-1} \begin{Bmatrix} K_{II} \\ K_I \\ K_{III} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \end{Bmatrix} = \sqrt{\frac{2r}{\pi}} (\bar{\Lambda}^T)^{-1} \left\langle \left\langle \frac{(r/2a)^{i\alpha}}{(1+2i\varepsilon_\alpha) \cosh(\pi\varepsilon_\alpha)} \right\rangle \right\rangle \Lambda^{-1} \begin{Bmatrix} K_{II} \\ K_I \\ K_{III} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

dove $\langle \langle \rangle \rangle$ sta per una matrice diagonale 3x3, r è la distanza dall'apice della frattura, $2a$ è la lunghezza della frattura, Λ è la matrice 3x3 degli autovettori complessi e ε_α ($\alpha = 1, 2, 3$) sono gli indici di oscillazione. L'influenza delle proprietà dei materiali al di sopra e al di sotto della frattura si evidenzia per mezzo della matrice Λ e gli indici ε_α , i quali risultano univocamente determinati risolvendo il seguente problema agli autovalori:

$$(M + e^{2i\pi\varepsilon} \bar{M})\Lambda = 0, \quad M = i(A_1 B_1^{-1} - \overline{A_2 B_2^{-1}}) \quad (3)$$

dove M è una matrice complessa detta bimateriale, A_i e B_i sono le matrici degli autovettori a, b corrispondenti agli autovalori di parte immaginaria positiva $p\alpha$ che risolvono l'equazione di equilibrio per un solido anisotropo secondo la formulazione di Stroh:

$$N\xi = p\xi, \quad \xi = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (4)$$

La matrice N contiene le proprietà del materiale.

Gli autovalori dell'equazione (3) possiedono il carattere oscillatorio e sono stati esplicitati da Ting [3]

$$\text{come } \delta_{\alpha} = -\frac{1}{2} + i \varepsilon_{\alpha} \quad (a = 1, 2, 3).$$

La matrice $\Delta \vartheta$ stata esplicitata per la frattura fra 2 materiali monoclini con piano di simmetria parallelo ad $[X_1, X_3]$ da Qian e Sun [6] in funzione delle matrici D e W , rispettivamente parte reale e parte immaginaria della matrice bimateriale.

$$\begin{aligned} G_I &= \frac{1}{2\Delta\alpha} \int_0^{\Delta\alpha} \sigma_{22}(r,0) \Delta u_2(\Delta\alpha - r, \pi) dr \\ G_{II} &= \frac{1}{2\Delta\alpha} \int_0^{\Delta\alpha} \sigma_{12}(r,0) \Delta u_1(\Delta\alpha - r, \pi) dr \\ G_{III} &= \frac{1}{2\Delta\alpha} \int_0^{\Delta\alpha} \sigma_{23}(r,0) \Delta u_3(\Delta\alpha - r, \pi) dr \end{aligned} \quad (5)$$

Introducendo nell'equazione (5) le equazioni (1) e (2) sviluppate, risultano definite le relazioni fra le G_i e le K_i [6]. Tali espressioni non convergono per a che tende a zero a differenza del rilascio totale di energia $G=G_I+G_{II}+G_{III}$.

$$G = \frac{1}{4} \left[\frac{D_{22}}{\cosh^2 \pi \varepsilon} K_I^2 + (D_{11} - \frac{W_{21}^2}{D_{22}} t) K_{II}^2 + (D_{33} - \frac{W_{32}^2}{D_{22}} t) K_{III}^2 + 2(D_{13} + \frac{W_{21} W_{32}}{D_{22}} t) K_{II} K_{III} \right]$$

$$t = \frac{1}{\mathcal{L}^2} \left(1 - \frac{1}{\cosh^2 \pi \varepsilon} \right)$$

$$\mathcal{L} = \left[-\frac{1}{2} \text{tr}(WD^{-1})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

CALCOLO DEI K_i E G_i PER LA DELAMINAZIONE AI BORDI LIBERI

Per il calcolo dei G_i non ci sono problemi di definizione potendo ricorrere alle relazioni approssimate (5). E' sufficiente un modello agli E.F. Pseudo 3D, con l'ipotesi di deformazione piana generalizzata, e l'applicazione del criterio modificato di chiusura della frattura. Allo stesso modo si ottiene il rilascio specifico totale di energia G .

Per il calcolo dei K_i bisogna, invece, ricorrere ad un modello analitico, basato ad esempio sul formalismo di Stroh. Si è utilizzato il metodo dei rapporti fra gli spostamenti relativi calcolati sulle facce della frattura per il quale si può scrivere:

$$\frac{\Delta u_1}{\Delta u_2} = f\left(\frac{K_{II}}{K_I}\right) \quad (7)$$

$$\frac{\Delta u_3}{\Delta u_2} = g\left(\frac{K_{III}}{K_I}\right)$$

in cui compaiono i rapporti fra i K_i poiché è stato dimostrato, da Matos e al. [8] per bimateriali isotropi e confermato dal presente lavoro, che i K_i ottenuti direttamente dalla equazione (2) sono poco accurati. I rapporti fra gli spostamenti relativi sono ottenuti tramite E.F. mentre per le funzioni f e g , che contengono le matrici reali W e D e gli indici di oscillazione e_a , si è sviluppato un codice in ambiente MATLAB che implementi la risoluzione dell'equazione (4). Dalle relazioni (7) e dalla relazione (6) è possibile ricavare i K_i .

Ora, per avere un'idea del grado di approssimazione del metodo seguito, sono stati confrontati i valori dei G_i ottenuti direttamente mediante E.F. con quelli resi disponibili introducendo le equazioni (1) e (2) nella relazione (5).

APPLICAZIONI NUMERICHE

Si è studiato il problema di delaminazione ai bordi liberi di un laminato $[\theta_2/\theta_1]_s$, sottoposto ad una deformazione $e_0 = 10^{-6}$ lungo la direzione X_3 (figura 2):

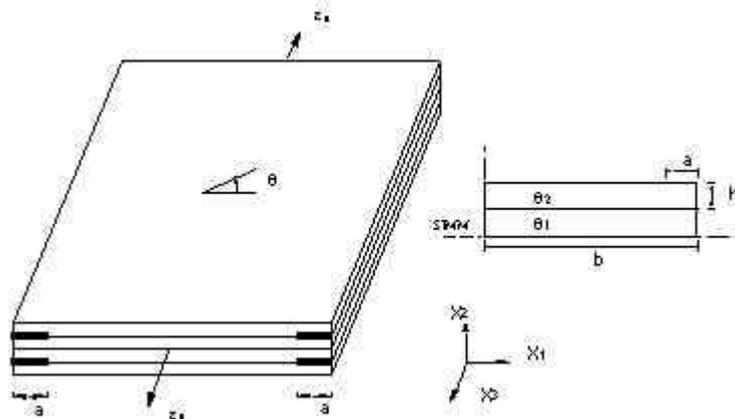


Figura 2. Delaminazione ai bordi liberi di un laminato simmetrico

Il materiale utilizzato per i calcoli è l'IM6/3501-06 in fibra di carbonio e resina epossidica le cui proprietà sono : $E_{11} = 188.5$ (GPa), $E_{22} = E_{33} = 10.0$ (GPa), $G_{12} = G_{23} = G_{31} = 6.2$ (GPa), $\nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{31} = 0.29$, lo spessore della lamina è $h = 76.2 \times 10^{-3}$ (mm).

Il modello agli elementi finiti rappresenta 1/4 della sezione trasversale del laminato con rapporto $b/h = 8$ e

una delaminazione $a = 1$ in virtù della simmetria rispetto al piano $[X_1, X_3]$ e le condizioni al contorno.

Si è utilizzato un elemento finito isoparametrico a 4 nodi con 3 ordini di quadratura alla Gauss con diversi infittimenti della griglia nell'intorno dell'apice della delaminazione ($0.1a$, $0.01a$, $0.005a$) per analizzare l'influenza della dimensione dell'elemento. Gli elementi attorno all'apice della frattura sono quadrati e il calcolo dei K_i è fatto nei nodi più vicini all'apice. I calcoli sono stati ripetuti con un elemento isoparametrico a 8 nodi per studiare la variazione dei risultati con funzioni di forma più complesse.

La figura 3 mostra la variazione dell'indice di oscillazione $\Sigma_1 = -\Sigma_2$ ($\Sigma_3 = 0$) con il grado di anisotropia ottenuta facendo variare l'orientazione della lamina superiore θ_2 per un valore fissato di θ_1

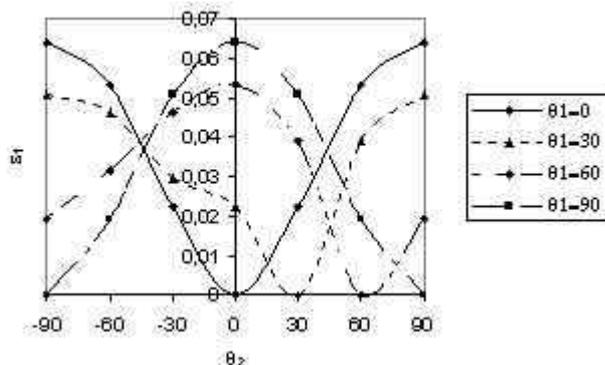


Figura 3. Variazione dell'indice di oscillazione con l'orientazione delle lamine

Si osserva che l'oscillazione massima si trova per laminati $[0/90]_s$ e $[90/0]_s$.

La figura 4 mostra la variazione dei fattori d'intensificazione degli sforzi con l'orientazione delle lamine calcolati per un incremento di frattura pari allo $0.005a$.

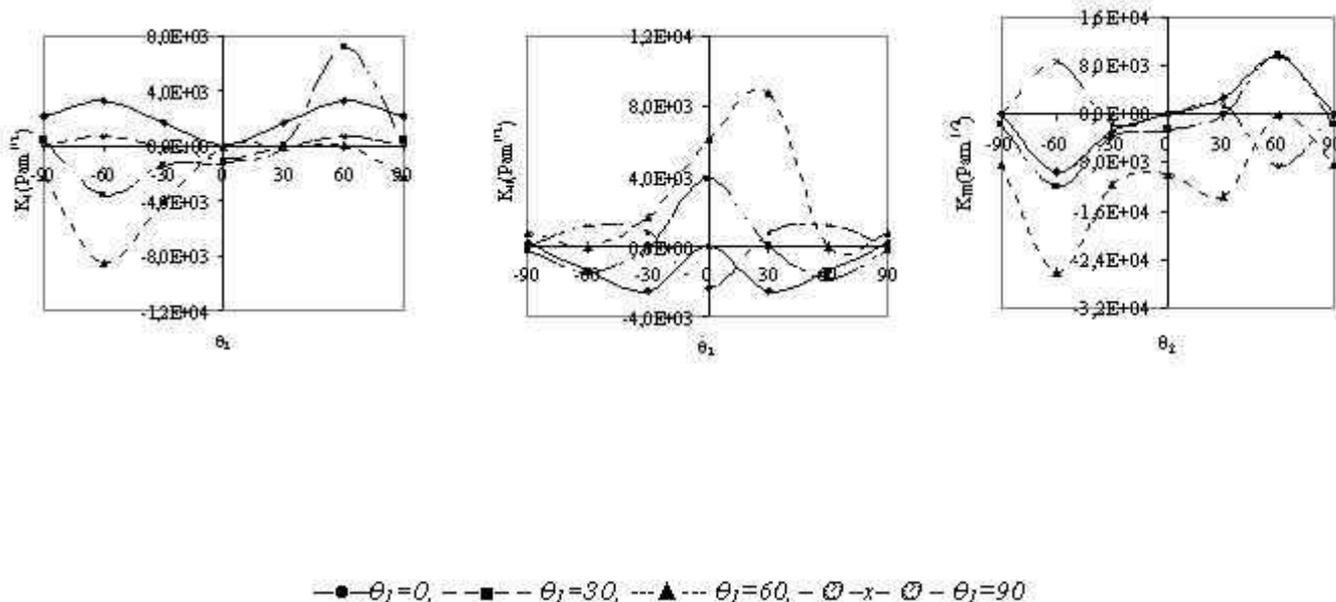


Figura 4. Variazione di K_I , K_{II} , K_{III} con l'orientazione delle fibre

Si nota come per un laminato simmetrico a 2 strati, il modo dominante per ogni orientazione

è sostanzialmente il modo 3. Fanno eccezione le sequenze $[90/0]_s$ e $[0/90]_s$ per le quali rispettivamente il modo 1 e il modo 2 guidano la frattura. Il comportamento a frattura di quest'ultimo laminato può sembrare strano ma è confermato dall'analisi degli sforzi interlaminari al bordo in cui la s_{yz} è molto maggiore della s_z [9]. Alla luce dei risultati mostrati risulta interessante notare che il modo 3, spesso tralasciato nei criteri di danneggiamento e particolarmente complicato da misurare sperimentalmente, si può calcolare con opportune prove su una sequenza, per esempio, del tipo $[-60/+60]_s$.

Valori negativi di K_I significano compenetrazione fra le superfici della frattura, come d'altra parte riscontrato analizzando gli spostamenti ai nodi che appartengono alle facce della frattura, ossia un fenomeno fisicamente inammissibile. Si renderebbe necessaria l'introduzione della condizione di contatto e nuove relazioni fra sforzi, spostamenti e fattori di intensificazione degli sforzi.

La figura 5 evidenzia, a titolo di esempio, l'influenza dell'orientazione delle fibre sul valore del K_I per la serie di sequenze $[30/-90..+90]_s$. In generale si è riscontrata una stabilità nei valori di K_I una volta che l'incremento della frattura fosse $0,001a$.

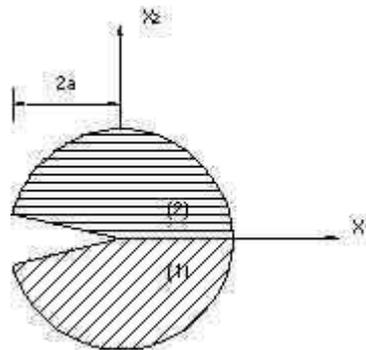


Figura 5. Variazione di K_I con la dimensione dell'elemento per la serie di sequenze $[30/-90..+90]_s$

L'influenza del tipo di elemento, ottenuta sostituendo all'elemento a 4 nodi un elemento di uguale dimensione ad 8 nodi, riassunta dalla figura 6, per il valore di K_{II} con la serie di sequenze $[0/-90..+90]_s$, è anche essa limitata e si attesta al più a valori del 20%. Una velocità superiore nella convergenza della soluzione si otterrebbe modificando l'elemento finito in modo che contenga la singolarità più che l'ordine dei polinomi di forma [10]:

$$(M + e^{2im\theta} \overline{M})\Lambda = 0$$

Figura 6. Variazione di K_{II} con il tipo di elemento per la serie di sequenze $[0/-90..+90]_s$

Per i singoli rilasci specifici di energia, il dominio di valori $0,005a \leq \Delta a \leq 0,01a$ si è dimostrato opportuno per rendere debole la dipendenza della soluzione dalla "mesh" a conferma di quanto dimostrato da Sun e Manoran [11]. Per valori di Δa molto piccoli si è riscontrata l'oscillazione dei valori di G_I come già appurato analiticamente.

Come si vede nella tabella 3, per $\Delta a = 0.005a$, il confronto fra i valori dei G_I calcolati tramite i 2 metodi è confortante e si è visto migliorare con l'infittimento della "mesh" nella zona della frattura. Alte percentuali di errore sono dovute a modi di frattura trascurabili.

Tabella 3a. Differenze percentuali fra i G_I calcolati con gli E.F. e con il procedimento analitico-numerico

| θ_2 | -90 | -60 | -30 | 0 | 30 | 60 | 90 |
|---------------|------|------|------|------|-------|------|------|
| $\theta_1=0$ | 2.2 | 3.5 | 19.5 | // | 19.5 | 3.5 | 2.2 |
| $\theta_1=30$ | 1.5 | 37.6 | 33.7 | 26.1 | // | 15.6 | 1.5 |
| $\theta_1=60$ | 17.8 | 25.4 | 81.6 | 65.8 | 39.9 | // | 17.8 |
| $\theta_1=90$ | // | 75.5 | 0.04 | 98.0 | 0.004 | 75.5 | // |

Tabella 3b. Differenze percentuali fra i G_{II} calcolati con gli E.F. e con il procedimento analitico-numerico

| θ_2 | -90 | -60 | -30 | 0 | 30 | 60 | 90 |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\theta_1=0$ | 9.0 | 91.5 | 40.8 | // | 40.8 | 91.5 | 9.0 |
| $\theta_1=30$ | 40.0 | 98.5 | 26.1 | 24.0 | // | 76.8 | 40.0 |
| $\theta_1=60$ | 95.9 | 37.3 | 98.3 | 15.9 | 23.1 | // | 95.9 |
| $\theta_1=90$ | // | 98.5 | 10.4 | 0.14 | 10.4 | 98.5 | // |

Tabella 3c. Differenze percentuali fra i G_{III} calcolati con gli E.F. e con il procedimento analitico-numerico

| θ_2 | -90 | -60 | -30 | 0 | 30 | 60 | 90 |
|---------------|------|------|------|------|-----|------|------|
| $\theta_1=0$ | 10.6 | 1.2 | 6.7 | // | 6.7 | 1.2 | 10.6 |
| $\theta_1=30$ | 9.5 | 29.2 | 1.0 | 34.0 | // | 28.3 | 9.5 |
| $\theta_1=60$ | 14.7 | 0.8 | 48.1 | 6.4 | 1.7 | // | 14.7 |
| $\theta_1=90$ | // | 12.2 | 3.4 | 86.5 | 3.4 | 12.2 | // |

CONCLUSIONI

Il metodo del rapporto degli spostamenti relativi si è dimostrato efficiente per analizzare la divisione dei modi di frattura nel problema della delaminazione nei laminati in composito.

Il confronto con i valori dei G_i , ottenuti tramite il metodo modificato di chiusura della frattura per Δa tali da non rendere i singoli rilasci specifici di energia dipendenti dalla "mesh", ne evidenzia l'affidabilità.

Ulteriori ricerche devono essere fatte considerando i fenomeni di contatto che eliminano la singolarità e comportano nuove relazioni fra gli sforzi, gli spostamenti e i K_i .

BIBLIOGRAFIA

1. Pipes, R.B. and Pagano, N.J., "Interlaminar stresses in composite laminates under uniaxial extension", *J. Compos. Mater.*,

4, 1970, pp. 538-548

2. Wang, S.S., "Edge Delamination in Angle-ply Composite Laminates", *AIAA J.*, 1984, **22**, pp.256-264

3. Ting, T.C.T., "Explicit solution and invariance of the singularities at an interface crack in anisotropic composites", *Int. J. Solids and Struct.*, 1986, **22**, pp. 965-983

4. Wang, S.S. and Choi, I., "The interface crack between dissimilar anisotropic composites under mixed mode loading.", *J. Appl. Mech.*, 1983, **50**, pp. 179-183

5. Rybicki, E.F., Schmueser, D.W. and Fox , " An Energy release Rate Approach for stable crack growth in the free-edge delamination problem" , *J. Compos. Mat.*, **11**, 1977, pp. 470-487

6. Qian, W. and Sun, C.T. "Calculation of stress intensity factors for interlaminar cracks in composite laminate", *Comp. Science and Techn.*, 1997, **57**, pp. 637-650

7. Hwu, C., "Fracture parameters for the orthotropic bimaterial interface cracks", *Eng. Fract. Mech.*, 1993, **45**, pp. 89-97

8. Matos, R.M., McMeeking, R.M., Charalamibides, P.G. and Drory, D., "A method for calculating stress intensities in bimaterial fracture", *Int. J. Fract.*, 1989, **40**, pp. 235-254

9. Wang, A.S.D., Crossman F.W., "Some new Results on Edge Effect in Symmetric Composite Laminates", *J. Compos. Mat.*, **11**, 1977, pp. 92-106

10. Tong, P., Pian,H.H., Lasry, S.J., "A Hybrid-element approach to crack problems in plane elasticity" *Int. J. Numer. Methods in Eng.* 1973, **7**, pp.297-308

11. Sun, C.T. and Manoharan, M.G. "Strain energy release rate of an interfacial crack between two orthotropic solids.", *J. Compos. Mater.*, 1989, **23**, pp. 460-47

Atti del convegno

[[Precedente](#)] [[Successiva](#)]

Versione HTML realizzata da

