

IGF12 - XII Convegno Nazionale
Gruppo Italiano Frattura
Parma, 12-13 Giugno 1996

TECNICHE DI CONTEGGIO DEI CICLI E VITA UTILE A FATICA: IL RUOLO DELL'ALEATORIETÀ DEL CARICO ESTERNO

Autore:
Pierluigi Colombi

Dipartimento di Ingegneria Strutturale
Politecnico di Milano, Piazza L. Da Vinci 32, 20133, Milano

PAROLE CHIAVE: Fatica, cicli di carico, rainflow, giunti saldati.

SOMMARIO

In questa memoria viene descritta una tecnica per la determinazione del valor medio della vita utile a fatica di componenti strutturali soggetti a cicli di carico di ampiezza aleatoria. La determinazione del danno a fatica è effettuata utilizzando la regola di Miner ed individuando i cicli di carico attraverso il metodo del "rainflow". Il calcolo della distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli è realizzato attraverso una tecnica numerica che discretizza i massimi ed i minimi del processo di carico attraverso catene di Markov. Essa richiede solo la conoscenza della matrice di probabilità di transizione tra un massimo ed il successivo minimo. Quest'ultima è ottenuta a partire da una realizzazione del processo di carico. La metodologia proposta è applicata al calcolo della vita utile a fatica di giunti a croce saldati soggetti a storie di carico descritte da processi stocastici Gaussiani e stazionari. I risultati ottenuti si sono dimostrati in buon accordo con i dati sperimentali disponibili in letteratura per questa classe di giunti. In particolare è stato possibile evidenziare l'effetto della intensità del carico e della larghezza di banda del processo di carico sui valori della vita utile a fatica.

INTRODUZIONE

La modalità di rottura di molte strutture soggette a carichi di ampiezza variabile è da attribuire a fenomeni di fatica [1]. Le conseguenze possono essere catastrofiche se le cricche che si formano nel materiale non sono individuate e riparate per tempo in modo adeguato. Molte strutture sono inoltre soggette, durante il loro periodo di servizio, a cicli di carico aleatori. L'utilizzo delle tecniche proprie della dinamica stocastica [5] permette di determinare la risposta di un elemento strutturale soggetto a carichi di natura aleatoria. Spesso la risposta è un processo stocastico stazionario, descrivibile attraverso la corrispondente densità spettrale di potenza. La densità spettrale di potenza può inoltre essere utilizzata per ottenere

simulazioni della risposta strutturale [5]. La vita utile a fatica può a questo punto essere calcolata utilizzando una tecnica per il conteggio dei cicli di carico (ad esempio il metodo del "rainflow" [13]) ed una legge di accumulo del danno a fatica (ad esempio la regola di Miner [1]). La metodologia appena descritta [1] [6] permette quindi di ottenere in modo apparentemente semplice la vita utile a fatica di un componente strutturale. L'applicazione di questa anche al semplice caso di processi Gaussiani e stazionari presenta però notevoli difficoltà [6]. La determinazione del valor medio della vita utile richiede infatti la conoscenza della distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli di carico. Questa in generale non è valutabile per via analitica [4] [11] [16]. Nel solo caso di processi Gaussiani stazionari e a banda stretta la soluzione è nota e conduce alla distribuzione di probabilità di Rayleigh. Molte proposte sono state quindi formulate in letteratura per valutare in modo approssimato la distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli di carico [4] [11] [16]. In questa memoria viene descritta una tecnica numerica per la determinazione della distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli di carico basata sulla discretizzazione dei massimi e dei minimi mediante catene di Markov [6]. Essa richiede la conoscenza della matrice di probabilità di transizione tra un massimo ed il successivo minimo. Quest'ultima è ottenuta a partire da una realizzazione del processo di carico. Questa tecnica è stata utilizzata in questo lavoro per il calcolo della vita utile a fatica di giunti a croce saldati e soggetti a cicli di carico descritti da processi Gaussiani e stazionari. I risultati ottenuti sono in buon accordo con i dati sperimentali disponibili in letteratura per questa classe di giunti [14] [15]. In particolare è stato possibile stimare correttamente l'effetto dell'intensità del processo di carico e della sua larghezza di banda sui valori della vita utile a fatica.

TECNICHE DI CONTEGGIO DEI CICLI DI CARICO E VITA RESIDUA A FATICA

Il calcolo della vita utile a fatica richiede l'utilizzo di una legge di accumulo del danno o la risoluzione di una equazione di propagazione di cricca [6]. Entrambi gli approcci richiedono la conoscenza del numero e dell'ampiezza dei cicli di carico applicati. Nel caso di processi stocastici stazionari a banda stretta è nota la soluzione per la distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli (distribuzione di Rayleigh [4]). Al crescere della larghezza di banda il processo diventa molto irregolare e non è più evidente come debba essere definito il singolo ciclo di carico [2]. Sono stati perciò sviluppati in letteratura diversi metodi per estrarre da una generica storia di carico la sequenza dei cicli da utilizzare per la valutazione della vita utile a fatica [2]. Il metodo sicuramente più utilizzato in letteratura per il conteggio dei cicli di carico è il metodo del "rainflow". Recentemente è stata proposta [13] una nuova definizione del metodo del "rainflow", del tutto equivalente alla definizione originaria [2] [13] ma molto più vantaggiosa dal punto di vista operativo.

Con riferimento alle quantità introdotte in Fig. (1) l'ampiezza $\Delta S(t)$ è definita come:

$$\Delta S(t) = \min[\Delta H^+(t), \Delta H^-(t)] \quad (1)$$

dove:

$$\Delta H^-(t) = \max_{t-\tau < \tau < t} [S(t) - S(\tau)] \quad (2)$$

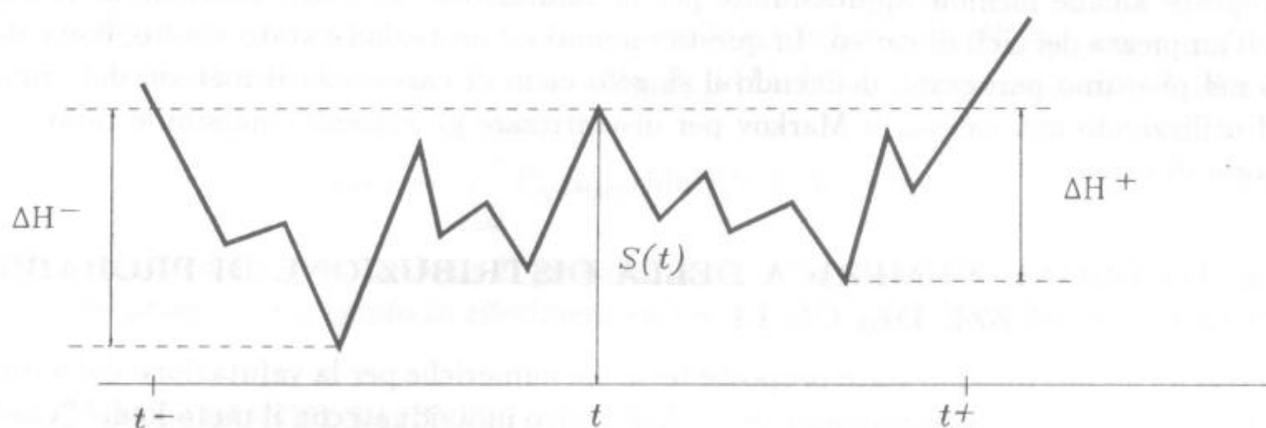


Figura 1: Il metodo del "rainflow" per il conteggio dei cicli di carico.

$$\Delta H^+(t) = \max_{t < \tau < t+} [S(t) - S(\tau)] \quad (3)$$

Questa nuova definizione permette, come illustrato nel prossimo paragrafo, il calcolo per via numerica della distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli di carico. La determinazione del numero di cicli a rottura per fatica viene spesso effettuata nella pratica ingegneristica attraverso l'utilizzo delle curve S-N [1]:

$$N = K \Delta S^{-m} \quad (4)$$

dove ΔS rappresenta l'ampiezza del ciclo di carico mentre K e m sono costanti del materiale. Nel caso di cicli di carico di ampiezza aleatoria, il valor medio del danno a fatica $E[D]$ prodotto dal singolo ciclo di carico è valutato nel seguente modo [4] [11] [16]:

$$E[D] = \frac{E[\Delta S^m]}{K} \quad (5)$$

Il valor medio $E[N]$ del numero di cicli di carico a rottura N è infine fornito dalla regola di Miner in corrispondenza ad $E[D]=1$ [4] [16]:

$$E[N] = \frac{K}{E[\Delta S^m]} \quad (6)$$

Nel caso in cui il processo di carico è Gaussiano stazionario e a banda stretta, le ampiezza dei cicli di carico hanno una distribuzione di probabilità di Rayleigh. Questo porta alla seguente espressione per il valor medio del numero di cicli a rottura [4]:

$$E[N] = \frac{K}{(2\sqrt{2}\sigma_S)^b (\frac{b}{2})!} \quad (7)$$

dove σ_S rappresenta lo scarto quadratico medio del processo di carico. Nel caso di processi di carico Gaussiani stazionari e a banda larga l'Eq. (7) fornisce risultati eccessivamente conservativi [4] [14] [15]. Nel caso ancora più generale di processi di carico non Gaussiani l'Eq. (7) fornisce in alcuni casi risultati non conservativi [7]. Il punto cruciale è la determinazione del momento $E[\Delta S^m]$ dell'ampiezza dei cicli di carico (Eq. (6)). In letteratura sono perciò state proposte alcune formule approssimate per la valutazione della distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli di carico. In questa memoria il problema è stato risolto, come descritto nel prossimo paragrafo, definendo il singolo ciclo di carico con il metodo del "rainflow" ed utilizzando una catena di Markov per discretizzare gli estremi (massimi e minimi) della storia di carico.

VALUTAZIONE NUMERICA DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ DELLE AMPIEZZE DEI CICLI

In [12] [8] [3] [9] [10] sono state proposte tecniche numeriche per la valutazione della distribuzione di probabilità delle ampiezze dei cicli di carico individuati con il metodo del "rainflow". Come descritto nel paragrafo precedente l'ampiezza del ciclo di carico associato al massimo $S(t)$ verificatosi all'istante t dipende dagli estremi del processo di carico nell'intervallo $[t^-, t^+]$ (Fig. (1)). Si indichi perciò con \underline{M}_k la sequenza degli estremi del processo di carico tale che $M_0 = S(t)$ e M_{-1}, M_1 rappresentino i minimi adiacenti, M_{-2}, M_2 i massimi adiacenti etc. Si supponga di discretizzare gli estremi del processo di carico attraverso un numero finito di intervalli $u_1 < u_2 < \dots < u_{n-1} < u_n$. Anche la sequenza \underline{M}_k degli estremi del processo di carico viene ad essere discretizzata ottenendo così \underline{M}_k^d :

$$M_k^d = u_i \quad \text{se} \quad u_i \geq M_k > u_{i+1} \quad (8)$$

Si assuma a questo punto che \underline{M}_k^d definito dall'Eq. (8) sia una catena di Markov non stazionaria [12] [8] [10]. Essa è definita dalla distribuzione di probabilità del massimo M_0^d e del successivo minimo M_1^d e da due matrici di transizione di probabilità P^+ (tra un massimo ed il successivo minimo) e P^- (tra un minimo ed il successivo massimo):

$$P^+(k, m) = \text{Prob}(M_1^d = u_m | M_0^d = u_k) \quad (9)$$

$$P^-(k, m) = \text{Prob}(M_2^d = u_m | M_1^d = u_k) \quad (10)$$

Si indichi con $p(u_i, u_j | u_m)$ la probabilità condizionata che \underline{M}_k^d , $k > 0$, superi u_j prima che ecceda u_i dato $M_0^d = u_m$. Si noti che \underline{M}_k^d , $k < 0$, e \underline{M}_k^d , $k > 0$, sono indipendenti una volta posto M_0^d pari ad u_i [12] [8] [10]. È a questo punto possibile calcolare la distribuzione di probabilità condizionata $P_{\Delta S^d | M_0^d}(u_i - u_j | u_i)$ dell'ampiezza dei cicli di carico definiti con il metodo del "rainflow":

$$P_{\Delta S^d | M_0^d}(u_i - u_j | u_i) = 1 - p^2(u_i, u_j | u_i) \quad (11)$$

dove $p(u_i, u_j | u_m)$ è rappresentato dalla soluzione del seguente sistema lineare:

$$p(u_i, u_j | u_m) = G(u_m) + \sum_{n=j+1}^i F(u_m, u_n) p(u_i, u_j | u_n) \quad (12)$$

con $u_j < u_n$ e $u_m \leq u_i$ e

$$F(u_m, u_n) = \text{Prob}(M_2^d = u_n, u_j < M_1^d | M_0^d = u_m) \quad (13)$$

$$G(u_m) = \text{Prob}(M_1^d \leq u_j | M_0^d = u_m) \quad (14)$$

Una volta determinata la distribuzione di probabilità condizionata $P_{\Delta S^d | M_0^d}(u_i - u_j | u_i)$ è possibile valutare la distribuzione di probabilità $P_{\Delta S^d}(h)$ dell'ampiezza dei cicli [12] [8] [10]:

$$P_{\Delta S^d}(h) = \sum_{i=0}^n P_{\Delta S^d | M_0^d}(h | u_i) \text{Prob}(M_0^d = u_i) \quad (15)$$

Esempi di calcolo della distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli di carico saranno effettuati nel prossimo paragrafo in riferimento a processi Gaussiani stazionari.

IL CASO DEI GIUNTI SALDATI

In [14] [15] sono stati presentati i risultati di una campagna sperimentale per la valutazione dell'effetto della larghezza di banda e della non Gaussianità del processo di carico sul valor medio della vita utile a fatica di giunti a croce saldati. In questa memoria saranno presi in considerazione solo i dati relativi a processi di carico Gaussiani e stazionari. I giunti a croce (Fig. (2)) sono stati ottenuti saldando su piatti di lunghezza pari a 35.56 cm, larghezza pari a 10.16 cm e spessore pari a 1.1 cm due piatti orizzontali dello stesso spessore e di lunghezza pari a 5.08 cm.

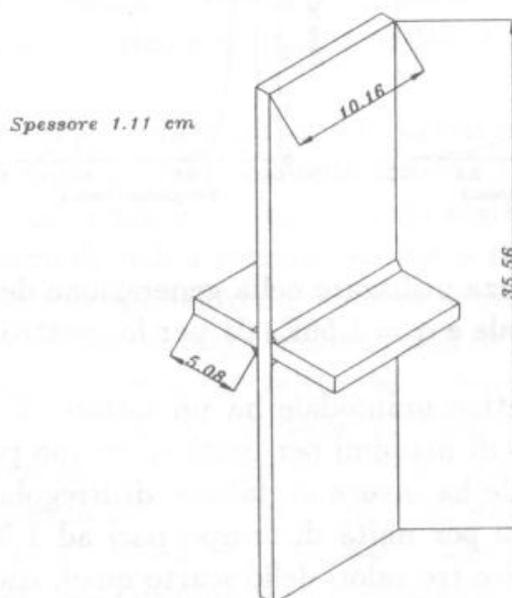


Figura 2: Dimensioni dei giunti a croce utilizzati in letteratura per prove di fatica con cicli di ampiezza aleatoria.

Durante la prova di fatica il provino è caricato in direzione verticale. Le cricche per fatica si formano al piede della saldatura e si propagano nello spessore sino alla completa rottura del

giunto. Le densità spettrali di potenza dei processi di carico utilizzati nelle prove sperimentali sono riportati in Fig. (3) [14] [15]:

$$S(f) = \alpha \cdot \frac{12}{(2\pi f)^7} \cdot e^{\frac{-2.5}{(2\pi f-6)^3}} \quad 0.75 \leq 2\pi f \leq 3.0 \quad (\text{spettro unimodale}) \quad (16)$$

per lo spettro unimodale e:

$$S(f) = \alpha \cdot \frac{1.2}{(2\pi f - 6)^7} \cdot e^{\frac{-2.5}{(2\pi f-6)^3}} \quad 0.75 \leq 2\pi f \leq 3.0 \quad (\text{spettro bimodale}) \quad (17)$$

$$S(f) = \alpha \cdot \frac{1.2}{(2\pi f - 6)^7} \cdot e^{\frac{-2.5}{(2\pi f-6)^3}} \quad 6.75 \leq 2\pi f \leq 8.0$$

per lo spettro bimodale. Nelle Eq. (16) e (17) α rappresenta un fattore di scala.

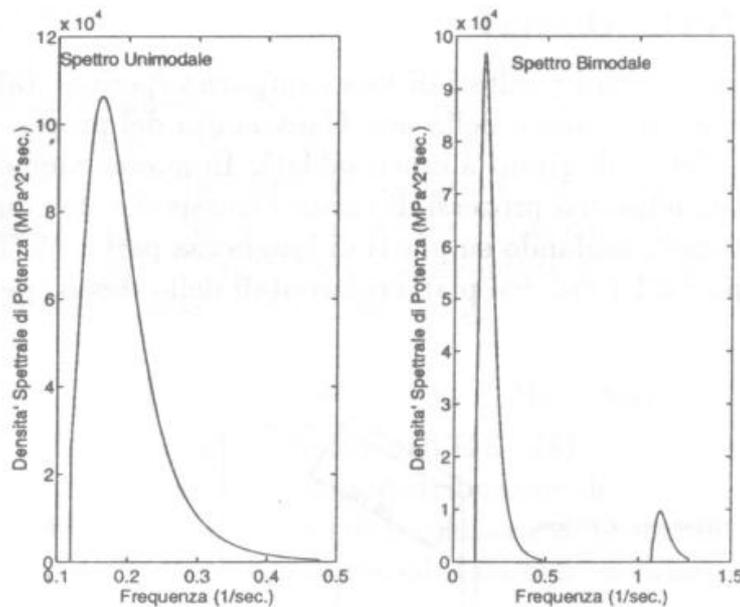


Figura 3: Densità spettrali di potenza utilizzate nella generazione del processo di carico ($\alpha = 1.71E+04$ per lo spettro unimodale e $\alpha = 1.56E+04$ per lo spettro bimodale).

Il processo corrispondente allo spettro unimodale ha un fattore di irregolarità [4] pari a 0.84 ed un valor medio del numero di massimi per unità di tempo pari a 0.24. Il processo corrispondente allo spettro bimodale ha invece un fattore di irregolarità pari a 0.39 ed un valor medio del numero di massimi per unità di tempo pari ad 1.00. Sono state inoltre considerati per ogni processo di carico tre valori dello scarto quadratico medio: 51.71 MPa, 68.95 MPa e 103.42 MPa. Le costanti della curva S-N (Eq. (4)) sono state determinate in [14] [15]:

$$N = 3.6610E + 07 \cdot \Delta S^{-3.210} \quad (18)$$

dove ΔS rappresenta l'ampiezza dei cicli di carico in MPa. Per ciascuna delle densità spettrali di potenza riportate in Fig. (3) e per ciascuno dei tre valori dello scarto quadratico medio

del processo considerati, si è quindi proceduto alla determinazione della distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli di carico con la tecnica proposta nel paragrafo precedente. La Fig. (4) riporta la distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli per il processo con spettro bimodale e scarto quadratico medio pari a 103.42 MPa. Nella stessa figura è inoltre riportata la distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli dello stesso processo ottenuta con la simulazione di Monte Carlo al fine di verificare l'accuratezza della soluzione ottenuta.

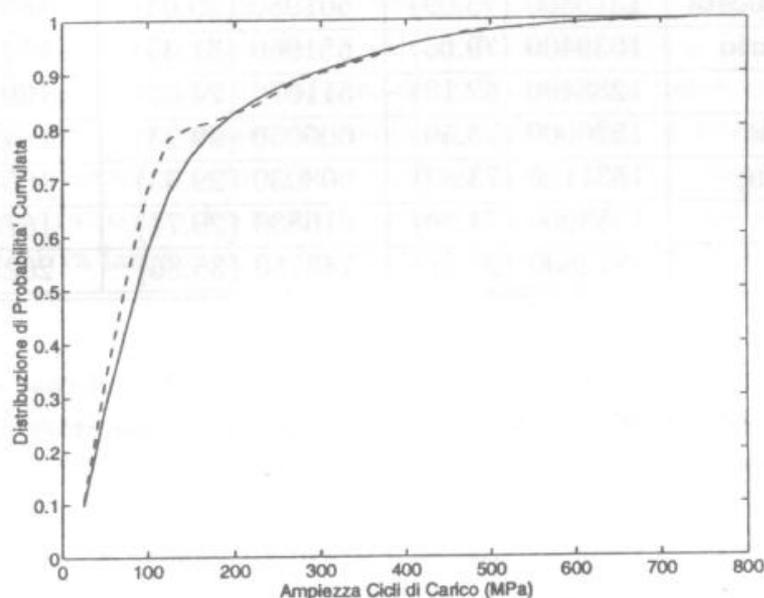


Figura 4: Distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli di carico ottenuta (linea continua) per via analitica e (linea tratteggiata) attraverso simulazione di Monte Carlo (spettro bimodale per il processo di carico e $\sigma_S = 103.42$ MPa).

I risultati ottenuti per via sperimentale sono riportati nella prima linea della Tabella 1 per lo spettro unimodale e nella prima linea della Tabella 2 per lo spettro bimodale. Come logico attendersi al crescere del valore dello scarto quadratico medio del processo di carico desce il numero di cicli a rottura. Inoltre a parità di scarto quadratico medio del processo di carico si nota un aumento del numero di cicli a rottura per il processo a banda larga. Infatti il processo a banda larga produce cicli di carico di piccola ampiezza che poco contribuiscono al danneggiamento per fatica del provino. La seconda linea delle Tabelle 1 e 2 riporta i risultati ricavati a partire dalla distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli ottenuta con la tecnica descritta nel precedente paragrafo. Nota infatti la distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli è possibile calcolare il momento $E[\Delta S^m]$ ed utilizzare l'Eq. (6) per valutare $E[N]$. Come si può notare dalle Tabelle 1 e 2 al crescere dello scarto quadratico medio del processo diminuisce l'accuratezza dei risultati. Infatti al crescere dello scarto quadratico medio vengono prodotti cicli di carico di ampiezza sempre più grande che provocano lo snervamento del materiale base del giunto. Questo porta a delle alterazioni del comportamento a fatica del giunto stesso. Le rimanenti linee delle Tabelle 1 e 2 riportano i risultati ottenuti per il valor medio del numero di cicli a rottura con alcune formule approssimate disponibili in letteratura [4] [11] [16]. La formula di Miles è riferita al caso ideale di processo a banda stretta e produce risultati conservativi soprattutto nel caso di

Spettro unimodale			
Tecnica di soluzione	Scarto quadratico medio σ_S del processo di carico		
	$\sigma_S = 51.71$ MPa	$\sigma_S = 68.95$ MPa	$\sigma_S = 103.42$ MPa
Esperimenti	1410000 (67.88)	515100 (24.79)	188700 (9.08)
Tecnica proposta	1515800 (73.09)	601980 (29.03)	163800 (7.89)
Monte Carlo	1639400 (79.06)	651060 (31.39)	177160 (8.54)
Miles	1288400 (62.13)	511670 (24.67)	139230 (6.71)
Hancock	1526000 (73.59)	606030 (29.23)	164910 (7.95)
Wirsching	1531100 (73.83)	608030 (29.33)	165450 (7.97)
Dirlik	1553200 (74.90)	616830 (29.74)	167840 (8.09)
Krenk	1872800 (90.31)	743760 (35.86)	202380 (9.75)

Tabella 1: Valor medio del numero di cicli a rottura ottenuto nel caso di processo di carico con densità spettrale di potenza unimodale. La quantità tra parentesi indica la vita utile a fatica espressa in giorni.

Spettro bimodale			
Tecnica di soluzione	Scarto quadratico medio σ_S del processo di carico		
	$\sigma_S = 51.71$ MPa	$\sigma_S = 68.95$ MPa	$\sigma_S = 103.42$ MPa
Esperimenti	3932800 (45.33)	2027700 (23.37)	386700 (4.46)
Tecnica proposta	4304000 (49.81)	1709300 (19.78)	465120 (5.38)
Monte Carlo	4343600 (50.27)	1724900 (19.96)	469360 (5.43)
Miles	1288400 (14.21)	511670 (5.92)	139230 (1.61)
Hancock	3313500 (38.35)	1315900 (15.23)	358070 (4.14)
Wirsching	1570700 (18.17)	623810 (7.22)	169740 (1.96)
Dirlik	4158300 (48.12)	1651500 (19.11)	449370 (5.20)
Krenk	1039400 (120.30)	4127000 (47.76)	1123000 (12.99)

Tabella 2: Valor medio del numero di cicli a rottura ottenuto nel caso di processo di carico con densità spettrale di potenza bimodale. La quantità tra parentesi indica la vita utile a fatica espressa in giorni.

spettro di potenza bimodale. Le altre formule utilizzate (Hancock, Wirshing, Dirlik e Krenk) [4] producono, come si può notare dalle Tabelle 1 e 2, risultati conservativi ad eccezione della formula di Krenk. In particolare la formula di Krenk produce risultati decisamente non conservativi nel caso di processi con densità spettrale di potenza bimodale (Tabella 2). Tra le formule approssimate per il calcolo del valor medio del numero di cicli a rottura quella che produce i risultati più accurati è risultata quella proposta da Dirlik [4]. Al fine di valutare l'influenza della larghezza di banda del processo di carico sul danno a fatica è importante esaminare i valori della vita a fatica. Le Tabelle 1 e 2 riportano accanto al valor medio del numero di cicli a rottura il corrispondente valore della vita utile a fatica espressa in giorni. Quest'ultima è ottenuta dividendo il numero di cicli a rottura per il numero di massimi del processo per unità di tempo. L'esame dei risultati mostra come al crescere della larghezza di banda si riduca drasticamente il tempo a rottura. Questo effetto si riscontra per ciascuno dei valori dello scarto quadratico medio analizzati. Risulta dunque importante nelle applicazioni tener conto della effettiva larghezza di banda nella valutazione della vita utile a fatica.

CONCLUSIONI

In questa memoria è stata descritta una tecnica numerica per la valutazione della distribuzione di probabilità dell'ampiezza dei cicli di carico prodotti da processi stocastici Gaussiani e stazionari. La tecnica adottata individua i cicli di carico con il metodo del "rainflow" e discretizza mediante una catena di Markov la successione dei massimi e dei minimi del processo di carico. La distribuzione di probabilità delle ampiezze così ricavata è stata successivamente utilizzata per la stima del valor medio del numero di cicli a rottura di giunti a croce soggetti a cicli di carico aleatori. I risultati ottenuti si sono dimostrati in buon accordo con quanto ottenuto sperimentalmente in letteratura per questa classe di giunti. In particolare il modello numerico adottato è in grado di stimare correttamente il valor medio del numero di cicli a rottura per processi stocastici Gaussiani stazionari e a banda larga. I risultati ottenuti mostrano come si riduca drasticamente la vita utile a fatica al crescere della larghezza di banda. La metodologia proposta può essere estesa anche al caso di processi di carico non Gaussiani in modo da coprire un più ampio spettro di condizioni di carico.

RINGRAZIAMENTI

Questa ricerca è stata resa possibile grazie al contributo finanziario del Ministero dell'Università e della Ricerca Scientifica e Tecnologica (MURST).

BIBLIOGRAFIA

- [1] J.A. Bannantine, J.J. Comer e J.L. Handrock, *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*, Prentice Hall, 1989.
- [2] A. Bignonnet e M. Olgnon, *Fatigue Life Prediction for Variable Amplitude Loading*, *Atti 10th Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference*, Vol. III-B, ASME, pp. 395-401, 1991.

- [3] N.W. Bishop e F. Sherrat, A Theoretical Solution for the Estimation of Rainflow Ranges from Power Spectral Density Data, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, Vol. 13(4), pp. 311-326, 1990.
- [4] V. Bouyssy, S.M Naboishikov e R. Rackwitz, Comparision of Analytical Counting Methods for Gaussian Processes, *Structural Safety*, Vol. 12, pp. 35-57, 1993.
- [5] F. Casciati e L. Faravelli, Fragility Analysis of Complex Structural Systems, *Research Studies Press*, 1991.
- [6] P. Colombi, Vita Residua a Fatica di Componenti Strutturali Metallici Soggetti ad Eccitazione Stocastica, *Tesi di Dottorato*, Politecnico di Milano-Università degli Studi di Pavia, 1995.
- [7] P. Colombi, Vita Residua a Fatica Sotto Eccitazione Stocastica Non Gaussiana, *Atti XI Congresso Nazionale del Gruppo Italiano Frattura*, pp. 287-295.
- [8] M. Frendahl e I. Rychlik, Rainflow Analysis - Markov method, *Comunicazione Privata*, 1992.
- [9] S. Krenk e H. Gluwer, A Markov Matrix for the Fatigue Load Simulation and Rainflow Range Evaluation, *Structural Safety*, Vol. 6, pp. 247-258, 1989.
- [10] G. Lindgren e I. Rychlik, Rain Flow Cycle Distributions for Fatigue Life Prediction Under Gaussian Load Processes, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, Vol. 10(3), pp. 251-260, 1987.
- [11] L.D. Lutes, M. Corazao, S.J. Hu e J. Zimmerman, Stochastic Fatigue Damage Accumulation, *J. of Struct. Engng. (ASCE)*, Vol. 110(11), pp. 2585-2601, 1984.
- [12] I. Rychlik, Simple Approximations of the Rain-Flow-Cycle Distribution for Discretized Random Loads, *Prob. Engng. Mech.*, Vol. 4(1), pp. 40-48, 1989.
- [13] I. Rychlik, A New Definition of the Rainflow Cycle Counting Method, *Int. Jour. of Fatigue*, Vol. 9, pp. 119-121, 1987.
- [14] S. Sarkani, D.P. Kihl e J.E. Beach, Stochastic Fatigue of Welded Steel Joints, *Atti 14th International Conference on Offshore Mechanics and Artic Engineering*, ASME, Vol. II, pp. 199-206, 1995.
- [15] S. Sarkani, D.P. Kihl e J.E. Beach, Stochastic Fatigue Damage in Welded Cruciforms, *Atti 1st International Conference on Computational Stochastic Mechanics*, Computational Mechanics Publications, pp. 461-472, 1992.
- [16] P.H. Wirsching e M.C. Light, Fatigue Under Wide Band Random Stresses, *J. of Struct. Div. (ASCE)*, Vol. 106(ST7), pp. 1593-1607, 1979.