

# VALUTAZIONE MEDIANTE ESTENSIMETRI DEL FATTORE DI INTENSIFICAZIONE DELLE TENSIONI IN MATERIALI ORTOTROPI

V. Nigrelli, A Pasta

*Dipartimento di Meccanica e Aeronautica Università di Palermo  
Viale delle Scienze - 90128 Palermo*

**SOMMARIO:** Viene valutato il fattore di intensificazione delle tensioni in un materiale ortotropo utilizzando estensimetri elettrici a resistenza. Per ottenere una misura affidabile, gli estensimetri sono applicati in una regione non molto prossima all'apice della cricca e vengono impiegati tre termini per ciascuna delle due serie che descrivono il campo di deformazione; per minimizzare gli errori si utilizzano un numero di estensimetri maggiore di quello strettamente necessario e il metodo dei minimi quadrati. La metodologia seguita consente di superare la limitazione della conoscenza a priori di una zona in cui prendere i dati sperimentali e della necessità della correzione dei risultati basata sulla dimensione della zona plastica. Il metodo è applicato alla determinazione del fattore di intensificazione delle tensioni su un laminato in resina epossidica rinforzato con fibre di carbonio  $[0_2/90]_{2S}$ ; i coefficienti delle serie, e quindi il valore del fattore di intensificazione delle tensioni, che minimizzano gli errori sono calcolati dai dati forniti da una catena a 10 estensimetri.

**PAROLE CHIAVE:** fattore di intensificazione delle tensioni, materiali compositi, estensimetri elettrici a resistenza.

## INTRODUZIONE

La meccanica della frattura lineare elastica (LEFM) è basata su una procedura che mette in relazione il campo di tensione nell'intorno dell'apice di una cricca con: la tensione remota, le dimensioni, la forma e l'orientamento della cricca, le proprietà del materiale. In un corpo soggetto a carichi di trazione normali al piano della cricca, le tensioni nell'intorno dell'apice possono essere fornite in funzione di un solo parametro,  $K$ , noto come fattore di intensificazione delle tensioni.

Sebbene già da tempo sia stato suggerito (Irwin, 1957) l'uso degli estensimetri elettrici a resistenza per la determinazione di  $K$ , sino ad ora sono presenti in letteratura poche applicazioni in cui tale tecnica è stata utilizzata.

Le motivazioni di tale ritardo stanno negli errori, conseguenti al gradiente della deformazione e alla dimensione finita degli estensimetri, non trascurabili in prossimità dell'apice della cricca. In tale regione, peraltro, gli estensimetri possono non fornire una misura affidabile anche a causa dello snervamento locale e di effetti tridimensionali che non assicurano né uno stato piano di tensione né uno stato piano di deformazione (Rosakis e Ravi Chandra, 1984); inoltre, la dimensione della zona utile per l'applicazione degli estensimetri può risultare alquanto limitata se raffrontata con la dimensione degli estensimetri. Un'ulteriore motivazione sta nella disponibilità di altri metodi sperimentali

quali la misura della cedevolezza, la fotoelasticità (Kobayashi, 1973), (Barker *et alii*, 1970), (Theocaris, 1970), (Gross *et alii*, 1964), (Kobayashi, 1962) e il metodo delle caustiche (Mannog, 1964), (Theocaris, 1970). Questi metodi hanno comunque forti limitazioni; per esempio la determinazione del fattore di intensificazione delle tensioni in materiali opachi può risultare non agevole ed anche la misura della cedevolezza è in qualche modo difficile.

Per un materiale isotropo in (Dally a Sanford, 1985) e (Dally e Sanford, 1987) vengono fornite le espressioni delle deformazioni nell'intorno dell'apice di una cricca in un corpo di dimensioni finite partendo dalle equazioni di Westergaard (Westergaard, 1939) come generalizzate da Sanford (Sanford, 1979); viene mostrato che gli estensimetri possono essere effettivamente impiegati per misurare il fattore di intensificazione delle tensioni ed è presentato un metodo per la sua determinazione mediante due o tre estensimetri posti in una regione dove le tensioni possono essere descritte sia da tre che da quattro termini di una serie. A causa della prossimità degli estensimetri all'apice della cricca, i risultati vengono corretti in base all'estensione della zona plastica. La zona prossima all'apice della cricca viene divisa in tre distinte regioni: la prima, la più prossima all'apice, non è adatta per quanto già detto ad una formulazione analitica; nella terza regione, la più esterna, la determinazione di un valore sufficientemente accurato di  $K$  richiederebbe un elevato numero di termini della serie e quindi di estensimetri; la seconda regione, il cui contorno interno è rappresentato dalla circonferenza di raggio pari alla metà dello spessore del corpo, invece è adatta per una formulazione analitica. La sua estensione, crescendo al crescere del numero dei termini della serie considerati ed al diminuire dell'accuratezza richiesta, può consentire di accogliere un sufficiente numero di estensimetri. Una verifica sperimentale su materiale isotropo e provino compatto mostra però che i valori di  $K$  vengono sottostimati del 12%.

In (Berger e Dally, 1988) la limitazione della conoscenza a priori della zona valida è superata incrementando il numero di termini della serie da quattro a sei; la necessità della correzione dei risultati basata sulla dimensione della zona plastica all'apice della cricca è eliminata utilizzando un più elevato numero di estensimetri localizzati a maggiore distanza dall'apice dove tale correzione è trascurabile. I risultati sperimentali indicano errori compresi tra 1 e 3%, impiegando tre o quattro estensimetri.

Le espressioni fornite in (Dally e Sanford, 1987) vengono riprese in (Parnas *et alii*, 1996); il valore di  $K$ , determinato ancora mediante un solo estensimetro, viene confrontato con quello ottenuto con il metodo degli elementi finiti.

Per un materiale ortotropo in (Shukla *et alii*, 1989) sono sviluppate le equazioni del campo di deformazioni in prossimità dell'apice di una cricca; viene impiegato un termine per ciascuna delle due serie che descrivono il campo di deformazione e quindi in generale il fattore di intensificazione delle tensioni può essere valutato utilizzando due estensimetri. Il valore di  $K$  è in particolare ottenuto dalla deformazione misurata da un solo estensimetro opportunamente orientato e posizionato in prossimità dell'apice della cricca.

Nel presente lavoro viene effettuata la valutazione del fattore di intensificazione delle tensioni in un materiale ortotropo utilizzando estensimetri elettrici a resistenza. Con lo scopo di ottenere una misura affidabile, gli estensimetri sono applicati in una regione non molto prossima all'apice della cricca. Poiché in tale regione è necessario incrementare i termini delle due serie che forniscono la funzione delle tensioni suggerita in (Irwin, 1962), vengono impiegati tre termini per ciascuna serie, rendendo pertanto necessario

l'uso di almeno sei estensimetri. Per minimizzare gli errori viene impiegato il metodo dei minimi quadrati utilizzando un numero di estensimetri maggiore di quello strettamente necessario.

### EQUAZIONI DEL CAMPO DI DEFORMAZIONE

In condizioni di stato piano di tensione, per un elemento piano in materiale ortotropo, si ha (Agarwal e Broutman, 1980):

$$\begin{aligned} e_{xx} &= a_{11}S_x + a_{12}S_y \\ e_{yy} &= a_{12}S_x + a_{22}S_y \\ g_{xy} &= a_{66}t_{xy} \end{aligned} \quad (1)$$

nelle quali:  $a_{11} = 1/E_L$ ,  $a_{12} = -\nu_{12}/E_L = -\nu_{21}/E_T$  e  $a_{66} = 1/G_{LT}$  con L e T direzioni longitudinale e trasversale, rispettivamente.

Poiché la non isotropia non influenza le equazioni di equilibrio, si può assumere valida la funzione di Airy  $F(x,y)$ , tale che:

$$S_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} ; S_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} ; t_{xy} = - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (2)$$

Per un materiale ortotropo, il soddisfacimento delle equazioni di compatibilità comporta (Timoshenko e Goodier 1951):

$$a_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} + (a_{66} + 2a_{12}) \frac{\partial^4 F}{\partial y^2 \partial x^2} + a_{22} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} = 0 \quad (3)$$

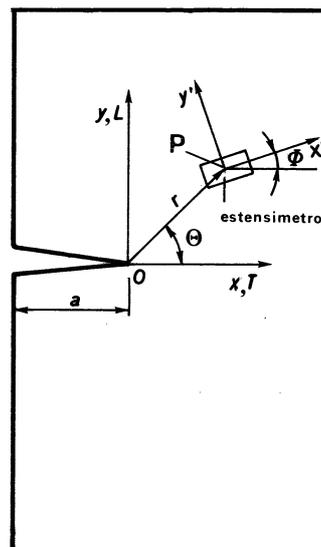


Fig. 1 - Geometria utilizzata

Qualunque funzione  $F(x, y)$  che soddisfi l'equazione biarmonica a coefficienti costanti (3) fornisce una soluzione equilibrata e compatibile; la soluzione del problema elastico considerato si ottiene determinando le costanti di integrazione in modo da soddisfare le condizioni al contorno.

Per un elemento piano in materiale ortotropo in condizioni di stato piano di tensione, con cricca passante di lunghezza  $a$ , localizzata ad  $y=0$  (fig. 1) e soggetta ad un modo I di sollecitazione, è stato suggerito da (Irwin, 1962) l'impiego della seguente funzione delle tensioni, nella quale  $Z$  ed  $Y$  sono due funzioni analitiche della variabile complessa:

$$F = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{Re} \bar{Z}_1 + \operatorname{Re} \bar{Z}_2 \right] - \frac{\beta}{2\alpha} \left[ \operatorname{Re} \bar{Z}_1 + \operatorname{Re} \bar{Z}_2 \right] - \frac{\beta}{2\alpha} \left[ \operatorname{Re} \bar{Y}_1 - \operatorname{Re} \bar{Y}_2 \right] \quad (4)$$

dove:

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}(z_1) \quad \bar{Z}_2 = \bar{Z}(z_2) \quad \bar{Y}_1 = \bar{Y}(z_1) \quad \bar{Y}_2 = \bar{Y}(z_2)$$

$$z_1 = x + iy_1 = x + i(\beta + \alpha)y = r_1 e^{i\theta_1}$$

$$z_2 = x + iy_2 = x + i(\beta - \alpha)y = r_2 e^{i\theta_2}$$

$$\bar{Z} = \frac{d\bar{Z}}{dz} \quad Z = \frac{dZ}{dz} \quad Z' = \frac{dZ}{dz}$$

$$\bar{Y} = \frac{d\bar{Y}}{dz} \quad Y = \frac{dY}{dz} \quad Y' = \frac{dY}{dz}$$

$$b = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{a_{66} + 2a_{12}}{2a_{11}} \right) + \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$a = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{a_{66} + 2a_{12}}{2a_{11}} \right) - \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Derivando la (4) secondo le (2) e utilizzando le relazioni di Cauchy-Riemann:

$$\frac{\partial \operatorname{Re} Z}{\partial x} = \frac{\partial \operatorname{Im} Z}{\partial y} = \operatorname{Re} Z' \quad \frac{\partial \operatorname{Re} Y}{\partial x} = \frac{\partial \operatorname{Im} Y}{\partial y} = \operatorname{Re} Y' \quad (5)$$

$$\frac{\partial \operatorname{Im} Z}{\partial x} = -\frac{\partial \operatorname{Re} Z}{\partial y} = \operatorname{Im} Z' \quad \frac{\partial \operatorname{Im} Y}{\partial x} = -\frac{\partial \operatorname{Re} Y}{\partial y} = \operatorname{Im} Y'$$

si ottengono le equazioni del campo di tensione:

$$\begin{aligned}
 s_x &= \frac{(b^2 - a^2)}{2a} \{ (a + b) \operatorname{Re} Z_1 + (a - b) \operatorname{Re} Z_2 \} + \frac{b}{2a} \{ (a + b)^2 \operatorname{Re} Y_1 - (b - a)^2 \operatorname{Re} Y_2 \} \\
 s_y &= \frac{(a - b)}{2a} \operatorname{Re} Z_1 + \frac{(a + b)}{2a} \operatorname{Re} Z_2 - \frac{b}{2a} \operatorname{Re} Y_1 + \frac{b}{2a} \operatorname{Re} Y_2 \\
 t_{xy} &= \frac{(a^2 - b^2)}{2a} \{ \operatorname{Im} Z_1 - \operatorname{Im} Z_2 \} - \frac{b}{2a} \{ (b + a) \operatorname{Im} Y_1 - (b - a) \operatorname{Im} Y_2 \}
 \end{aligned} \tag{6}$$

che sostituite nelle (1) forniscono le espressioni delle deformazioni:

$$\begin{aligned}
 e_{xx} &= \frac{(a - b)}{2a} \{ a_{12} - a_{11}(a + b)^2 \} \operatorname{Re} Z_1 + \frac{(a + b)}{2a} \{ a_{12} - a_{11}(b - a)^2 \} \operatorname{Re} Z_2 + \\
 &\quad \frac{b}{2a} \{ a_{11}(a + b)^2 - a_{12} \} \operatorname{Re} Y_1 + \frac{b}{2a} \{ a_{12} - a_{11}(b - a)^2 \} \operatorname{Re} Y_2 \\
 e_{yy} &= \frac{(a - b)}{2a} \{ a_{22} - a_{12}(a + b)^2 \} \operatorname{Re} Z_1 + \frac{(a + b)}{2a} \{ a_{22} - a_{12}(b - a)^2 \} \operatorname{Re} Z_2 + \\
 &\quad \frac{b}{2a} \{ a_{12}(a + b)^2 - a_{22} \} \operatorname{Re} Y_1 + \frac{b}{2a} \{ a_{22} - a_{12}(b - a)^2 \} \operatorname{Re} Y_2 \\
 g_{xy} &= \frac{a_{66}}{2a} (a^2 - b^2) \{ \operatorname{Im} Z_1 - \operatorname{Im} Z_2 \} - \frac{a_{66}b}{2a} \{ (b + a) \operatorname{Im} Y_1 - (b - a) \operatorname{Im} Y_2 \}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Le espressioni delle deformazioni, relative ad un sistema di coordinate  $x'y'$  con origine in un punto  $P(r, \theta)$  e ruotato di un angolo  $\phi$  rispetto ad  $xy$  (fig. 1) si ottengono dalle precedenti utilizzando l'equazione di trasformazione delle deformazioni complesse (Dally e Riley, 1991):

$$(e_{y'y'} - e_{x'x'}) + i g_{x'y'} = (e_{yy} - e_{xx} + i g_{xy}) e^{2if} \tag{8}$$

e l'invariante primo delle deformazioni:

$$e_{x'x'} + e_{y'y'} = e_{xx} + e_{yy} \tag{9}$$

In  $P(r, \theta)$  la deformazione in direzione  $x'$  vale pertanto:

$$\begin{aligned}
 e_{x'x'} &= \frac{(a - b)}{2a} \left[ \cos^2 f \{ -a_{11}(a + b)^2 + a_{12} \} + \sin^2 f \{ -a_{12}(a + b)^2 + a_{22} \} \right] \operatorname{Re} Z_1 \\
 &\quad - \frac{(a + b)}{2a} \left[ \cos^2 f \{ -a_{11}(a - b)^2 + a_{12} \} + \sin^2 f \{ -a_{12}(a - b)^2 + a_{22} \} \right] \operatorname{Re} Z_2 + \\
 &\quad + a_{66} \sin f \cos f \left[ \frac{(a^2 - b^2)}{2a} (\operatorname{Im} Z_1 - \operatorname{Im} Z_2) \right] + \\
 &\quad \frac{b}{2a} \left[ \cos^2 f \{ a_{11}(a + b)^2 - a_{12} \} + \sin^2 f \{ a_{12}(a + b)^2 - a_{22} \} \right] \operatorname{Re} Y_1 \\
 &\quad + \frac{b}{2a} \left[ \cos^2 f \{ -a_{11}(b - a)^2 + a_{12} \} + \sin^2 f \{ -a_{12}(b - a)^2 + a_{22} \} \right] \operatorname{Re} Y_2 \\
 &\quad - a_{66} \frac{b}{2a} \sin f \cos f \{ (b + a) \operatorname{Im} Y_1 - (b - a) \operatorname{Im} Y_2 \}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Le funzioni complesse  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Y_1$  e  $Y_2$  possono essere rappresentate dalle serie seguenti:

$$\begin{aligned} Z_1(z_1) &= \sum_{n=0}^N A_n z_1^{n-1/2} & Z_2(z_2) &= \sum_{n=0}^N A_n z_2^{n-1/2} \\ Y_1(z_1) &= \sum_{m=0}^M B_m z_1^m & Y_2(z_2) &= \sum_{m=0}^M B_m z_2^m \end{aligned} \quad (11)$$

con  $A_n$  e  $B_m$  scelti in modo da soddisfare le condizioni al contorno.

Il campo di deformazione potrebbe essere espresso esattamente solo usando un infinito numero di termini delle serie rappresentative delle funzioni  $Z$  ed  $Y$ . In pratica è necessario troncare le serie ed accettare uno specifico errore nella rappresentazione del campo di deformazioni. I coefficienti  $A_n$  e  $B_m$  possono essere determinati misurando la deformazione con un numero di estensimetri elettrici a resistenza pari al numero delle costanti da determinare e risolvendo il sistema di equazioni che si ottengono utilizzando la (10) scritta per ciascuno dei punti in cui vengono effettuate le misure della deformazione.

Determinati i coefficienti, può essere determinato il fattore di intensificazione delle tensioni, legato ad  $A_0$  dalla relazione:

$$K = A_0 \sqrt{2\rho} \quad (12)$$

In prossimità dell'apice di una cricca la deformazione è dominata dalla singolarità e pertanto si potrebbe considerare soltanto il primo termine di ciascuna delle due serie e determinare  $A_0$  e  $B_0$  dalle misure di deformazione fornite da due estensimetri elettrici a resistenza posti in prossimità dell'apice della cricca.

In (Shukla *et alii*, 1989), osservando che il contributo del termine  $B_0$  nella (10) può essere posto a zero se:

$$f = \arctg \sqrt{\frac{1}{n_{LT}}} \quad (13)$$

$A_0$  e  $K$  vengono determinati dalla deformazione misurata da un solo estensimetro posizionato in prossimità dell'apice di una cricca di spigolo con la griglia diretta secondo un asse formante con  $x$  l'angolo  $\phi$  fornito dalla (13).

## ANALISI NUMERICA

Nel presente lavoro la limitazione della conoscenza a priori della zona valida è superata incrementando il numero di termini della serie; la necessità della correzione dei risultati basata sulla dimensione della zona plastica all'apice della cricca è eliminata utilizzando un più elevato numero di estensimetri localizzati a maggiore distanza dall'apice, dove tale correzione è trascurabile. Con lo scopo di ottenere una misura affidabile di  $K$ , gli estensimetri sono applicati in una regione non molto prossima all'apice della cricca. Poiché in tale regione è necessario incrementare i termini delle due serie che forniscono la funzione delle tensioni suggerita in (Irwin, 1962), vengono impiegati tre termini per ciascuna serie rendendo pertanto necessario l'uso di almeno sei estensimetri.

Per minimizzare gli errori viene impiegato il metodo dei minimi quadrati utilizzando un numero di estensimetri maggiore di quello strettamente necessario.

Per  $n$  estensimetri la (10) può essere usata per formare un sistema di  $n$  equazioni nelle incognite  $A_0, B_0, A_1, B_1, e A_2, B_2$ .

Scrivendo il sistema in forma matriciale si ottiene:

$$\{c\} = [D] \{AB\} \quad (14)$$

La (14) rappresenta un sistema ad equazioni lineari sovrabbondanti avente come incognite i coefficienti  $A_0, B_0, A_1, B_1, e A_2, B_2$ . Per mediare statisticamente la soluzione è necessario fare uso di tutti i dati significativi. Per questo motivo il sistema (14) è risolto utilizzando il metodo dei minimi quadrati (Dally e Riley, 1991) trovando i coefficienti  $\{AB\}$  che minimizzano il vettore  $\{r\}$  con:

$$\{r\} = \{c\} - [D] \{AB\} \quad (15)$$

Di solito la soluzione del sistema (14) si ottiene mediante la:

$$[D]^T \{c\} = [D]^T [D] \{AB\} \quad (16)$$

che fornisce per i coefficienti incogniti la soluzione, unica per i dati utilizzati:

$$\{AB\} = ([D]^T [D])^{-1} [D]^T \{c\} \quad (17)$$

Impiegando serie di potenze del tipo delle (11) si verificano instabilità numeriche quando il numero dei termini delle serie supera 15 (Berger e Dally, 1988).

Queste instabilità possono comunque essere evitate ricorrendo al metodo di decomposizione QR del programma matlab che, usando la subroutine Linpack, fornisce la soluzione ai minimi quadrati del sistema (14).

## **RISULTATI SPERIMENTALI**

L'applicabilità del metodo sopra descritto è stata verificata attraverso una serie di prove sperimentali su un laminato cross-ply  $[0_2/90]_{2s}$ , costituito da lamine in resina epossidica rinforzata con fibre di carbonio, fornito dalla Belco Avia Italia. Il volume delle fibre era intorno al 60%.

Le costanti elastiche della lamina sono state determinate mediante misure estensimetriche su provini di dimensioni unificate e secondo le procedure dettate dalla ASTM; sono stati utilizzati provini con fibre unidirezionali rispettivamente a  $0^\circ$  e  $90^\circ$  per la determinazione di  $E_{11}, E_{22}, e \nu_{12}$  (e quindi  $\nu_{21}$ ) ed uno con fibre a  $\pm 45^\circ$  per la determinazione di  $G_{12}$ .

Per la determinazione del fattore di intensificazione delle tensioni è stato utilizzato un provino con intaglio laterale SEN, con geometria mostrata in fig. 1, avente lunghezza utile tra gli afferraggi 200 mm, larghezza 60 mm e spessore 1.5 mm. La cricca passante, di dimensione  $a = 15.65$  mm, è stata realizzata con una lama di seghetto di spessore 0.1 mm.

Le costanti elastiche del laminato, calcolate per mezzo del programma Class della ASM International dalle caratteristiche elastiche delle lamine e verificate con misure estensimetriche effettuate sul laminato stesso, sono riportate in Tabella 1.

Tabella 1 - Caratteristiche elastiche del laminato

Modulo longitudinale	$E_L = 81.93$ GPa
Modulo trasversale	$E_T = 44.65$ GPa
Coefficiente di Poisson	$\nu_{LT} = 0,0443$
Modulo di Taglio	$G_{LT} = 4.45$ GPa

Per le prove è stata utilizzata una macchina prova materiali elettromeccanica tipo H.T.I. Hounsfield da 25 kN.

Le misure estensimetriche sono state effettuate impiegando una catena a 10 estensimetri HBM tipo KY 13 2/120 ed una centralina di misura HBM tipo UPM 100. E' stato realizzato un collegamento a mezzo ponte utilizzando come compensatore un estensimetro in dotazione alla stessa catena incollato su un provino scarico. La lunghezza della griglia di misura di ciascun estensimetro era pari a 1.5 mm, la larghezza 1,3 mm ed il passo tra gli estensimetri 2 mm.

L'orientamento della catena,  $\phi$ , è stato scelto pari a  $90^\circ$ ; il centro del primo estensimetro è stato posto ad una distanza dall'apice della cricca pari a  $r = 1.15$  mm.

Per diversi valori del carico venivano registrate le deformazioni rilevate dagli estensimetri della catena

La Tabella 2 riporta, con le notazioni di Fig. 1, le posizioni degli estensimetri della catena e le deformazioni rilevate per un carico di 4050 N.

Tabella 2 - Posizione degli estensimetri e deformazione  $\epsilon_{x'x'}$ 

Estens. n°.	$\phi$ [gradi]	r [mm]	$\theta$ [gradi]	$\epsilon_{x'x'}$ [ $\mu\text{m/m}$ ]
1	90	1.15	55.62	1353
2	"	3.02	77.57	1194
3	"	4.99	82.52	1042
4	"	6.98	84.66	910
5	"	8.97	85.85	786
6	"	10.97	86.60	692
7	"	12.97	87.13	662
8	"	14.96	87.51	611
9	"	16.96	87.80	575
10	"	18.96	88.03	533

I dati di deformazione  $\epsilon_{x'x'}$  della tabella 2 sono stati utilizzati da un programma di calcolo appositamente messo a punto per la valutazione dei coefficienti incogniti. Il numero di tali coefficienti per ciascuna serie utilizzata nella soluzione era aumentato sequenzialmente sino a tre.

In tabella 3 sono riportati i valori di K ottenuti, i termini delle serie e i punti di misura utilizzati.

L'elevato valore di K ottenuto con dieci valori di deformazione e due soli parametri può giustificarsi con la limitata estensione della zona utile, non sufficiente ad accogliere tutti gli estensimetri.

Tabella 3 - Punti di misura, termini delle serie e valori di K

Punti di misura	Parametri	K [MPa $\sqrt{m}$ ]
1÷10	A <sub>0</sub> , B <sub>0</sub>	3.4
1÷10	A <sub>0</sub> , B <sub>0</sub> , A <sub>1</sub> , B <sub>1</sub>	1.9
1÷10	A <sub>0</sub> , B <sub>0</sub> , A <sub>1</sub> , B <sub>1</sub> , A <sub>2</sub> , B <sub>2</sub>	1.6
1,2	A <sub>0</sub> , B <sub>0</sub>	1.7
1,3	A <sub>0</sub> , B <sub>0</sub>	2.1
2,3	A <sub>0</sub> , B <sub>0</sub>	2.7

Dai valori ottenuti con due soli valori di deformazione si evidenzia come K cresca al crescere della distanza degli estensimetri dall'apice della cricca, implicando la necessità di un'accurata scelta della posizione degli estensimetri stessi.

## CONCLUSIONI

Nel presente lavoro si è estesa una metodologia scarsamente utilizzata per i materiali isotropi al campo piuttosto promettente della determinazione dello stato tensionale dei laminati ortotropi intagliati. Il metodo proposto consente di superare le limitazioni della conoscenza a priori della zona valida e della necessità della correzione dei risultati basata sulla dimensione della zona danneggiata. Esso è stato applicato alla determinazione del fattore di intensificazione delle tensioni su un laminato in resina epossidica rinforzata con fibre di carbonio [0<sub>2</sub>/90]<sub>2s</sub>. I coefficienti delle serie, e quindi il valore di K, che minimizzano gli errori sono stati calcolati dai dati forniti da una catena a 10 estensimetri. Si ritengono utili ulteriori conferme con l'uso di più catene estensimetriche disposte a diverse posizioni angolari; si prevede inoltre di effettuare il confronto con una analisi svolta con il metodo agli elementi finiti. Dai risultati sinora ottenuti sembra necessaria una accurata determinazione delle deformazioni eliminando sul provino qualsiasi tipo di sollecitazione spuria sia nel corso delle prove sul laminato che sulle provette utilizzate per la determinazione delle costanti elastiche del materiale. Nel campo dei materiali compositi tale determinazione è indispensabile in quanto le caratteristiche elastiche variano al variare del manufatto e i risultati dello studio sperimentale sono fortemente influenzati dai valori effettivi dei moduli elastici.

## BIBLIOGRAFIA

- Agarwal, B.D. and Broutman, L.J., 1980, "Analysis and Performance of Fiber Composites", Wiley, New York.
- Berger, J.R. and Dally, J.W., 1988, "An overdeterministic Approach for Measuring K<sub>I</sub> Using Strain Gages", Experimental Mechanics, June.

- Berker, D.B., Sanford, R.J. and Chona, R., 1970, "Determining  $K$  and related stress-field parameters from displacement fields", *Experimental Mechanics*, 37.
- Dally, J.W. and Sanford, R.J., 1985, "Strain-Gage Methods for Measuring the Opening-Mode Stress Intensity Factor,  $K_I$ ", *Proceedings Spring Meeting SEM*, June.
- Dally, J.W. and Sanford, R.J., 1987, "Strain-Gage Methods for Measuring the Opening-Mode Stress Intensity Factor,  $K_I$ ", *Experimental Mechanics*, December.
- Dally, W.J. and Riley, F.W., 1991, "Experimental Stress Analysis", McGraw-Hill, New York.
- Gross, B., Strawley, J.E. and Brown, W.F., 1964, NASA TND-2395, NASA Lewis Research Center.
- Irwin, G.R., 1957, "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate" *Journal of Applied Mechanics*, 23(3).
- Irwin, G.R., 1962, "Analytical Aspect of Crack Stress Field Problems", University of Illinois, T & AM Report n.213, 1962.
- Kobayashi, A.S., 1962, Boeing Company, Document n. D2-23552.
- Kobayashi, A.S., 1973, "Experimental techniques in fracture mechanics", SEM Monograph, Iowa State University Press.
- Mannog, P., 1964, "Schattenoptische Messung der Spezifischen Bruchenergie wahrend des Bruchvorgangs bei Plexiglas", *Proc. Int. Conf: on the Physics of Non-Crystalline Solids*, Delft, Netherlands.
- Parnas, L., Bilir, O.G. and Tezcan, E., 1996, "Strain Gage Methods for Measurement of Opening Mode Stress Intensity Factor", *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 55, n.3.
- Rosakis, A.J., and Ravi Chandra, K., 1984, "On Crack Tip Stress States and Experimental Evaluation of Three-Dimensional Effects", *Cal. Inst. of Tech. Rep. FM-84-2*.
- Sanford, R.J., 1979, "A critical Re-examination of the Westergaard Method for Solving Opening-Mode Crack Problems", *Mechanical Research Communications*, 6(5).
- Shukla, A., Agarwal, B.D. and Bharat Bhushan, 1989, "Determination of Stress Intensity Factor in Orthotropic Composite Materials Using Strain Gages", *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 32.
- Theocaris, P.S., 1970, "Local yielding around a crack tip in Plexiglas", *Journal of Applied Mechanics*, 37.
- Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., 1951, "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, New York.
- Westergaard, H.M., 1939, "Bearing Pressure and Cracks", *Journal of Applied Mechanics*, 6.