

PROPAGAZIONE SUB-CRITICA DI CRICCHE DI FATICA IN RUOTE DENTATE : APPROCCIO INTEGRATO CAD-BEM

Michele Ciavarella, Giuseppe Demelio

Dipartimento di Progettazione e Produzione Industriale

Politecnico di Bari - Viale Japigia 182, 70126 Bari

ciava@dppigr.poliba.it, demelio @poliba.it

Sommario

Per mezzo di codici di calcolo messi a punto dagli autori si studiano in modo integrato aspetti concernenti la cinematica, la progettazione statica e a fatica di ruote dentate e la vita residua utile in presenza di cricche.

In particolare, sono stati messi a punto programmi per la generazione di discretizzazioni BEM o FEM di ruote dentate ottenute per involuppo, con geometria degli utensili e parametri di taglio definiti dall'utente.

L'impiego di tecniche agli elementi di contorno risulta più versatile per una completa analisi nel caso di propagazione subcritica di cricche, mentre l'uso del FEM risulta particolarmente utile nella fase di individuazione di schemi di vincolo o carico, oppure quando ci sono importanti tensioni residue da considerare nel modello.

Si mostrano alcune applicazioni con particolare riferimento alla propagazione subcritica di cricche nel caso di ruote dentate corrette e nel caso di dentature realizzate su alberi cavi di piccolo spessore, particolarmente diffuse nelle applicazioni aeronautiche.

Abstract

Through the help of software developed by the authors, several aspects of design of gear teeth are considered in an integrated way, namely the kinematics, static stress analysis and design for residual life. In particular, computer codes have been set up by the authors for generating BEM or FEM meshes of gears manufactured by means of user defined shape of the tools and cut parameters.

The use of FEM permits a greater versatility in finding the correct constraint or loading conditions, or when important residual stresses are present, whereas BEM is easier to use for a complete and automatic subcritical propagation analysis of cracks.

As application it is studied the effect on the fatigue life and on the crack paths of the rack shift factors and of the rim thickness in gear manufactured on thin hollow shaft for aeronautical applications.

1. Introduzione

In letteratura sono reperibili molteplici tentativi di automatizzare i vari aspetti dell'analisi cinematica e della resistenza di ingranaggi.

In alcuni settori, in particolare quello aeronautico, la necessità di spingere l'alleggerimento a livelli estremi, nei limiti dei coefficienti di sicurezza richiesti, porta alla conseguenza che il problema della resistenza degli ingranaggi non può essere separato dalla valutazione del comportamento dell'insieme albero-ingranaggio, specialmente quando l'albero stesso è cavo e di piccolo spessore e l'ingranaggio ha diametro di fondo coincidente con il diametro esterno dell'albero, o quando, pur essendo la ruota dentata di dimensione maggiore dell'albero, la si alleggerisce riducendo drasticamente lo spessore della corona.

In altre applicazioni, quale ad esempio la realizzazione di cambi di velocità o di riduttori per l'uso nel settore automobilistico, movimento terra, agricolo, industriale, ecc., si ha in molti casi un problema del tutto opposto. Si nota ad esempio che molte realizzazioni hanno una vita utile superiore a quella delle altre parti, quali motori a combustione interna, frizioni, sistemi frenanti, azionamenti. All'atto della cessazione dal servizio per la prevista obsolescenza

dell'intera macchina, ritenuta non più produttiva, alcune parti relative alle trasmissioni risultano avere ancora una notevole vita residua. Ciò induce i produttori a chiedersi se sia perseguibile lo scopo di ridurre i costi, ottimizzando il progetto e cercando di dare una vita utile omogenea a tutto l'insieme.

Nel campo delle applicazioni correnti, soluzioni tecniche che richiedono lo studio di molte configurazioni, in funzione soprattutto dei parametri di correzione degli ingranaggi, non sono adottate per la complessità degli studi stessi e per i lunghi tempi richiesti da analisi accurate. Alcune problematiche tecniche, quali ad esempio lo studio della ripartizione delle forze di contatto in funzione dei giochi e delle problematiche di lubrificazione ed i fenomeni di pitting, introdotte nei calcoli ancor oggi con metodi empirici, richiedono un approfondimento scientifico spesso non praticabile per l'impossibilità di disporre in tempi accettabili, di accurati schemi di calcolo per una casistica che risulta ampia e soggetta all'influenza di molti parametri.

L'uso di software general purpose per analisi di tipo tensionale e deformativo risulta scarsamente raccomandabile, in quanto essendo lo strumento non specializzato, i tempi di analisi rendono uno studio completo praticamente impossibile.

Nell'ottica di procedere nello studio sistematico di alcuni di questi aspetti, in questo lavoro presentiamo alcuni strumenti di analisi particolarmente efficienti, che permettono di affrontare una serie di studi tensionali e di propagazione subcritica di cricche in modo quasi interattivo.

Non è qui possibile fornire una esauriente ricerca bibliografica sull'argomento in genere, per la quale rimandiamo a lavori monografici [1], a testi di base per la progettazione meccanica [2, 3], e alle vasta normativa, come principali riferimenti.

Sugli aspetti di analisi tensionale in senso stretto, ricordiamo l'uso di soluzioni approssimate di elasticità piana in [4], lo studio numerico del problema di propagazione di cricche di fatica in [5] e la rimarchevole indagine numerico-sperimentale condotta in [6], che si occupa in particolare della propagazione di cricche in ingranaggi con base di ridotto spessore, studiata sia numericamente, utilizzando un particolare codice ad elementi finiti, sia effettuando una sperimentazione di notevole complessità e accuratezza, che sostanzialmente conferma le predizioni numeriche in quanto a percorsi cricca e vita residua a fatica. Una interessante analisi che considera il problema della propagazione nel caso tridimensionale è effettuata in [7].

2. Generazione del modello

La prima fase di ottimizzazione cinematica dell'ingranamento e di generazione del profili è effettuata utilizzando il codice di calcolo illustrato in [8], che consente di simulare il processo di taglio modellando l'utensile per mezzo di primitive descritte da relazioni parametriche lineari in sistemi di coordinate cartesiane o cilindriche, in particolare segmenti di retta, archi di circonferenza, archi di spirale. Il codice di calcolo, applicato in particolare al taglio per involuppo di ingranaggi ad evolvente, consente di ottenere una accurata geometria anche per i tratti con rappresentazione analitica non elementare, quali ad esempio il raccordo al piede di ciascun dente, laddove si localizza la concentrazione tensionale.

Una volta acquisito numericamente il profilo è generata una mesh ad elementi di contorno, di cui l'utente può stabilire le dimensioni massime e minime e le relative modalità di infittimento. Sono generati contestualmente i files per l'analisi con elementi di contorno per vari codici di calcolo, Besap [9], Beacon [10], Dual-Bem [11]. Con metodi di *paving* ottimizzati [12, 13] è contestualmente generata l'eventuale discretizzazione interna ad elementi triangolari che può essere sfruttata sia per la determinazione delle grandezze interne del dominio nel caso di soluzione con elementi di contorno che può essere sfruttata per l'analisi FEM (nel caso specifico è generato un file per il programma ad elementi finiti Ansys). Tutte le procedure di generazione dei modelli BEM e FEM sono estremamente rapide, consentendo all'utente di operare in modo interattivo.

3. Soluzione del problema di propagazione

La soluzione del problema di propagazione, nel caso di ruote dentate, richiede una serie di assunzioni e approssimazioni. Infatti, partendo dal comportamento fisico del sistema reale, è necessario considerare i seguenti elementi relativi alle modalità di applicazione del carico :

- 1) all'imbocco ci sono almeno due denti in presa. Nelle applicazioni aeronautiche si tende ad aumentare il numero di denti in presa contemporaneamente ;
- 2) lo spessore del dente in punta risulta lievemente ridotto in modo da eliminare o ridurre fenomeni d'urto all'atto del primo ingranamento ;
- 3) il carico risulta mobile lungo il fianco ;
- 4) in alcuni casi (applicazioni aeronautiche) si tende ad aumentare il numero di denti in presa contemporaneamente ;

5) in ruote dentate di rinvio o in satelliti di rotismi epicicloidali la forza applicata agisce alternativamente su entrambi i fianchi di ciascun dente.

Per quanto riguarda il comportamento del materiale quasi sempre è effettuato un trattamento termico o termo-chimico per aumentare la durezza superficiale e per indurre tensioni residue superficiali di compressione, eventualmente generate o incrementate anche con un trattamento di pallinatura.

In generale tutte le caratteristiche superficiali intervengono fundamentalmente nei processi di nucleazione della cricca, ed una analisi dettagliata esula dagli scopi della presente analisi, e richiede una indagine estremamente specialistica. Pertanto non si tiene conto di tensioni residue o particolari caratteristiche superficiali nelle successive analisi.

La legge di propagazione adottata è quella classica di Paris, sebbene il codice di calcolo ad elementi di contorno utilizzato [11] consenta di adottare leggi di propagazione definite dall'utente.

4. Esempi di applicazione

4.1 Effetto della correzione sulla propagazione della cricca

Il caso di propagazione di cricche di fatica in una ruota dentata non corretta studiato in [6] è stato assunto come riferimento per il confronto dei risultati in assenza di correzione e per verificare l'effetto della correzione stessa. Il rapporto di trasmissione utilizzato in [6] è unitario. Nel caso qui studiato si è adottato un rapporto di trasmissione pari a 0.5, in modo da poter effettuare operazioni di correzione. È stata effettuata la modellazione dell'ingranamento di una coppia di ruote dentate aventi 28 e 56 denti con modulo pari a 3.2 mm. La generazione del profilo è stata effettuata per mezzo di un utensile standard AGMA per angolo di pressione pari a 20° e rapporto fra raggio di raccordo in punta e modulo pari a 0.35. La modellazione ad elementi di contorno è stata effettuata solo per la ruota a 28 denti, dal momento che l'altra ruota ingranante risulta notevolmente più robusta, anche con correzione di segno negativo.

L'ingranamento è stata ottimizzato minimizzando e uguagliando gli strisciamenti specifici con due possibili correzioni, la prima con spostamenti uguali e opposti dell'utensile in modo da conservare inalterato il valore dell'interasse, la seconda con spostamenti diversi dell'utensile. I dati relativi ai casi esaminati sono riportati nella Tabella 1.

Tabella 1

Correzione, interasse, strisciamenti specifici e angolo di pressione per i casi studiati

Caso	x1	x2	interasse [mm]	Ks1	Ks2	angolo di pressione
Ruote non corrette	0	0	134.4	-1.81	-1.01	20°
Correzione 1	0.17	-0.17	134.4	-1.28	-1.22	20°
Correzione 2	0.34	0.17	135.966	-0.96	-0.99	21.74°

Sempre utilizzando il codice di generazione dei profili delle dentature, sia per il caso di taglio normale che per quello con correzione, si è determinata la fase di ingranamento caratterizzata da un solo dente in presa e dalla massima distanza del punto di applicazione della forza scambiata dall'asse di rotazione. In questa configurazione, è stata generata una mesh ad elementi di contorno in assenza di cricca ed è individuato l'elemento più sollecitato, calcolando il valore della forza tale da produrre una tensione principale massima in corrispondenza del raccordo di 300 N/mm², valore ricadente nel range dei limiti di fatica pulsante per i materiali utilizzati negli ingranaggi. Nella successiva generazione della mesh è stata introdotta una cricca, avente dimensione di 0.1 mm, collocata normalmente alla superficie del raccordo, in corrispondenza del punto più sollecitato. I parametri utilizzati nella legge di propagazione sono $m=3.3$, $C=2.8e-14$, con velocità di propagazione espressa in mm/ciclo e la variazione del fattore di intensità degli sforzi in N/mm^{3/2}.

I risultati ottenuti sono mostrati in figura 1. Per ogni caso studiato sono state effettuate due analisi, ciascuna composta da dodici step di propagazione, la prima con incrementi della cricca di 0.1 mm, la seconda con incrementi di 0.3 mm.

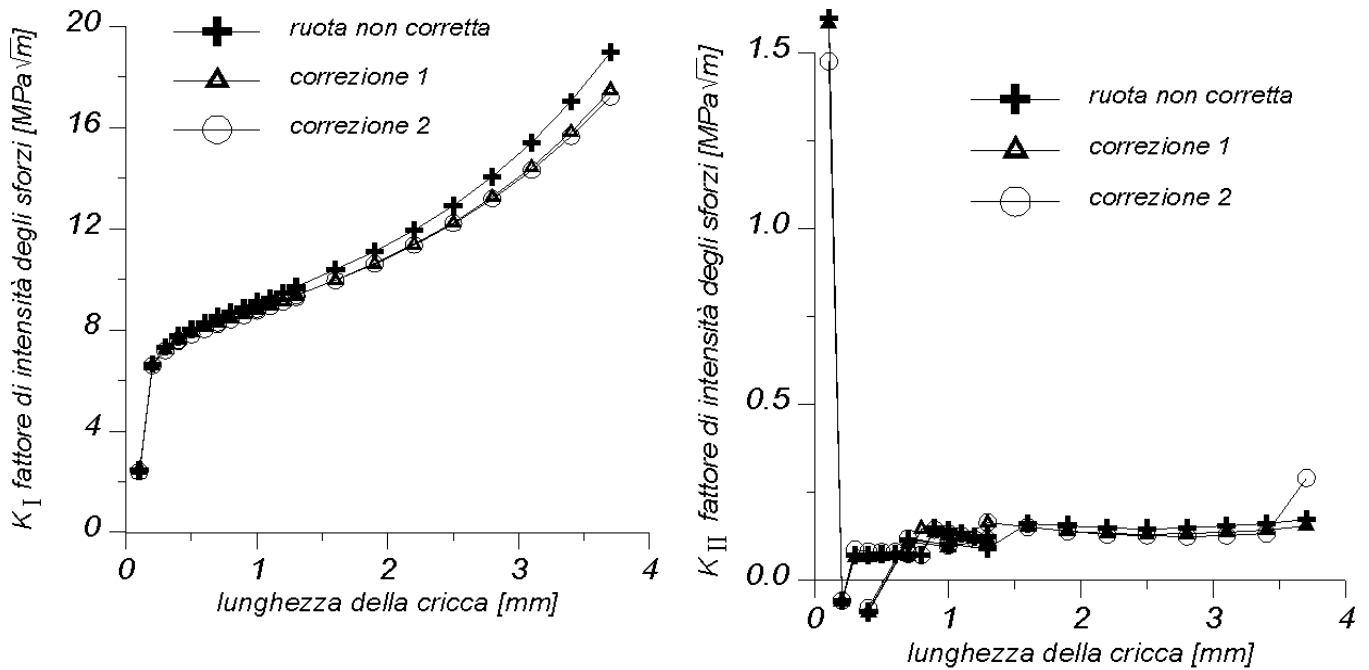


Figura 1 - Fattori di intensità degli sforzi per il caso di ruota dentata non corretta e per i due tipi di correzione ipotizzati, (a) modo I, (b) modo II

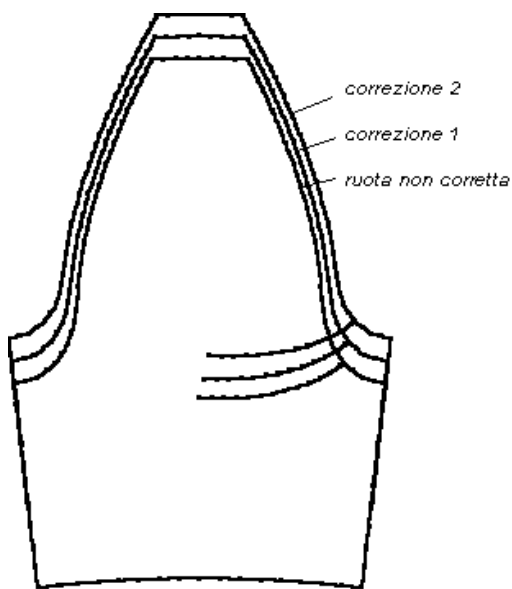


Figura 2

Geometria delle ruote dentate ed influenza della correzione sui percorsi delle cricche

In figura 1a è mostrato l'andamento del fattore di intensità degli sforzi K_I in funzione della dimensione della cricca. I risultati ottenuti per il caso di ruota dentata non corretta sono praticamente sovrapponibili a quelli ottenuti in [6], mostrando un migliore grado di dettaglio nell'intervallo delle dimensioni della cricca fino ad 1 mm. Per i due tipi di correzione studiati, i valori dei fattori di intensità degli sforzi in modo I sono lievemente inferiori a quello del caso non corretto e praticamente coincidenti fra loro.

Per tenere realmente conto dell'effetto delle correzioni è necessario considerare che, sebbene i punti di applicazione delle forze applicate risultino più vicini alla punta del dente, per ottenere lo stesso valore della tensione massima in corrispondenza del raccordo, sono state applicate delle forze di valore più elevato, dal momento che gli spessori alla radice delle ruote dentate corrette risultano maggiori. La coppia trasmissibile aumenta, rispetto al caso di ruota non corretta, del 7.1 % nel primo tipo di

correzione e del 7.5% nel secondo. A parità di coppia trasmessa, la correzione determina quindi un notevole incremento della vita residua dell'ingranaggio.

Per quanto riguarda l'andamento del fattore di intensità degli sforzi in modo II, mostrato in figura 1b, è da osservare che il primo valore calcolato risulta coincidente con quello riportato in [6], così come quelli per dimensioni della cricca maggiore di 1.3 mm. Per valori inferiori si evidenziano errori numerici relativamente elevati, come si può evincere dalla mancata coincidenza fra i punti ottenuti nelle analisi con incremento a step 0.1 mm rispetto a quelli con incremento della cricca di 0.3 mm. Tali errori risultano comunque ininfluenti per il modesto valore assoluto assunto dal K_{II} .

In figura 2 è mostrata la traiettoria di propagazione delle cricche per i tre casi esaminati. L'andamento è omogeneo e tende a fratturare i denti secondo una direzione normale al loro asse.

4.2 Effetto dello spessore della corona della ruota dentata

Quando la ruota dentata è supportata da una corona di ridotto spessore connessa al mozzo mediante razze, oppure è realizzata di pezzo su di un albero cavo, può essere utile accertare fino a quando è possibile spingere l'alleggerimento garantendo margini di sicurezza adeguati. Una analisi di questo tipo richiederebbe la schematizzazione di un congruo numero di denti in grado di simulare localmente la cedevolezza dell'intera ruota.

Volendo utilizzare un modello semplificato con un solo dente, si è cercato di individuare uno schema vincolare adeguato. Per fare ciò sono state generate mesh ad elementi finiti triangolari isoparametrici parabolici di un settore di corona dentata a tre denti. Sono stati considerati rapporti tra lo spessore minimo della corona e l'altezza del dente variabili tra 0.3 e 1. Un esempio dei risultati ottenuti è illustrato in figura 3, che offre una rappresentazione vettoriale degli spostamenti ottenuti.

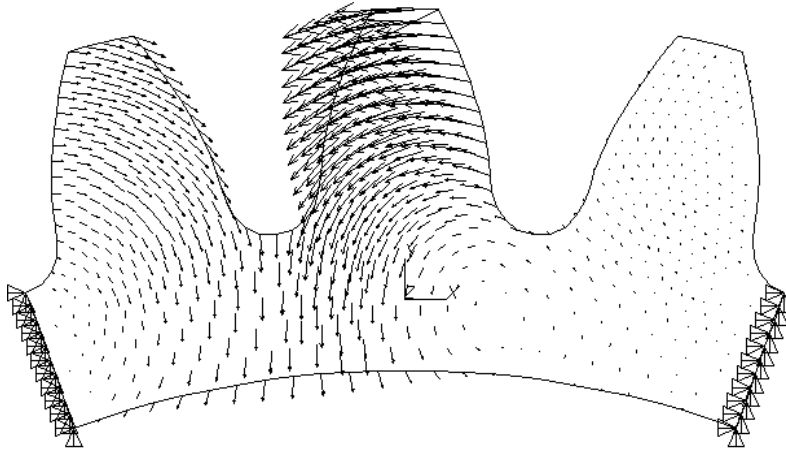


Figura 3 - Rappresentazione vettoriale degli spostamenti in un settore di corona dentata a tre denti per l'individuazione delle condizioni di vincolo di un settore a un solo dente.

Lo studio effettuato ha consentito di ritenere adeguata una mesh ad elementi di contorno che modella un settore di corona contenente un solo dente, vincolato con un incastro nella porzione di contorno laterale giacente nello stesso semipiano, rispetto all'asse del dente, in cui è applicata la forza e con spostamenti normali all'asse del dente impediti sul lato opposto, dove è stata applicata una forza distribuita diretta verso l'alto e con risultante pari al 70 % della forza applicata al dente. Si è verificato che il valore di questa forza non risulta critico per la traiettoria delle cricche e per i fattori di intensità degli sforzi.

L'analisi di propagazione di cricche di fatica è stata effettuata sul dente non corretto assumendo diversi valori del rapporto tra dimensione radiale minima della corona t e altezza del dente h (Figura 4a).

I risultati ottenuti, in termini delle traiettorie delle cricche, sono mostrati in figura 4a. Si nota come tra il caso indicato con "a" ($t/h = 1$) e quello indicato con "b" ($t/h = 0.75$) si potrà determinare un particolare valore di t/h per cui la cricca tenderà a propagarsi trasversalmente in modo da incontrare il massimo spessore di materiale. In questo intervallo di h/t la variazione di K_I risulta contenuta e molto vicina alla ruota dentata considerata interamente piena. Nell'analisi svolta, per $t/h = 0.5$, l'incremento del fattore di intensità degli sforzi in modo I risulta piuttosto sensibile, a differenza di quanto riscontrato in [6].

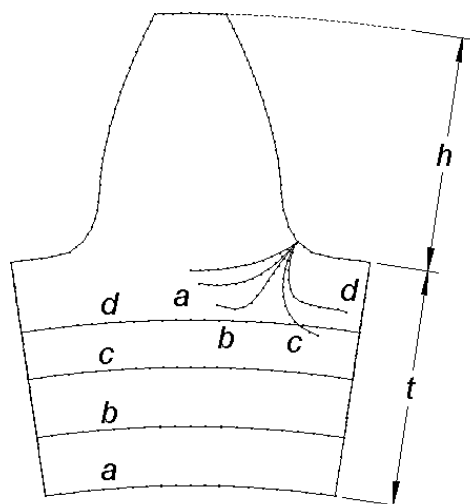


Figura 4

Traiettorie seguite dalle cricche per i diversi spessori di corona adottati. Confronto con il percorso della cricca per il caso di ruota dentata piena.

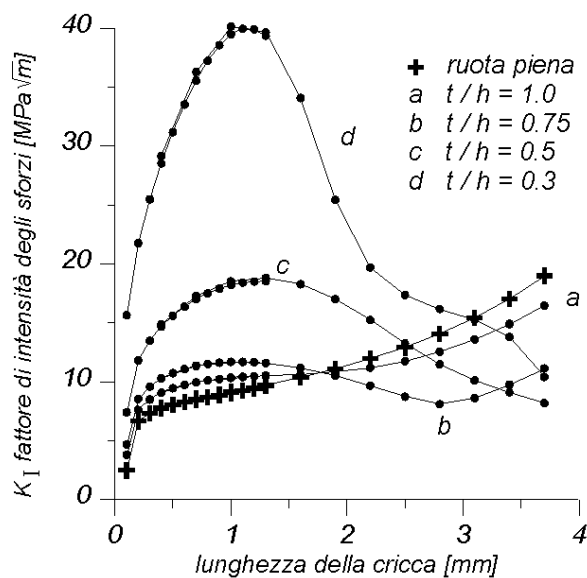


Figura 5

Fattori di intensità degli sforzi in modo I per i casi esaminati di rapporto tra spessore della corona e altezza del dente

5. Conclusioni

Si è illustrata una procedura per la modellazione solida di ruote dentate e di integrazione con metodi numerici utile per risolvere problemi di dimensionamento o di stima della vita residua in ingranaggi criccati.

Il confronto con i risultati numerici e sperimentali reperibili in letteratura ha mostrato la bontà della procedura. Nello stesso confronto si evince come il codice messo a punto sia estremamente più rapido ed elastico nella fase di modellazione e analisi dei risultati.

Sono stati esaminati gli effetti della correzione, mostrando quantitativamente i vantaggi anche nella resistenza a termine nel caso di propagazione di cricche a partire dalla radice dell'intaglio.

E' stata mostrata la possibilità di utilizzare una schematizzazione semplificata nel caso di ruota dentata realizzata su corona di ridotto spessore radiale. I risultati ottenuti confermano l'esistenza di un limite dello spessore della corona, al di sotto del quale la cricca tende a propagarsi radialmente verso l'interno a notevole velocità. E' possibile inoltre ottimizzare la dimensione dello spessore della corona in modo che la cricca assuma una traiettoria di lunghezza massima nell'attraversamento del materiale.

Bibliografia

1. Henriot G., "Ingranaggi - Trattato teorico e pratico", Vol. I e II, Tecniche Nuove, **1978**
2. Giovannozzi R., "Costruzione di Macchine", Vol. 2, Patron Editrice, Bologna, **1980**
3. Deutschman A. D., Michels W. J., Wilson C. E., "Machine Design ; Theory and practise", Macmillan Publishing Co., Inc., New York, **1975**
4. Nicoletto G., "Approximate Stress Intensity Factors for Cracked Gear Teeth", Eng. Fract. Mech., Vol. 44, 2, 231-242, **1993**
5. Pehan S., Hellen T. K., Flasket J., "Applying Numerical Methods for Determining the Service Life of

Gears", Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., Vol. 18, No 9., 971-979, **1995**

6. Ballarini R., Lewicki D. G., " *Effect of Rim Thickness on Gear Crack Propagation Path*" ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 119, 1, 88-95, **1997**

7. Guagliano M., Vergani L., " *Influenza delle condizioni di contatto sulla propagazione a fatica dei difetti nelle ruote dentate per cambi automobilistici*", IGF 13, Cassino, 27-28 maggio **1997**

8. Demelio G, Monno G, " *Ottimizzazione del progetto di ruote dentate mediante CAD*", Organi di Trasmissione - Casa Editrice Tecniche Nuove, N°5 , 76-80, **1994**

9. Demelio G., Onorato F. " *Strutture sollecitate nel piano con elementi di rinforzo sul bordo. Soluzione numerica con elementi di contorno*", Atti del XVIII Convegno Nazionale AIAS, Amalfi, 12-15 settembre **1990**, pp. 437-445.

10. Becker A. A., " *The Boundary Element Method in Engineering - A complete course*" McGraw-Hill Book Company, London, **1992**

11. Portela A., Aliabadi M. H., " *Crack Growth Analysis Using Boundary Elements*", Computational Mechanics Publications, Southampton, UK, **1993**

12. Sadek E. A., " *A Scheme for the Automatic Generation of Triangular Finite Elements*", Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, **15**, 1813-1822, **1980**

13. Sezer L., Zeid I. " *Automatic Quadrilateral/Triangular Free-form Mesh Generation for Planar Region*", Int. J. for Numerical Methods in Engineering, **32**, 1441-1499, **1992**

Atti del convegno

[[Precedente](#)] [[Successiva](#)]

Versione HTML realizzata da

