# CARATTERIZZAZIONE DELLA FRATTURA ELASTO-PLASTICA IN MODO MISTO I+II

A. Pirondi, M. Chiari

Dipartimento di Ingegneria Industriale, Università di Parma Viale delle Scienze - 43100 Parma

**SOMMARIO:** in questo lavoro si presenta una metodologia per la esecuzione e valutazione di prove di propagazione stabile di difetti in modo misto I+II in un materiale elasto-plastico. La tecnica utilizzata per creare le condizioni di modo misto è la flessione su quattro punti asimmetrica con l'impiego di campioni tipo SENB. Sono stati sviluppati un modello analitico e una strumentazione dedicata per il monitoraggio della prova e il calcolo delle componenti  $J_I$ ,  $J_{II}$  di J. I risultati sono stati espressi sia in funzione del rapporto di modo misto sia in termini di inviluppo di frattura  $J_I - J_{II}$  e discussi alla luce di quanto ottenuto in analisi simili.

## **INTRODUZIONE**

Per le sue potenzialità nel descrivere la sicurezza e l'evoluzione del danneggiamento in un componente meccanico del quale sia nota (o assunta) la dimensione originale di un difetto, l'approccio progettuale con le regole della Meccanica della Frattura (MF) è ormai da diversi anni in fase di discussione ed elaborazione. Per poter applicare tale approccio occorre avere informazioni da un lato sul valore applicato del parametro caratterizzante la frattura, dall'altro sul relativo valore limite tipico del materiale. Per quanto riguarda il secondo problema, nei casi di materiali a comportamento elastico lineare ed elastoplastico in condizioni di plasticizzazione limitata sono già assodate alcune procedure (ASTM E399, ESIS P1-92) per la determinazione della tenacità a frattura in modo I. E' però tutt'altro che infrequente che un componente meccanico sia sollecitato in modo da avere la contemporanea presenza di modi di apertura, slittamento e lacerazione del difetto. Per il caso elastico lineare esistono alcuni modelli analitici di previsione del comportamento in modo misto I+II (Erdogan, Sih, 1963), (Sih, 1974), a partire dalla sola tenacità a frattura in modo I. Per materiali elasto-plastici l'elaborazione di un modello comportamentale è complicata dal fatto che la propagazione può avvenire con due distinti meccanismi (Dalle Donne, Döker, 1996): una crescita "tipo modo I", in direzione pressochè perpendicolare al carico applicato; una crescita "tipo modo II", pressochè parallela al carico applicato. La transizione nel comportamento è funzione della duttilità del materiale e della presenza di microvuoti e seconde fasi (Maccagno, Knott, 1992), (Ghosal, Narashiman, 1996). Sperimentalmente sono state condotte prove con il metodo della flessione asimmetrica su quattro punti (Tohgo, Ishii, 1992), con campioni compact tension shear (CTS) (Aoki et alii, 1990) (Pirondi, Dalle Donne, 1996), con campioni SEN (Davenport, Smith, 1994). In generale emerge che la frattura può essere rappresentata globalmente attraverso i valori  $J_{Ic}$ ,  $J_{IIc}$  mentre altri parametri, quali l'apertura complessiva  $\delta_v$  all'apice, rappresentano criteri locali. Dal punto di vista ingegneristico l'utilizzo di un criterio globale è sicuramente più immediato anche se la caratterizzazione del materiale può essere meno univoca rispetto ad un parametro locale.

IGF 13 - Cassino 27 e 28 Maggio, 1997

Lo scopo di questo lavoro è sviluppare una metodologia sperimentale che consenta di valutare i valori di tenacità a frattura  $(J_I, J_{II})_c$  al variare della condizione di modo misto. Il tipo di prova fa uso di campioni SEN sollecitati a flessione asimmetrica su quattro punti. I primi risultati ottenuti sono quindi discussi alla luce di quanto ottenuto in analisi simili.

### STIMA DI J IN CONDIZIONI DI MODO MISTO I+II

Un metodo per la stima delle componenti  $J_I$  e  $J_{II}$  di J per il campione SEN sollecitato a flessione e taglio è riportato in (Togho, Ishii, 1992).



Fig. 1: deformazione di un provino SEN in modo misto I+II.

Seguendo lo schema di Fig. 1, dove  $\theta$  ed U sono l'angolo di apertura delle facce della cricca e il loro slittamento relativo, rispettivamente, J è esprimibile attraverso la relazione generale (B = larghezza del campione):

$$\mathbf{J} = \frac{1}{B} \int_0^P \left[ \frac{\partial \Delta}{\partial \mathbf{a}} \right]_P d\mathbf{P}$$
(1)

e, separando le componenti elastica e plastica di  $\Delta$  dovute a momento flettente e a taglio

$$J = \frac{1}{B} \int_{0}^{P} \left[ \frac{\partial \Delta_{M}^{crack}}{\partial a} \right]_{P} dP + \frac{1}{B} \int_{0}^{P} \left[ \frac{\partial \Delta_{M}^{no-crack}}{\partial a} \right]_{P} dP + \frac{1}{B} \int_{0}^{P} \left[ \frac{\partial \Delta_{F}^{e}}{\partial a} \right]_{P} dP + \frac{1}{B} \int_{0}^{P} \left[ \frac{\partial \Delta_{F}^{p}}{\partial a} \right]_{P} dP$$
(2)

Essendo  $\Delta_M^{crack}$ =H $\theta$ ,  $\Delta_F^p$ =U<sup>p</sup>, M = PH e F = P la (2) si scrive anche come:

$$J = \frac{1}{B} \int_0^M \left[ \frac{\partial \theta}{\partial a} \right]_M dM + J_{II}^e + \frac{1}{B} \int_0^F \left[ \frac{\partial U^p}{\partial a} \right]_F dF$$
(3)

Sostituendo le espressioni che legano M a  $\theta$  e F a U (Rice, 1973), le componenti J<sub>I</sub> e J<sub>II</sub> si esprimono attraverso le seguenti formule:

$$J_{I} = \frac{2}{B(W-a)} \int_{0}^{\theta} M d\theta$$

$$J_{II} = \frac{K_{II}^{2}}{E'} + \frac{2}{B(W-a)} \left( \int_{0}^{\theta} F dU - \frac{1}{2} FU \right)$$
(4)

Durante l'esperimento viene rilevata l'apertura complessiva alla bocca della cricca  $\Delta$  e quella  $\delta$  in un punto lungo il piano della stessa e posizionato più verso l'apice, Fig. 2. dati rilevati con le formule:



Fig. 2: misura della deformazione di una cricca in modo misto.

I valori R e quindi  $\theta$  ed U si calcolano quindi sfruttando la similitudine dei triangoli:

$$R = \frac{d}{\Delta/\delta - 1}$$
  

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\text{cod}_{I}}{R - \text{cod}_{II}} \right)$$

$$U = \text{cod}_{II} \frac{\Delta}{\delta}$$
(5)

Lo spostamento  $\delta$  è calcolato a partire dalle sue componenti cod\_I e cod\_II con le equazioni:

$$cod_{II} = \frac{1}{4 \cdot l} \cdot (u_{1} + u_{2} + D) \cdot |(u_{1} - u_{2})|$$
  

$$cod_{I} = \sqrt{(u_{1} + D)^{2} - (cod_{II} + l)^{2}} - g$$
  

$$\delta = \sqrt{cod_{I}^{2} + cod_{II}^{2}}$$
(6)

dove  $u_1 e u_2$  sono la variazione delle distanze tra i punti AF e BE (Fig. 3), rispettivamente; i punti A'e B' rappresentano una generica posizione di A e di B relativa a F ed E dopo l'applicazione di un carico in modo misto.



Fig. 3: parametri per il calcolo delle componenti cod<sub>I</sub> e cod<sub>II</sub> dello spostamento d.

Lo spostamento complessivo alla bocca  $\Delta$  è rilevato da un COD-gage mentre per misurare u<sub>1</sub> e u<sub>2</sub> si sono creati e tarati due clip-gages a forma di  $\Omega$ , montati incrociati su spine elastiche sporgenti dalla superficie laterale del provino (Fig. 4).



Fig. 4: estensometri per la misura degli spostamenti u<sub>1</sub> e u<sub>2</sub>.

# PROCEDURA SPERIMENTALE

Sono state condotte prove con rapporti di carico varianti da puro modo I a puro modo II su un acciaio da costruzione Fe37 fornito in barra trafilata a freddo di sezione 10x30 mm. La barra è stata tagliata in spezzoni di 200 mm di lunghezza, in cui si è praticato meccanicamente un intaglio iniziale fino ad a/W = 0.4. Successivamente un precriccaggio a fatica in modo I è stato condotto per portare a/W al valore 0.6, che ricade nel campo specificato ( $0.5 \le a/W \le 0.65$ ) per l'utilizzo di tali campioni. Il precriccaggio è stato

eseguito in modo I utilizzando una configurazione di carico 3PB, per la quale è nota con precisione la funzione di cedevolezza che consente di risalire al valore di a.

Gli esperimenti sono stati condotti per cinque differenti rapporti di modo misto, espressi in funzione del rapporto di carico  $M_e=(2/\pi)*tan^{-1}(K_{II}/K_I)$  applicato remotamente rispetto all'apice (Shih, 1974), includendo anche prove in puro modo I e puro modo II, rispettivamente. I fattori di intensità degli sforzi sono espressi dalle relazioni (Suresh *et alii*, 1990):

$$K_{I} = F_{I(a/W)} \frac{6TS}{BW^{2}} \sqrt{\pi a}$$

$$K_{II} = F_{II(a/W)} \frac{T}{BW} \sqrt{\pi a}$$
(7)

in cui  $F_I$  e  $F_{II}$  sono i fattori di forma del campione e S è lo spostamento del provino dall'asse di carico della macchina servoidraulica di prova (Fig. 5). Un limite ai rapporti di modo misto imponibili è dato dalla lunghezza del provino, in quanto per avere  $K_{II}/K_I = 0$ , S dovrebbe essere infinitamente grande. La prova in modo I puro è stata perciò condotta con una configurazione 4PB simmetrica.



Fig. 5: schema di carico del campione.

In mancanza di un metodo per il monitoraggio della crescita della cricca, le prove di propagazione sono state eseguite aumentando la forza applicata fino al punto in cui la crescita sulla superficie laterale fosse chiaramente identificabile. La misura dell'avanzamento si esegue dopo aver portato a rottura il provino a fatica in modo I. Il tratto in cui avviene l'avanzamento stabile è morfologicamente riconoscibile rispetto alle

#### A. Pirondi, M. Chiari

fasi di pre- e postcriccaggio. La zona suddetta viene perciò ripresa tramite una telecamera CCD montata su uno stereomicroscopio; le immagini parziali vengono poi montate ed elaborate per via digitale fino ad ottenere una "impronta" binaria della zona di avanzamento stabile (Figg. 6a e 6b). L'avanzamento può essere quindi determinato secondo quanto suggerito dalla procedura ESIS P1-92 oppure dal rapporto tra superficie di avanzamento (misurata sempre per via digitale) e larghezza; i valori calcolati nei due casi sono risultati estremamente simili in tutti gli esperimenti. Non è stata prevista, in questa fase di messa a punto generale della tecnica, l'esecuzione di prove ripetute per ognuno dei rapporti di carico impostati al fine di determinare la curva di resistenza del materiale in modo misto.



Fig.6: immagine digitale della superficie di frattura (a) e relativa immagine binaria (b).

# **RISULTATI E DISCUSSIONE**

I cinque esperimenti eseguiti sono stati valutati in base al valore di J, J<sub>I</sub> e J<sub>II</sub> calcolati secondo la procedura esposta in precedenza. Nel diagramma di Fig. 7 J è espresso in funzione di M<sub>e</sub>. Si può notare una marcata tendenza a diminuire passando da modo I a modo II; la differenza rispetto a questo trend che si riscontra nell'esperimento a M<sub>e</sub> = 0.86 è imputabile alla propagazione, che in questo caso è stata superiore rispetto agli altri esperimenti. Nel diagramma sono riportate anche le curve ottenute da Ghosal e Narashiman (1994) mediante una simulazione agli elementi finiti in cui il materiale era schematizzato con il modello di Gurson (cedimento duttile per nucleazione e coalescenza di vuoti). I risultati sperimentali si inseriscono praticamente nella fascia individuata dai valori critici e per un certo avanzamento  $\Delta$ a simulati.

Nel diagramma di Fig. 8 la componente  $J_{II}$  è rappresentata in funzione della componente  $J_{I}$  in modo da determinare un andamento dell'inviluppo di frattura in modo misto. I dati si dispongono secondo un andamento regolare, che risulta simile alla curva rappresentante un criterio di frattura sviluppato da Hallbäck e Nilsson (1994), mentre si nota come il criterio della massima tensione tangenziale (Erdogan, Sih, 1974), valido per un materiale elastico lineare abbia un andamento piuttosto discosto, come ci si potrebbe aspettare.



Fig. 7: J al variare del rapporto di modo misto.



Fig. 8: inviluppo di frattura J<sub>1</sub>-J<sub>11</sub>.

## CONCLUSIONI

Una metodologia basata sul metodo della flessione asimmetrica su quattro punti è stata sviluppata per caratterizzare la tenacità a frattura in modo misto I+II in un materiale elasto-plastico. Una serie di prove condotte su un acciaio Fe37 ha fornito risultati in accordo con simulazioni numeriche e criteri di rottura proposti in letteratura, a validazione della metodologia utilizzata.

## BIBLIOGRAFIA

Aoki, S., Kishimoto, K., Yoshida, T., Sakata, M., 1987, "A finite element study of the near tip deformation of a ductile material under mixed-mode loading", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 35, No. 4, pp. 431-435.

Dalle Donne, C., Döker, H., 1995, "Plane stress crack resistance curves of an inclined crack under biaxial loading", Symposium on multiaxial fatigue and testing techniques, 15 Maggio 1995, Denver, Colorado, USA. ASTM STP 1280 (in via di pubblicazione).

Davenport, J.C.W., Smith, D.J., 1994, "Mixed-mode fracture of a ferritic steel", Atti European Conference on Fracture ECF10, K:H: Schwalbe e C. Berger Ed., EMAS, pp. 901-910.

Erdogan, F., Sih, G.C., 1963, "On the crack extensionin plates under plane loading and transverse shear", J. Basic Eng., 85, pp. 519-525.

Ghosal, A.K., Narashiman, R., 1994, "A finite element study of mixed-mode fracture initiation by ductile failure mechanisms", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 42, No. 6, pp. 953-978.

Ghosal, A.K., Narashiman, R., 1996, "Mixed-mode fracture initiation in a ductile material with a dual population of second-phase particles", Mat. Sci. Eng., A211, pp. 117-127.

Hallbäck, N., Nilsson, F., 1994, "Mixed-mode I/II fracture behaviour of an aluminium alloy", J. Mech. Phys. Solids, Vol. 42, No. 9, pp. 1345-1374.

Maccagno, T.M., Knott, J.F., 1992, "The mixed-mode I/II fracture of lightly tempered HY130 steel at room temperature", Eng. Fract. Mech., Vol. 41, No. 6, pp. 805-820.

Pirondi, A., Dalle Donne, C., 1996, "Crack propagation in a ferritic steel under mixedmode loading", Atti XXV Congresso Nazionale AIAS, 4-7 Settembre 1996, Gallipoli (LE), Italia, pp. 969-975.

Shih, C.F., 1974, "Small-scale yielding analysis of mixed-mode plane-strain crack problems", ASTM STP560, pp. 187-210.

Sih, G.C., 1974, "Strain-energy-density factor applied to mixed-mode crack problems", Int. J. Fract., 10, pp. 305-321.

Suresh, S. Shih, C.F., Morrone, A., O'Dowd, N.P., 1990, "Mixed-mode fracture toughness of ceramic materials", J. Am. Ceram. Soc., Vol. 73, No. 5, pp. 1257-1267.

Tohgo, K., Ishii, H., 1992, "Elastic-plastic fracture toughness test under mixed-mode I-II loading", Eng. Fract. Mech., Vol. 41, No. 4, pp. 529-540.