

RILIEVO ED ANALISI FRATTALE DELLA DISTRIBUZIONE DEI DIFETTI NEL CALCESTRUZZO

Alberto Carpinteri, Bernardino Chiaia e Stefano Invernizzi

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Torino

Corso Duca degli Abruzzi 24 - 10129 Torino

Sommario

Nel presente lavoro si descrive una innovativa tecnica sperimentale che consente di acquisire le caratteristiche microstrutturali del calcestruzzo, da cui dipendono numerosi aspetti del complesso fenomeno di frattura. Mediante l'utilizzo di un distanziometro laser, e in maniera completamente automatizzata, la tecnica consente di digitalizzare varie topografie tridimensionali estratte dal provino in esame. Dal rilievo di sezioni piane all'interno del materiale è possibile ricavare la distribuzione dei pori e delle cavità. L'apparecchiatura consente di determinare l'esatta dimensione e profondità dei vuoti presenti, superando le incertezze intrinseche nelle tradizionali tecniche di analisi dell'immagine, che difficilmente riescono a distinguere le cavità tra gli inerti di colore più scuro. I risultati ottenuti, analizzati mediante due differenti algoritmi per il calcolo della dimensione frattale, confermano la natura lacunare della sezione resistente effettiva, responsabile dell'effetto di scala sulla resistenza nominale a trazione del calcestruzzo.

Abstract

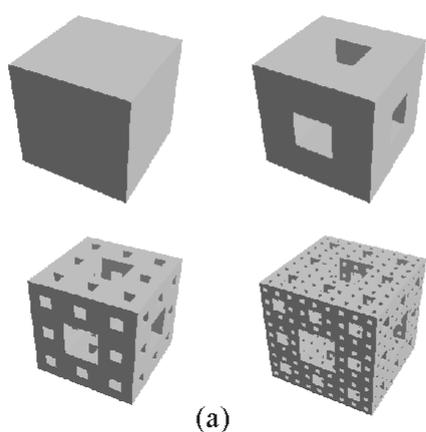
An innovative experimental methodology has been developed to analyse the microstructural characteristics of concrete, responsible for many peculiar features of the fracture phenomenon. By means of a completely automatised laser system, the three-dimensional morphologies of concrete can be digitised. Considering planar cross-sections of the virgin material, the pore and void distribution can be easily extracted from the laser-scanned topography. This procedure, which yields the effective depth and shape of the pores, permits to overcome the drawbacks and ambiguities of traditional image analysis techniques, where dark particles often confuse with pores. Calculating the fractal dimension by means of two different algorithms, allows us to confirm the lacunar fractal character of the stress-carrying section. This important feature is at the basis of the size-effect on concrete nominal tensile strength.

1. Introduzione

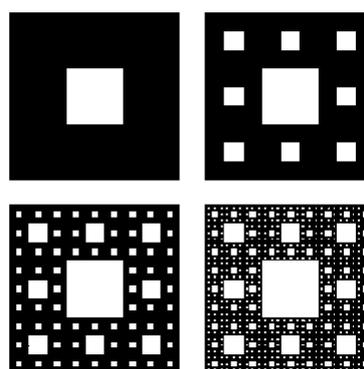
Allo studio dei mezzi continui spetta la determinazione del modo in cui le forze esterne siano trasmesse all'interno dei corpi. La definizione classica dello sforzo $[\sigma]$, dovuta a Cauchy, richiede che siano verificate alcune proprietà di "regolarità" (continuità e misurabilità) del mezzo. In particolare, la misurabilità Euclidea prevede implicitamente che le leggi meccaniche siano invarianti rispetto alla scala, mentre la differenziabilità permette di scrivere le equazioni della meccanica in termini differenziali. Se da un lato l'approccio classico limita la complessità analitica del problema, dall'altro esso consente di descrivere in modo sufficientemente accurato esclusivamente il campo tensionale medio. Nel calcestruzzo, tuttavia, la presenza di eterogeneità e singolarità tensionali gioca un ruolo chiave nella determinazione delle proprietà fisiche del materiale, rendendo in certi casi necessario un approccio differente.

Nei materiali di interesse ingegneristico i difetti sono presenti a tutte le scale, ed interagiscono tra loro in maniera complessa. Per questa ragione i tentativi di descrivere il fenomeno della frattura in un contesto classico sono a volte destinati ad essere incompleti. Ad esempio, le teorie classiche non sempre colgono efficacemente gli effetti di scala, ed in presenza di fenomeni di localizzazione delle deformazioni e di alti gradienti di sollecitazione (come accade nei problemi di frattura), l'approccio classico mostra numerosi limiti [1]. In ogni caso, tener conto esclusivamente dell'aspetto stocastico non consente di giustificare la complessità né l'auto-organizzazione a livello microscopico riscontrata nel fenomeno della frattura del calcestruzzo. D'altro canto, la proprietà di invarianza di scala del fenomeno può essere efficacemente messa in evidenza mediante la geometria frattale. La modellazione della microstruttura mediante domini frattali permette di cogliere l'aspetto gerarchico del danneggiamento progressivo e della propagazione della frattura. Di conseguenza, un dominio frattale lacunare (caratterizzato da una dimensione frattale Δ strettamente inferiore a quella topologica) può essere utilizzato correttamente quale modello, a scala mesoscopica, della sezione resistente effettiva di materiali reali.

Un modello frattale per solidi porosi è costituito dalla *spugna di Menger*. Tale insieme, mostrato in Fig. 1a, possiede dimensione di Hausdorff pari a $\Delta = \log 20 / \log 3 = 2.73$. A causa della sua natura non compatta, la spugna presenta volume asintoticamente nullo ed una distribuzione di massa con proprietà del tutto peculiari. Infatti, la densità nominale ρ , calcolata su campioni dotati di dimensione crescente, non è costante, ma diminuisce secondo la potenza della dimensione lineare d con un esponente non intero pari a $\Delta - 3$. Riferirsi alla densità lineare diviene quindi poco significativo, negli insiemi lacunari, poiché questa dipende intrinsecamente dalla dimensione del campione (Fig. 1c). In particolare, al tendere di d ad infinito, ρ tende a zero (un insieme lacunare è, asintoticamente, un insieme con misura euclidea nulla). Il comportamento descritto può essere riscontrato sperimentalmente nelle spugne naturali, poiché al crescere delle dimensioni del campione, cresce la probabilità che in esso sia contenuta una cavità di notevoli dimensioni. Un aspetto che è molto importante evidenziare riguarda la profonda diversità esistente tra le leggi di potenza che esprimono la dipendenza dalla scala ed il classico decadimento esponenziale. Infatti, le espressioni esponenziali del tipo $\rho(d) = e^{-d/d_0}$ sono caratterizzate da una lunghezza caratteristica d_0 , che è completamente assente nelle leggi di potenza, come pure negli insiemi frattali [1]. Se si considera una sezione piana della *spugna di Menger*, si ottiene il *tappeto di Sierpinski*, come mostrato nello schema di Fig. 1b fino alla terza iterazione. Tale insieme possiede area nulla ($\Delta = \log 8 / \log 3 = 1.893$) e può essere considerato come modello deterministico della sezione resistente lacunare all'interno di un mezzo poroso.

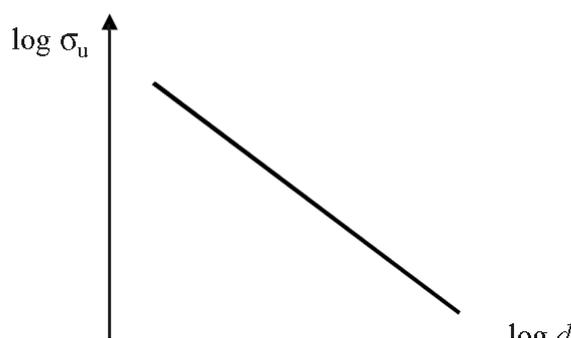
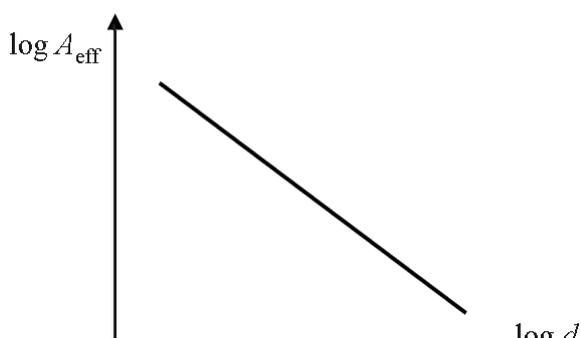


(a)



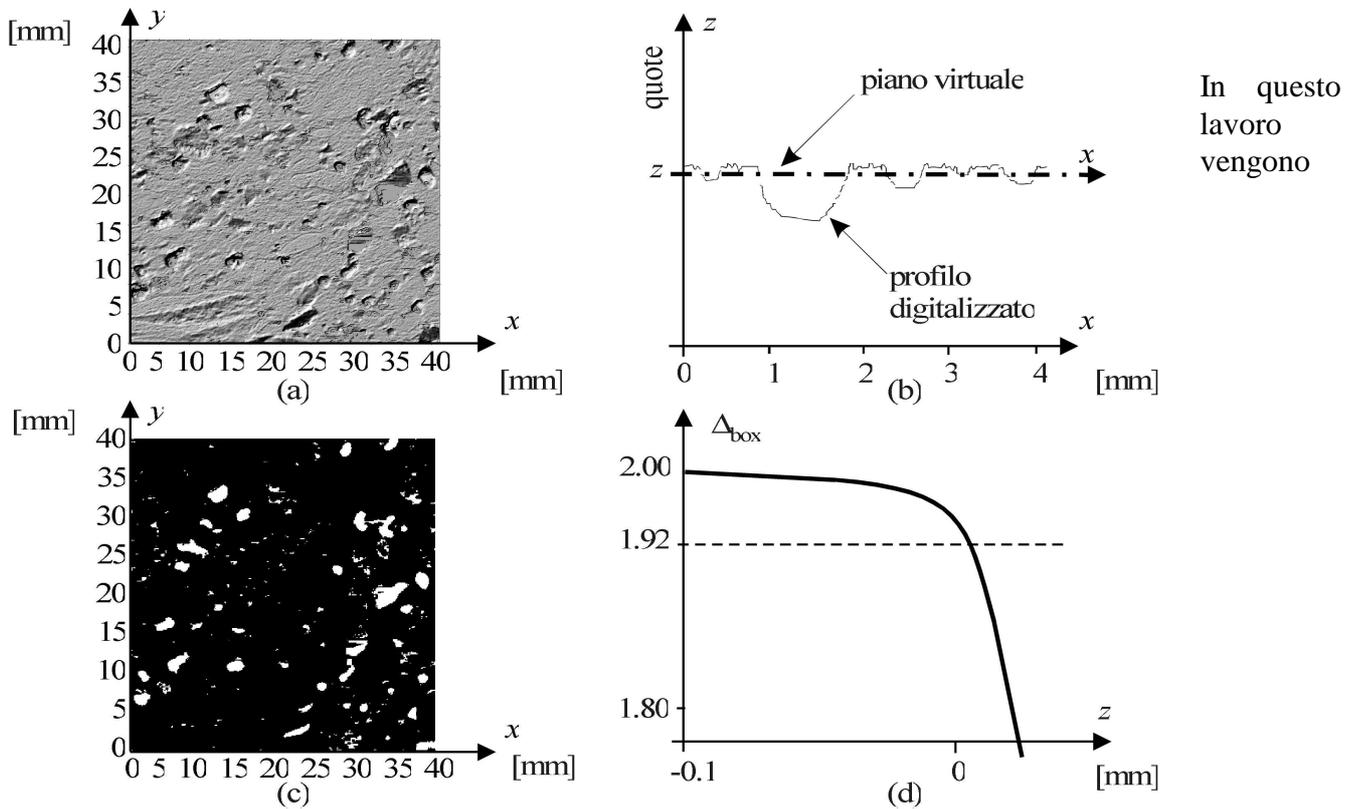
(b)

Poiché la misura Euclidea





(lunghezza, area o volume) di un insieme lacunare dipende dalla scala ed è infinitesima al crescere della risoluzione, la definizione di tensione secondo Cauchy non può essere efficacemente applicata. Infatti, per la condizione di equilibrio, ad un'area infinitesima corrisponde una tensione che dipende anch'essa dalla risoluzione, ed ha limite divergente. Il dominio frattale non risulta "regolare" come i domini Euclidei, anzi appare non differenziabile in ogni suo punto. D'altro canto, entra in gioco la proprietà di autosomiglianza, che garantisce al problema in esame particolari simmetrie (di dilatazione). Pertanto, nell'ambito della geometria frattale, è ancora possibile calcolare una misura finita dell'insieme, a patto di esprimerla dimensionalmente mediante una lunghezza elevata a Δ . Un'originale definizione di tensione frattale agente su un dominio lacunare è stata proposta da Carpinteri [2]. Se si adotta la misura frattale $l\Delta$ dell'insieme, è possibile, mediante la trasformazione *del gruppo di rinormalizzazione*, definire una tensione rinormalizzata σ^* agente sull'insieme frattale: $[\sigma^*]=[F][L]^{-\Delta}$. Da un punto di vista meccanico, tale anomala definizione di flusso degli sforzi, permette di spiegare correttamente l'effetto di scala sulla resistenza nominale a trazione dei materiali eterogenei. Può essere facilmente dimostrato [2] che, in perfetta sintonia con la legge di scala di potenza che esprime la variazione della misura nominale della sezione resistente, la resistenza a trazione nominale è soggetta ad un effetto di scala negativo, che è caratterizzato da un esponente frazionario nel diagramma $\log \sigma - \log d$, ed è direttamente legato al valore della dimensione frattale Δ del supporto (Fig. 1d).



considerate alcune sezioni interne, estratte da provini in calcestruzzo, e digitalizzate prima dell'applicazione dei carichi. La tecnica sperimentale adottata consente di ottenere l'esatta forma dei pori e dei vuoti presenti, ovviando agli inconvenienti delle tradizionali tecniche di analisi dell'immagine, che tendono a confondere le cavità con gli inerti di colore più scuro. I rilievi sperimentali sono stati successivamente analizzati mediante diversi algoritmi tridimensionali per il calcolo della dimensione frattale. Occorre notare come l'eventuale applicazione dei carichi provocherebbe un'ulteriore rarefazione della sezione resistente e, conseguentemente, comporterebbe valori ancora inferiori della dimensione frattale.

2. Metodologia sperimentale

L'innovativa tecnica sperimentale che si descrive sinteticamente nel seguito è stata sviluppata presso il Politecnico di Torino con l'intento di rilevare tridimensionalmente la topografia di superfici, operando al livello della cosiddetta "mesoscala". Per la misurazione delle quote è stato utilizzato un distanziometro laser, il cui funzionamento si basa sul conteggio del numero di cicli d'onda intercorsi tra l'istante in cui il raggio laser viene emesso e la successiva ricezione dopo che il raggio è stato riflesso dalla superficie del campione. L'apparecchiatura è costituita da un telaio massiccio, cui è fissato rigidamente il campione da misurare. Il distanziometro è reso solidale al telaio solo nella direzione verticale, mentre la posizione sul piano orizzontale viene assegnata mediante due motori micrometrici ortogonali tra loro. Sia la scheda di controllo dei motori, che la scheda di acquisizione del segnale fornito dal distanziometro, sono inserite nella scheda madre del medesimo personal computer. Ciò, unitamente al software di controllo appositamente sviluppato per tale applicazione, consente una estrema versatilità e la completa automatizzazione del processo di acquisizione della superficie. La proiezione della superficie rilevabile deve essere compresa in un'area rettangolare di dimensioni 50mm per 100mm, mentre la massima precisione raggiunta, sia nella misurazione delle quote che nell'assegnazione della posizione orizzontale, può essere stimata di $\pm 2\mu\text{m}$.

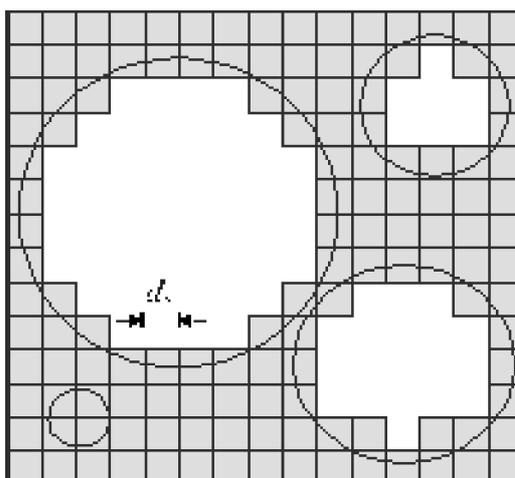
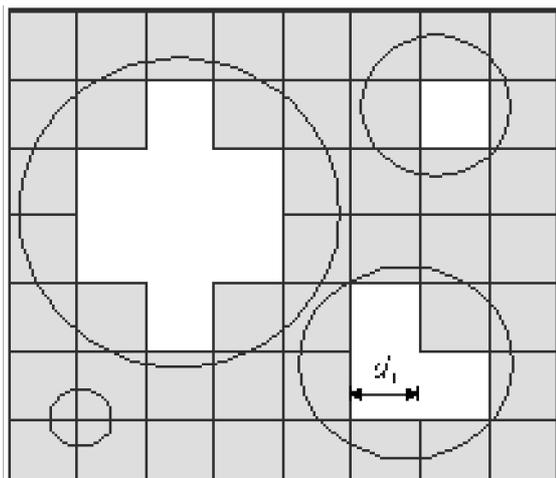
Il rilievo tridimensionale delle sezioni trasversali di provini non danneggiati è particolarmente utile nello studio delle caratteristiche microstrutturali del calcestruzzo. Tali superfici appaiono macroscopicamente lisce (Fig. 2a). In realtà esse sono caratterizzate da una distribuzione di crateri (simili ai crateri lunari) dovuti alle cavità microstrutturali intercettate dal piano di taglio. A causa della presenza di vuoti nella microstruttura, la sezione resistente effettiva si presenta quindi molto meno densa e compatta rispetto alla sezione nominale. Inoltre, il rilievo di microstrutture reali ha messo in luce come la distribuzione delle cavità non sia uniforme ma, anzi, a causa dell'estrema complessità, non risulti possibile calcolare un valore della percentuale dei vuoti che sia indipendente dalla dimensione lineare del campione considerato.

Per ricavare il dominio resistente effettivo, occorre allora considerare i punti della superficie rilevata che non appartengono ai crateri, ossia alla struttura dei vuoti. Per questo, da un punto di vista teorico, sarebbe sufficiente considerare l'insieme dei punti la cui quota è esattamente uguale a quella del piano con cui il campione è stato tagliato. Da un punto di vista pratico ciò non è possibile poiché la superficie rilevata non risulta essere perfettamente piana. Infatti, per quanto accurato sia il procedimento di taglio, esso genera una lieve rugosità uniformemente distribuita, che disturba l'analisi e va a confondersi con la porosità più fine. Per questa ragione, occorre considerare un secondo piano virtuale che sia parallelo al piano di taglio ma posto ad una quota lievemente inferiore. La giacitura di tale piano viene determinata mediante un algoritmo di *detrending* mentre la quota viene scelta in modo che il piano intercetti esclusivamente i crateri che sicuramente corrispondono a cavità microstrutturali (Fig. 2b). I punti la cui quota è maggiore di quella del piano virtuale costituiscono la sezione effettivamente reagente, mentre i rimanenti punti appartengono all'insieme (complementare) delle cavità (Fig. 2c). La procedura descritta consente di filtrare il rumore provocato dalla tecnica di taglio, a scapito delle informazioni sulla porosità più fine.

In Fig. 2d viene mostrata la variazione della dimensione frattale della sezione effettiva in funzione della quota del piano virtuale. Per quote eccessivamente basse la dimensione è pari a 2, poiché il piano virtuale intercetta solamente le cavità più grosse. La dimensione decresce mano a mano che un numero maggiore di cavità vengono intercettate. Non appena la sezione effettiva calcolata inizia a risentire del rumore, la dimensione decresce rapidamente. Il grafico è caratterizzato da una transizione piuttosto netta, anche se la scelta della posizione del piano virtuale, in modo da intercettare il maggior numero di cavità, nel contempo escludendo il rumore di taglio, non risulta effettivamente univoca.

3. Analisi frattale

La dimensione frattale della sezione resistente effettiva è stata calcolata utilizzando due diversi algoritmi, basati su definizioni teoriche differenti.



Il primo metodo adottato si fonda sul concetto matematico di ricoprimento di un insieme, ed è noto in letteratura con il nome di

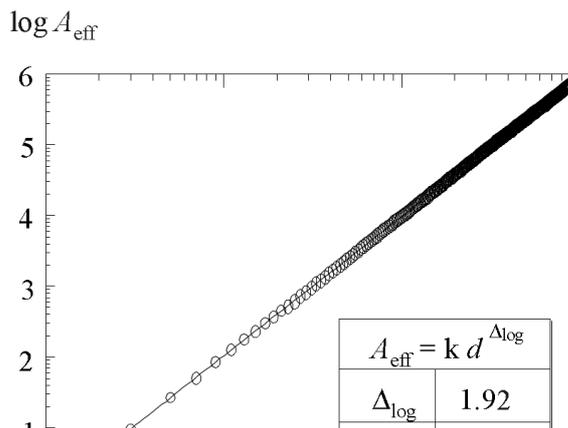
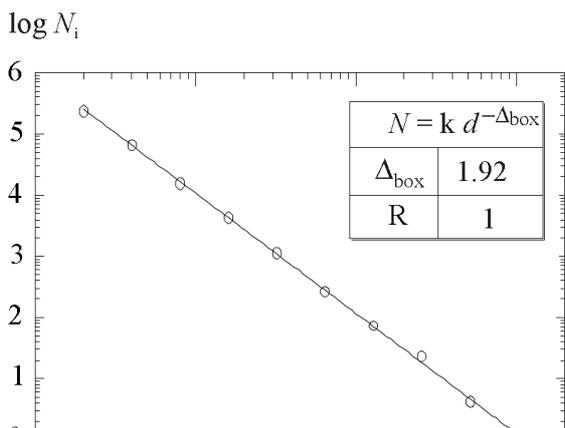
"Metodo delle Celle di Ricoprimento". Secondo tale approccio, la dimensione frattale viene stimata in funzione dell'ordine di infinitesimo dell'area di ricoprimento, calcolata al crescere della risoluzione. Osservando lo schema mostrato in Fig. 3, è possibile notare come le risoluzioni più accurate forniscano un valore di area sempre minore, essendo considerate anche le cavità via via più piccole. Poiché l'insieme in esame è isotropo, come elemento di ricoprimento è stata utilizzata una cella quadrata. Il numero N_i di celle ricoprenti è stato calcolato in corrispondenza di valori decrescenti della dimensione lineare d della cella. La sezione resistente effettiva è, in senso statistico, un insieme frattale lacunare, la cui dimensione frattale è fornita dalla seguente equazione:

$$\Delta_{\text{box}} = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\log N_i}{\log(1/d)} \quad (1)$$

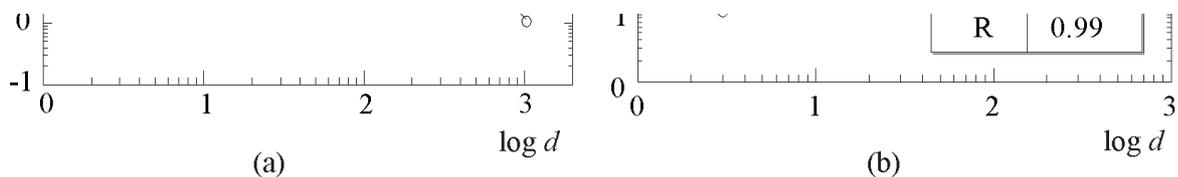
La dimensione frattale calcolata, pari a 1.92, è stata ottenuta in funzione della pendenza della retta di interpolazione lineare dei dati sperimentali nel diagramma bilogarithmico di Fig. 5a. Tale valore, strettamente minore di 2, mette in evidenza la natura frattale lacunare della sezione resistente effettiva.

Il secondo metodo è meno tradizionale del primo ma discende da una interessante interpretazione fisica. In questo caso la misura considerata non è la proiezione dell'area ma la sua densità, definita come rapporto tra l'area effettiva A_{eff} e l'area nominale A_{nom} ottenuta moltiplicando le dimensioni della zona quadrata considerata. Se si considera un dominio compatto ed uniforme (Fig. 4a), la densità risulta costante e pari ad uno, indipendentemente dalla dimensione e dalla posizione della zona utilizzata per il calcolo.

Se l'insieme considerato presenta una porosità uniforme (Fig. 4b), qualsiasi sottoinsieme ha, in media, la stessa percentuale di vuoti. La densità appare quindi nuovamente costante (ma minore di uno) ed indipendente dalle dimensioni del sottoinsieme.



La sezione effettiva,



schematizzata in Fig. 4c, presenta invece una morfologia assai più complessa rispetto ai due casi appena considerati. La distribuzione non uniforme dei vuoti rende impossibile calcolare un valore medio univoco della densità, che sia cioè indipendente dalle dimensioni della zona considerata [3]. Il valore medio della densità decresce all'aumentare della dimensione del sottoinsieme considerato, secondo una legge di potenza con esponente non intero e pari a $2-\Delta$. La densità diminuisce poiché, aumentando le dimensioni del sottoinsieme considerato, cresce la probabilità che in esso sia inclusa una cavità di grandi dimensioni, secondo un ragionamento analogo a quanto riscontrato sperimentalmente nelle spugne naturali [4]. Poiché tutti i frattali lacunari presentano un'analogia dipendenza della densità apparente dalla scala, è possibile introdurre la cosiddetta *densità logaritmica*, definita come:

$$A_{\log} = \frac{\log A_{\text{eff}}}{\log A_{\text{nom}}} \quad (2)$$

Se d è la dimensione lineare dell'area considerata, la dimensione frattale $\Delta \log$ può essere ricavata in funzione della pendenza della retta di interpolazione nel diagramma bilogarithmico mostrato in Fig. 5b. Nel caso in esame il valore calcolato è pari a $\Delta \log = 1.92$, ed è coerente con il valore ricavato tramite il metodo delle celle di ricoprimento.

La dimensione frattale ottenuta è molto prossima al valore topologico $D=2$ poiché è stato trascurato l'effetto di rarefazione della sezione dovuto alla porosità fine; pertanto, essa costituisce una approssimazione per eccesso del valore reale.

Una successiva applicazione dei carichi provocherebbe un fenomeno di propagazione e coalescenza dei vuoti e delle microfessure tale da indebolire ulteriormente l'effettiva sezione reagente. Al carico di picco, la sezione reagente (*ligament*) presenta quindi una dimensione frattale sensibilmente inferiore. Purtroppo, allo stato attuale delle conoscenze, risulta impossibile la misurazione sperimentale delle sezioni reagenti sotto carico.

In conclusione, occorre notare che i valori ricavati possono essere considerati dei maggioranti dell'effettiva dimensione della sezione resistente per il materiale. Miglioramenti nella tecnica di esecuzione del taglio, tesi a minimizzare l'influenza del rumore, consentiranno di rilevare anche la porosità più fine con un'ulteriore diminuzione della dimensione frattale della sezione resistente.

Ringraziamenti

Questa ricerca è stata realizzata grazie al contributo del Ministero dell'Università e della Ricerca Scientifica (MURST), del Consiglio Nazionale delle Ricerche (CNR) e del Contratto della Comunità Europea EC-TMR n0 ERBFMRXCT 960062.

Bibliografia

1. A. Carpinteri & B. Chiaia, *Chaos, Solitons and Fractals*, 7, 1334-1364 (1996).
1. A. Carpinteri, *Mechanics of Materials*, 18, 259-266 (1994); pubblicato anche in *Atti Interni*, Laboratorio di Meccanica della Frattura, Politecnico di Torino (1992).
1. A. Carpinteri, G. Ferro and S. Invernizzi, *Engineering Fracture Mechanics*, 58, 421-431 (1997).

1. B.B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman & Co., San Francisco, 1982.

Atti del convegno

[[Precedente](#)] [[Successiva](#)]

Versione HTML realizzata da

