

# **LA RESISTENZA A FATICA DI RUOTE DENTATE CARBONITRURATE: UN APPROCCIO DI PREVISIONE E RISCONTRI SPERIMENTALI**

M.Guagliano, L.Vergani

*Politecnico di Milano-Dipartimento di Meccanica*

*P.zza L. da Vinci, 32 - 20133 Milano*

## Sommario

La crescente richiesta di leggerezza ed affidabilità delle trasmissioni di potenza rende indispensabile la definizione di criteri di dimensionamento e verifica dei componenti più accurati rispetto a quelli oggi utilizzati. In questo lavoro si considera un cambio di velocità di impiego automobilistico: in particolare è stato elaborato un procedimento di calcolo per la previsione a fatica delle ruote dentate carbonitrate. Tale procedimento distingue la fase di nucleazione da quella di propagazione e consente la valutazione quantitativa di entrambe: in questo modo è possibile ottenere un dimensionamento a fatica accurato e proporre eventuali affinamenti finalizzati all'alleggerimento del riduttore. Prove sperimentali condotte sulle ruote dentate hanno fornito le prime valutazioni relativamente all'efficacia del metodo di calcolo proposto.

## *Abstract*

*The ever increasing demand for safety and lightness of power transmission systems makes undeliable the definition of more accurate design methods with respect to those currently utilized. In this paper a gear reduction unit for automotive uses is considered: in particular a method for fatigue design of carbo-nitrided gear teeth was defined. The proposed method considers both the crack initiation and propagation phases and enables to a quantitative evaluation of these latter: it is thus possible to obtain an accurate fatigue design and to propose eventual modifications of the original design with the aim to obtain a lighter unit. Experimental tests on gear teeth were carried out and gave the first evaluation about the goodness of the calculation method proposed.*

## 1. Introduzione

I riduttori ad ingranaggi sono componenti di elevata diffusione nell'ambito dei sistemi di trasmissione di potenza. La loro progettazione è dettata da norme internazionali che ne impongono il dimensionamento in funzione del modulo. Tali norme sono in genere conservative ed è noto che in molte occasioni il loro assoluto rispetto porta alla progettazione di ruote dentate di dimensioni troppo onerose in relazione ai carichi di esercizio. In altre parole seguire i criteri di calcolo contenuti nelle norme può dar luogo a risultati troppo cautelativi e, conseguentemente, a strutture pesanti.

Tuttavia, l'odierna richiesta di elevata leggerezza che caratterizza alcuni campi dell'ingegneria meccanica (si pensi ad esempio ai trasporti) rende pressante la ricerca di metodologie di calcolo più precise, che permettano, cioè, un'accurata valutazione dello stato di sforzo nelle ruote dentate ed in grado, quindi, di rendere plausibile l'adozione di coefficienti di sicurezza meno conservativi nelle verifiche di resistenza senza per questo far calare l'affidabilità del sistema di trasmissione della potenza.

Tale tema è stato oggetto di numerose ricerche negli ultimi anni; in particolare, se si focalizza l'attenzione sul pericolo di cedimento per fatica dei denti, l'attuale tendenza, comune del resto al progetto di altri componenti sollecitati ciclicamente, è quella di cercare stime accurate della propagazione per fatica delle cricche per valutare quanto questa possa pesare sulla vita del dente e per individuare i valori di soglia del fattore di intensificazione degli sforzi, grandezza che definisce, in funzione dello stato di sforzo nel dente, le dimensioni dei difetti che portano alla loro propagazione stabile. Tra i contributi più rilevanti in questo campo bisogna ricordare i lavori di Inoue et. al. [1, 2, 3], nei quali viene principalmente affrontato il problema della definizione di una legge di propagazione sufficientemente accurata per descrivere il comportamento di cricche di fatica in strati di materiale cementati, come sovente avviene nelle ruote dentate.

Le ricerche condotte da Flasket et al [4, 5, 6]. sono invece principalmente finalizzate al calcolo del fattore di intensificazione degli sforzi in denti criccati alla loro base: essi hanno utilizzato il metodo degli elementi finiti e degli elementi di contorno arrivando a determinare le condizioni in cui il problema può essere considerato bidimensionale e quando invece debba essere trattato con modellazioni tridimensionali. Tuttavia, probabilmente a causa delle difficoltà di modellazione, sono state analizzate solo cricche di dimensioni relativamente elevate, perdendo le informazioni relative alla fase iniziale di propagazione che è, in termini temporali, la più importante nel definire la durata del dente. Minore attenzione è stata dedicata alla stima della fase di nucleazione della cricca di fatica ed i dati più recenti reperibili in letteratura sono ancora quelli pubblicati da Landgraf [7] diversi anni orsono.

I presenti autori hanno recentemente sviluppato un procedimento di calcolo [8] per la valutazione della vita a fatica dei provini Brugger, assimilabili a denti di ruote, che permettono lo svolgimento di più veloci prove di laboratorio fornendo risultati analoghi a quelli ottenibili da prove su ruote dentate.

In [9], mediante un approccio basato sul metodo delle Weight Functions, è stato invece sviluppata una procedura di calcolo tridimensionale per determinare i valori del fattore di intensificazione degli sforzi nei denti criccati di ruote utilizzate in cambi di velocità di impiego automobilistico in diverse condizioni di carico (uniformemente distribuito, concentrato in mezzeria o agli estremi), anche tenendo presente lo stato tensionale residuo derivante dai diversi trattamenti superficiali effettuati per incrementare la resistenza della ruota. Nello stesso lavoro sono state anche condotte delle previsioni di propagazione del difetto, utilizzando la legge descritta in [1], nelle diverse condizioni di carico.

Nel presente lavoro tale procedura viene ripresa e completata, relativamente alla sola condizione di carico uniformemente distribuito sul fianco del dente; accanto ai risultati della fase di propagazione vengono fornite stime della nucleazione del difetto rese possibili dai risultati di analisi ad elementi finiti che hanno consentito la determinazione dello stato di sforzo effettivo (comprensivo, cioè, delle tensioni residue presenti nel pezzo).

I risultati ottenuti sono stati discussi in forma critica anche alla luce di riscontri sperimentali ottenuti da prove di fatica su ruote dentate. A tal fine è stata progettata un'apposita attrezzatura di prova che permette di ottenere, al piede del dente, lo stesso stato di sforzo che si verifica in esercizio.

## 2. Geometria della ruota, materiale e prove sperimentali

La ruota oggetto dell'analisi è a denti dritti con profilo ad evolvente fortemente corretto. E' utilizzata per cambi automobilistici di vetture di media cilindrata per realizzare la retromarcia: a causa del basso numero di cicli cui è soggetta in esercizio è quindi particolarmente idonea ad un'analisi della resistenza nel campo della fatica a termine. Il coefficiente di intaglio teorico  $K_t$  è pari a 1.87.

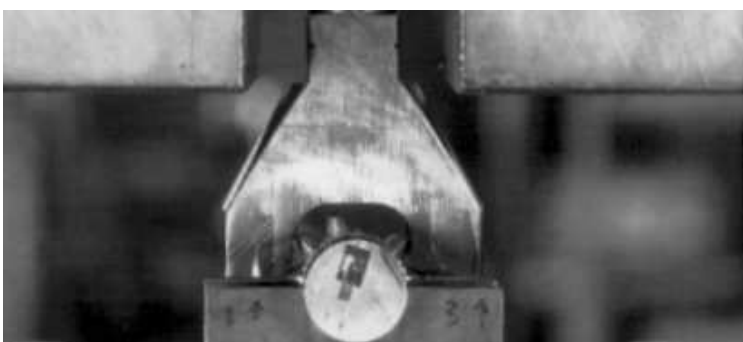
Il materiale utilizzato è l'acciaio 18CrMo4 carbonitrurato, di cui sono riportate le caratteristiche meccaniche monotone e cicliche a cuore (materiale non trattato) e in superficie (materiale trattato) nella tabella 1.

Tabella 1: caratteristiche a cuore e in superficie dell'acciaio 18CrMo4 carbonitrurato

|        | caratteristiche monotone |              |            |       | caratteristiche cicliche |                      |                        |        |        |       |             |
|--------|--------------------------|--------------|------------|-------|--------------------------|----------------------|------------------------|--------|--------|-------|-------------|
|        | Rm<br>[MPa]              | Rsn<br>[MPa] | E<br>[GPa] | n     | K<br>[MPa]               | $\sigma_f'$<br>[MPa] | $\epsilon_f'$<br>[m/m] | b      | c      | n'    | K'<br>[MPa] |
| cuore  | 1300                     | 900          | 195        | 0,235 |                          | 2510                 | 0,053                  | -0,116 | -0,444 | 0,261 | 2220        |
| strato | 1786                     | 1476         | 195        | 0,129 | 2668                     | 2344                 | 0,027                  | -0,097 | -0,398 | 0,244 | 2875        |

Sono state anche condotte misure di tensioni residue e di microdurezza sui denti, i cui andamenti sono riportati in [9], al quale si rimanda per ulteriori ragguagli.

Per verificare le previsioni numeriche ottenute, sia in termini di vita utile che di velocità di propagazione della cricca di fatica, sono state condotte prove sperimentali di fatica sulle ruote dentate.



Al fine di ottenere un ciclo di sollecitazione analogo, in termini di sollecitazioni massime e minime, a quello cui il singolo dente è soggetto in esercizio è stata progettata un'attrezzatura di prova da montare sulla macchina assiale a disposizione (Schenck Hydropuls 250kN) capace di caricare il dente nel punto che in esercizio è quello di contatto



singolo più esterno, precedentemente determinato. In Figura 1 è mostrata una foto dell'attrezzatura mentre carica la ruota dentata. Come si può osservare due denti

vengono caricati contemporaneamente: l'applicazione di estensimetri elettrici sui fianchi dei denti non a contatto con l'attrezzatura ha permesso di verificare il corretto posizionamento della ruota evitando così una scorretta distribuzione dei carichi sui due denti e permettendo di ottenere una uniforme ripartizione degli stessi sui fianchi dei denti. La presenza di cricche di fatica alla base del dente (la sezione più sollecitata è stata determinata secondo le norme UNI 8662) è stata verificata periodicamente sia visivamente, facendo uso di un microscopio ottico, sia analizzando il segnale estensimetrico per rilevare eventuali variazioni della cedevolezza del dente.

Sono state effettuate prove a 5 differenti livelli di carico, corrispondenti ad una spinta sul dente nella direzione della retta delle pressioni di 16.5 kN, 22 kN, 27.5 kN, 33 kN e 38.5kN. Il più basso di tali valori corrisponde al carico che grava sul dente in condizione di coppia nominale di progetto.

### 3. Analisi ad elementi finiti

I calcoli ad elementi finiti considerano il dente caricato nel punto di contatto singolo più esterno sia in assenza che in presenza di una cricca di fatica, senza e con il campo di tensioni residue indotte dalla carbonitrurazione. I valori dei carichi applicati sono quelli delle prove sperimentali.

Avendo considerato il caso di carico uniformemente distribuito lungo il fianco del dente, in base ai risultati ottenuti in [4] e [9], è sufficiente la costruzione di modelli bidimensionali per avere stime realistiche sia dello stato di sforzo e deformazione nel dente integro sia del valore del fattore di intensificazione degli sforzi (FIS)  $K_I$  in presenza di cricche; infatti sotto tali condizioni di carico la cricca di fatica dà luogo ad un fronte rettilineo ed il calcolo del FIS può essere effettuato con analisi 2D che prevedano uno stato di deformazione piana.

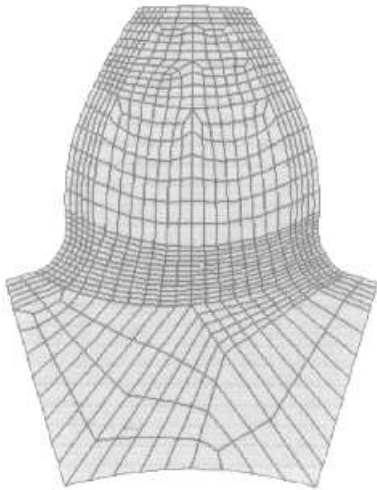
Per ridurre l'onere di modellazione e di calcolo è stato simulato un solo dente, interrompendo la schematizzazione lungo i piani radiali di simmetria tra denti adiacenti: tale scelta non influenza significativamente i risultati in termini di sforzi e deformazioni, come mostrato in [6]. In figura 2 è illustrata la schematizzazione adottata: il numero complessivo di elementi (che presentano funzioni di forma del second'ordine) è di 626, mentre i nodi sono circa 2700. Per quanto riguarda le condizioni di vincolo, è stato bloccato lo spostamento circonferenziale di tutti i nodi posti sui piani radiali di simmetria. Il carico è stato imposto nel punto di contatto singolo più esterno.

Per l'introduzione nel modello delle tensioni residue si è fatto ricorso ad una analisi termoelastica in cui si impone ai nodi una differenza di temperatura tale da indurre nel dente le tensioni residue indotte dalla carbonitrurazione. Maggiori ragguagli relativi a questo approccio sono contenuti in [10].

Si è preferito utilizzare modellazioni ad elementi finiti rispetto alla procedura riportata in [8] e [9] e basata sulla tecnica delle Weight Functions, per valutare con maggiore accuratezza la direzione di propagazione della cricca e quanto variazioni di direzione rispetto a quella iniziale di propagazione (normale alla superficie libera del dente nel punto di massima sollecitazione) possano incidere sul valore del  $K_I$ . In realtà le analisi svolte hanno mostrato che questi effetti sono trascurabili.

Tale valutazione è resa possibile dall'uso della tecnica dell'estensione virtuale della cricca (VCE) per il calcolo di  $G$ , cioè dell'energia rilasciata per un avanzamento unitario della frattura: variando la direzione di estensione della cricca è possibile determinare lungo quale direzione  $G$  sia massima, individuando così, per passi discreti, lungo che giacitura avvenga l'avanzamento. Dal valore di  $G$  è stato anche ricavato  $K_I$ ,

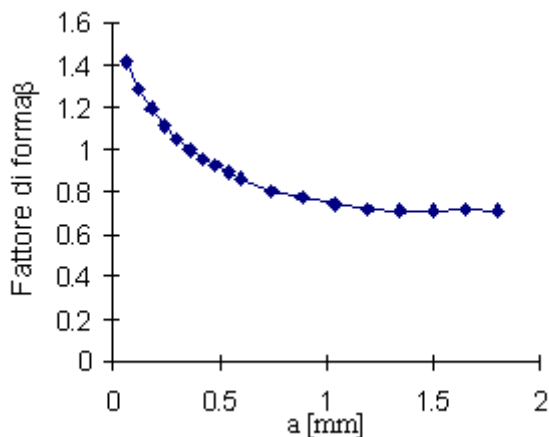
attraverso le ben note relazioni della Meccanica della Frattura Elastica-Lineare. In realtà il valore così ottenuto è comprensivo anche dell'influenza del II modo di propagazione della frattura e quindi di  $K_{II}$ : analisi precedenti hanno comunque mostrato che tale contributo è trascurabile. Non si è fatto ricorso a modelli focalizzati verso l'apice del difetto e di elementi singolari nella zona della cricca perché ciò avrebbe reso difficoltosa l'introduzione delle tensioni residue nel modello. Inoltre schematizzazioni di quel tipo mal si prestano ad analisi in cui interessi l'avanzamento del difetto: infatti in presenza di modellazioni focalizzate è necessario rifare la mesh per ogni lunghezza di interesse del difetto mentre con la modellazione adottata è sufficiente disgiungere i nodi affacciati per simulare la propagazione del difetto.



La sperimentazione numerica condotta precedentemente [8] consente comunque di affermare che, se si fa ricorso alla tecnica della VCE, i risultati che si ottengono con i due approcci sono analoghi.

In Figura 3 è illustrato l'andamento del fattore di forma  $\beta$  ( $\beta = KI / (\sigma_{nom} \pi a)$ ) per le estensioni di cricca considerate. In Figura 4 è invece illustrato l'andamento del FIS residuo,  $K_r$  dovuto alla presenza delle tensioni residue e che è stato utilizzato per determinare il valore del FIS effettivo,  $K_{eff}$ .

#### 4. Previsione della vita a fatica



Per effettuare una previsione della vita a fatica dei denti della ruota che è stata utilizzata nelle prove sperimentali sono state considerate separatamente le due fasi di nucleazione e di propagazione del difetto. La durata della fase di nucleazione è stata determinata utilizzando le formule di Coffin-Manson e i dati riportati nella Tab.1, che si riferiscono a cricche di lunghezza 0,05 mm. Nelle equazioni sono stati introdotti i valori delle ampiezze di deformazione equivalente determinati tramite l'analisi numerica, valutando anche l'effetto della sollecitazione media, secondo l'approccio di Morrow modificato, cioè che tiene conto dell'effetto

della sollecitazione media solo rispetto alla componente elastica. I valori così determinati sono riportati nella Tabella 2 al variare delle condizioni di carico della prova sperimentale.

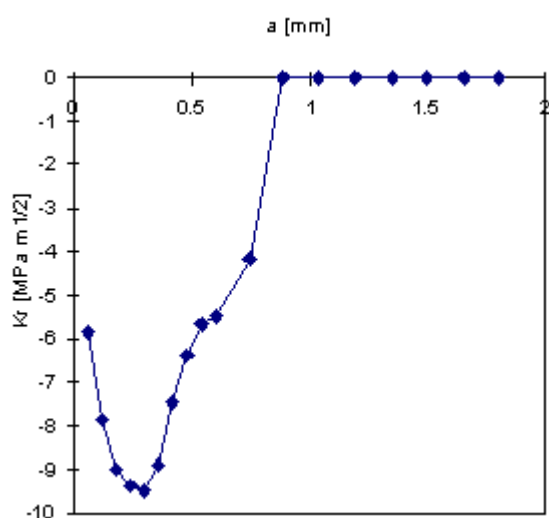
La durata della fase di propagazione è stata, invece, calcolata tramite le formule riportate in [1, 2, 3] e già utilizzate in un precedente lavoro [9], dove sono illustrate in dettaglio. Queste formule considerano l'effetto del trattamento di carbonitrurazione sulla velocità di propagazione sia tramite un valore del FIS effettivo,  $\Delta K_{eff}$ , che considera l'effetto delle tensioni residue sia tramite dei valori di alcuni parametri che intervengono nella valutazione della velocità di propagazione e che variano con la durezza del materiale.

I valori di  $\Delta K_{eff}$  sono stati calcolati sommando il valore di  $\Delta K_I$  dovuto al carico applicato e il valore di  $K_r$  dovuto alle tensioni residue:

$$\Delta K_{eff} = \Delta K_I + K_r$$

$\Delta K_I$  è stato determinato utilizzando il valore del fattore di forma  $\beta$  di Figura 3 moltiplicato per il valore della sollecitazione nominale  $\Delta\sigma_{nom}$ , corrispondente ai carichi utilizzati nella prove:

Fig.4 Valori di  $K_r$  (residuo) usati per calcolare il valore di  $K_{eff}$



$$\Delta K_I = \beta \Delta \sigma_{nom} \sqrt{\pi a}$$

e i valori di  $K_r$  sono quelli di Figura 4.

Sono state simulate 18 profondità del difetto, da  $a=0,06mm$  ad  $a=1,8mm$ . Per determinare la velocità di propagazione si è considerato che il valore di  $\Delta K_{eff}$  rimanesse costante su ogni valore di  $\Delta a$  (calcolando  $\Delta a = a_{i+1} - a_i$ ) e sono state utilizzate le formule già citate, valutando alle diverse profondità l'influenza della durezza. Nota la velocità  $\Delta a / \Delta N$  e noto il valore di  $\Delta a$  è stato possibile valutare i cicli di carico corrispondenti agli incrementi del difetto.

Nella Tabella 2 sono riportati i valori trovati per la nucleazione ( $N_f$ ), per la propagazione ( $N_p$ ), per la vita totale ( $N_t = N_f + N_p$ ) ed è possibile confrontare questi valori con quelli ottenuti dalle prove sperimentali.

Tabella 2- Previsione della vita a fatica con i carichi utilizzati nelle prove sperimentali

| F [kN] | N <sub>f</sub> | N <sub>p</sub> | N <sub>t</sub> | N <sub>sp</sub> |
|--------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| 38,5   | 0              | 0              | 0              | 1 *             |
| 33     | 2              | 168 *          | 170            | 200 *           |
| 27,5   | 53             | 6085           | 6138           | 10000 +         |
| 22     | 1837           | 23846          | 25683          | 50000 +         |
| 16,5   | 107292         | 213008         | 320300         | 150000 +        |

\*dente rotto completamente

+difetto visibile

Il confronto con i risultati sperimentali non è immediato, infatti tranne che nei primi due casi di carico (F=38,5kN e F=33kN) quando i denti della ruota si sono rotti completamente durante la prova, negli altri casi i numeri di cicli segnati nella tabella 2 corrispondono a cricche visibili chiaramente in superficie, ma di cui non è nota la profondità.

E' comunque possibile interpretare in modo positivo il confronto perché, soprattutto per i primi casi di carico, i valori di previsione sono molto vicini a quelli sperimentali. E' da notare, poi, che nel calcolo di previsione, nel caso di F=33kN dopo 168 cicli di carico è prevista la rottura completa del dente, infatti ad una profondità poco maggiore di  $a=0,06mm$  il valore di  $\Delta K_{eff}$  eguaglia il valore di tenacità del materiale e, quindi, si prevede una propagazione instabile. Negli altri casi, invece, il valore di previsione rappresenta il numero di cicli di carico necessari perché la cricca raggiunga la lunghezza di  $a=1,8mm$ .

Nei casi di prova, F=27,5, 22 e 16,5 kN il dente è stato sottoposto ad un numero di cicli di carico maggiore di quello riportato nella tabella, senza peraltro arrivare alla rottura del dente, che è stata, poi ottenuta, applicando dei sovraccarichi.

Si ritiene che il numero di cicli segnato nella Tabella 2 corrisponda ad un difetto simile a quello simulato nel modello numerico anche se non è stato possibile determinare, durante le prove sperimentali, un metodo per valutare la profondità del difetto in relazione al numero di cicli di carico N.

Sono state analizzate anche le superfici di frattura dei denti con un microscopio a scansione elettronica. In Figura 5a è mostrata la micrografia del materiale a cuore del dente sollecitato con F= 22kN, nella Fig.5b è, invece, mostrata quella, per lo stesso dente, dello strato indurito. E' evidente la differenza delle due strutture: senza deformazioni con una frattura di tipo intergranulare la seconda, mentre nella prima si notano distorsioni.

In Figura 6 sono riportati gli andamenti di previsione dell'avanzamento del difetto  $a$  in funzione di  $N$ , nei casi di carico F= 27,5 22 e 16,5 kN.

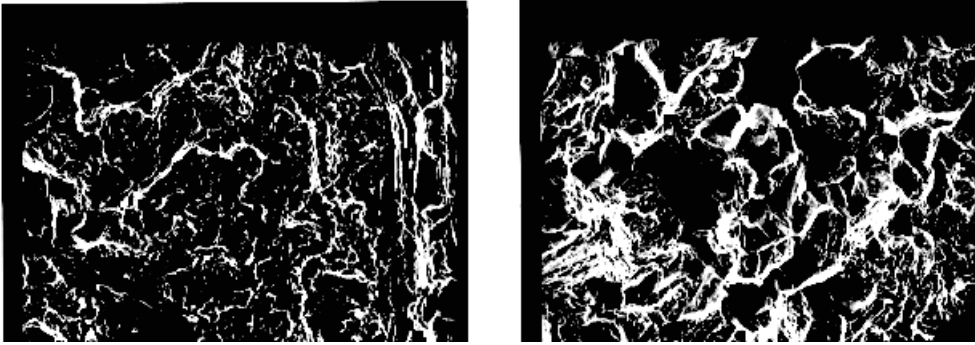


Fig.5 Micrografia della superficie di frattura del dente sollecitato con  $F=22\text{kN}$ ;  
a) materiale a cuore; b) strato superficiale

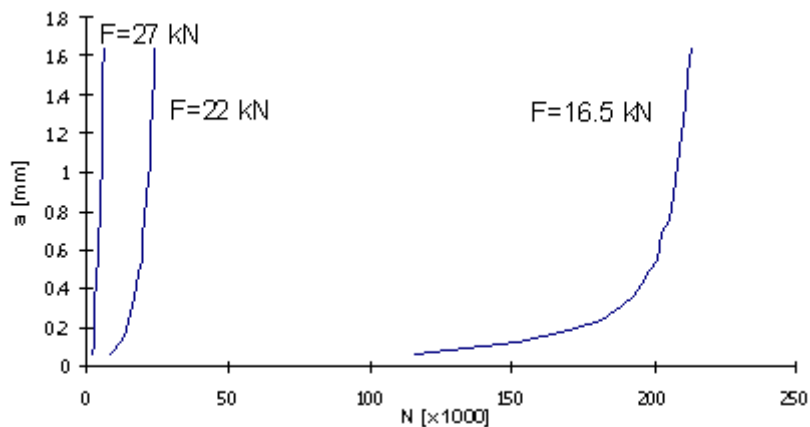


Fig.6 Previsione dell'avanzamento della profondità del difetto  $a$  per i casi di carico:  $F=16,5$  22 e 27 kN

## 5 Conclusioni

E' stata studiato il comportamento a fatica di una ruota dentata usata per la retromarcia in un cambio automobilistico, seguendo l'impostazione adottata in precedenti lavori [8, 9]. In particolare sono stati sviluppati i seguenti punti:

- è stata valutata la vita a fatica del dente della ruota, separando la fase di nucleazione da quella di propagazione del difetto, che è stato considerato rettilineo di uguale profondità  $a$  lungo lo spessore del dente;

- è stato realizzato un modello numerico del dente ad elementi finiti che ha permesso di calcolare i valori delle deformazioni equivalenti nel punto più sollecitato del dente per eseguire una previsione della nucleazione del difetto tramite la legge di Coffin-Manson;

- è stato realizzato un modello ad elementi finiti del dente considerando la presenza di un difetto di diverse profondità e sono stati determinati dei valori del fattore di intensificazione degli sforzi effettivi, che tengono conto della presenza delle tensioni residue;



-è stata valutata la fase di propagazione con delle leggi che considerano l'effetto della durezza del materiale;

- sono state condotte delle prove di fatica su ruote dentate e le durate ottenute sono state confrontate con quelle di previsione evidenziando un buon accordo.

## Ringraziamenti

Il lavoro è stato svolto grazie ad un finanziamento MURST del Prof. Terranova.

Si ringrazia il Centro Ricerche FIAT per aver reso disponibili le ruote dentate utilizzate nelle prove.

## Bibliografia

1. K.Inoue, M.Kato, M.Yamanaka (1989) Fatigue Strength and crack growth of carburized and shot peened spur gears. *Proc Power Transmission Engineering Conference (ASME)*, pp. 663-668.
2. Inoue K., Lyu S., Deng G., Kato M. (1996) "Fracture Mechanics Based Evaluation of the Effect of the Surface Treatments on the Strength of Carburized Gears." *Proc. VDI Berichte*. NR.1320, pp.357-369.
3. Kato M., Deng G., Inoue K., Takatsu N. (1993) "Evaluation of the Strength of Carburized Spur Gear Teeth Based on Fracture Mechanics" *JSME International Journal*. Series C, Vol.36, No.2, pp.233-240.
4. J.Flasker, S. Glodez, S. Pehan "Influence of contact area on service life of gears with crack in tooth root", *Comm. Num. Meth. Engng*, **11**, 1995, pp.49-58.
5. Pehan S., Hellen T.K., Flašker J.(1995) "Applying Numerical Method for Determining the Service Life of Gears" *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* Vol.18, No.9, pp.971-979.
6. Pehan S., Hellen T.K., Flašker J., Glodez, S. (1998) "Numerical methods for determining stress intensity factors vs crack depth in gear tooth root" *Int. Jou. of Fatigue*, Vol.19, No.10, pp. 677-685.
7. R.W. Landgraf, R.H. Richman (1975) Fatigue Behavior of Carburized Steel. *Fatigue of Composite Materials*, *ASTM STP 569*,pp.130-144.
8. A.Blarasin, M.Guagliano, L.Vergani "Fatigue Crack Growth Prediction in Specimens Similar to Spur Gear Teeth", *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vo.20, No.8, 1997, pp.1171-1182.
9. Guagliano, M., Vergani, L. (1997) "Influenza delle condizioni di contatto sulla propagazione a fatica dei difetti nelle ruote dentate per cambi automobilistici", *Atti XIII Convegno Nazionale Gruppo Italiano Frattura (IGF13)*, Cassino, pp. 232.242.
10. A.Barberini, G.Iussich (1996) Propagazione di Difetti in Elementi Trattati

# Atti del convegno

[ [Precedente](#) ] [ [Successiva](#) ]

Versione HTML realizzata da

