

IGF 12 - XII Convegno Nazionale  
Gruppo Italiano Frattura  
Parma, 12-13 giugno 1996

## **MODELLO DI PREVISIONE PER L'AREA DI LEAKAGE IN TUBAZIONI CON CRICCHE PASSANTI COMUNQUE ORIENTATE**

*N. Bonora<sup>(1)</sup> e P. Salvini<sup>(2)</sup>*

(1) Dipartimento Ingegneria Industriale  
Università degli Studi di Cassino  
via Di Biasio 43, 03043 Cassino (FR)

E-mail: nbonora@serv.ing.unicas.it

(2) Dipartimento Ingegneria Meccanica  
Università degli Studi di Roma "Tor Vergata"  
Via della Ricerca Scientifica, 00133 Roma

E-mail: salvini@salvini.mec.utovrm.it

**PAROLE CHIAVE:** Leak before break, COD

### **SOMMARIO**

Nella progettazione Leak-Before-Break (LBB) è di fondamentale importanza la conoscenza dell'area di leakage, ovvero di efflusso, associata alla presenza di un possibile difetto a tutto spessore presente nella tubazione. Normalmente si assume nota la perdita di portata in quanto rilevabile attraverso opportuni sistemi di monitoraggio e si cerca di prevedere quale sia la dimensione massima di difetto ad essa associata. In base a ciò si può valutare la pericolosità del difetto stesso e stabilire se sia necessario o meno lo shut-down del sistema. Le relazioni di previsione dell'area di leakage attualmente disponibili fanno riferimento ad una configurazione particolare: cricca simmetricamente posta rispetto al piano di momento agente. Attualmente non sono disponibili soluzioni analitiche o numeriche nel caso in cui il difetto sia comunque orientato rispetto al piano di momento. Il presente lavoro riprende il modello del cono odografo e lo estende al caso in cui il difetto sia ruotato al di fuori del piano di momento consentendo di esaudire un vasto campo di possibili posizioni del difetto. Il modello del cono odografo modificato è stato verificato con una estesa indagine agli elementi finiti.

## INTRODUZIONE

Nella progettazione e manutenzione degli impianti in pressione, come ad esempio i sistemi tubieri di trasporto del refrigerante di installazioni nucleari, sono richiesti strumenti di calcolo in grado di valutare la pericolosità dell'eventuale presenza di un difetto per la sicurezza dell'impianto. Negli ultimi dieci anni, molti autori hanno indirizzato i loro studi nel tentativo di sviluppare metodologie di calcolo per la valutazione dell'integrità strutturale di tubazioni pressurizzate in presenza di difettosità. Generalmente, due sono i metodi di analisi che vengono impiegati: il primo è rappresentato da uno studio specifico agli elementi finiti relativo alla particolare situazione in esame; il secondo è costituito dall'impiego di formule semi-empiriche, tabulate in opportuni manuali, ottenute sulla base di ampi studi parametrici agli elementi finiti o di approcci ingegneristici semplificati, (Kumar et alii [1], Zahoor [2]). Questi strumenti di analisi sono alla base della progettazione *Leak-Before-Break* (LBB) la quale si pone come obiettivo quello di determinare le condizioni operative sotto le quali un eventuale difetto sia rilevabile attraverso i sistemi di ispezione e le condizioni per cui il processo di crescita subcritica diviene instabile.

Uno dei dati fondamentali per la progettazione LBB è l'area di *leakage*, ovvero l'area di efflusso associata ad un difetto a tutto spessore. Infatti, se questa informazione è disponibile, è possibile effettuare una stima della probabile dimensione del difetto e della sua criticità a partire dalle misure di perdite di portata. Il problema della determinazione dell'area di efflusso è stato studiato da molti autori, ([1-2], Sanders [3]) Tuttavia, gli studi disponibili si riferiscono sempre ad una configurazione geometrica assai semplificata in cui il difetto si trova simmetricamente posto rispetto al piano di momento flettente agente, fig.1. Questa configurazione pur essendo quella di massima apertura, ovvero quella per cui il momento agente esercita completamente la propria azione di apertura sul difetto, è anche quella meno probabile in quanto nelle strutture reali l'innescò di difetti circolari non avviene secondo la direzione di momento massimo ed inoltre il piano di momento cambia a seconda che il carico sia dovuto al solo peso o sia imputabile ai moti interni del fluido o sia di natura dinamica in fase di avviamento o spegnimento del sistema. Recentemente [4] è aumentato l'interesse della comunità scientifica internazionale relativamente allo studio di cricche circolari che possano essere disposte anche diversamente dalla configurazione canonica illustrata in fig.1. Nel programma internazionale di ricerca IPRIG [5] uno dei sotto obiettivi è stato interamente dedicato allo studio di modelli per la previsione dell'area di leakage nel caso in cui un difetto circolare a tutto spessore, disposto in mezz'arco di una tubazione in flessione pura, fosse posizionato in maniera asimmetrica rispetto al piano di momento, fig.2.

Lo studio di queste nuove configurazioni si è reso necessario in quanto a parità di perdita di carico la configurazione canonica porta ad una stima inferiore della lunghezza del difetto con conseguente perdita di sicurezza nelle valutazioni che seguono. Al fine di estendere i modelli già esistenti alle configurazioni illustrate in figura 2, senza dover ricorrere ogni volta ad uno studio specifico agli elementi finiti, Bonora [6] ha proposto un metodo analitico sulla base di considerazioni geometriche indicato come *metodo del cono odografo*. Bonora e Salvini [7] hanno verificato l'accuratezza del metodo attraverso un'estesa indagine numerica. In questo lavoro, vengono brevemente riassunte le ipotesi ed i risultati del metodo del cono odografo. Viene inoltre presentata per la prima volta

l'estensione del metodo al caso più generale in cui il difetto sia disposto al di fuori del piano di mezzeria. L'estensione a configurazioni sempre più generali ha evidenziato la difficoltà di definire un'area di efflusso per il difetto in esame e di individuare una procedura di calcolo per la sua stima.

## IL MODELLO DEL CONO ODOGRAFO

Il modello del cono odografo è di derivazione geometrica e basa la sua stima del possibile profilo di Crack Opening Displacement (COD) sulla seguente analogia: il profilo di apertura di un difetto circonferenziale a tutto spessore può essere interpretato come la curva spaziale di intersezione tra un cilindro, rappresentativo della tubazione, ed un cono, detto cono odografo, che ha per generatrice un'ellisse. L'asse maggiore è legato all'estensione longitudinale del difetto e l'asse minore è il COD misurato in condizioni di massima apertura. In fig. 3 sono definiti i luoghi geometrici, gli angoli e le grandezze caratteristiche del problema. Quando il centro del difetto si trova ad essere localizzato al di fuori del piano di momento flettente, il cono odografo trasla rigidamente nel piano mantenendo il proprio vertice sulla circonferenza generatrice del cilindro (rappresentativa della sezione della tubazione), fig.4. Se indichiamo con  $\varphi$  l'angolo di decentramento (o di *off-plane*) misurato in senso antiorario a partire dalla configurazione canonica, l'equazione parametrica in  $\varphi$  del cono odografo sarà data da:

$$\left(\frac{x - R\sin(\varphi)}{2R \tan(\alpha/2)}\right)^2 + \frac{y^2}{\delta_0^2} = \left(\frac{z + R\sin(\varphi)}{2R}\right)^2 \quad (1)$$

dove  $\alpha$  è l'angolo di semiapertura del difetto,  $R$  è il raggio del cilindro e  $\delta_0$  è il semi COD. Intersecando il cono odografo con il cilindro canonico si ottiene l'equazione parametrica di una curva nello spazio che identifica il luogo dei punti di bordo libero del difetto. Al fine di rappresentare completamente il profilo di COD è necessario stabilire una relazione che leghi il COD di massima apertura al momento applicato e la sua variazione nel caso di configurazione *off-plane*. Relativamente a quest'ultimo aspetto, si è trovato [6] che all'aumentare dell'angolo di *off-plane* il valore del COD massimo, a parità di momento applicato, decresce e si localizza lungo l'arco di apertura della cricca secondo:

$$\delta_0(\varphi) = \delta_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos(\beta - \varphi) \quad (2)$$

dove  $\beta$  è lo *span angle* che varia tra  $[\varphi - \alpha, \varphi + \alpha]$ . In fig. 5 viene riportato l'andamento, ottenuto attraverso un'analisi parametrica agli elementi finiti, del massimo semi COD all'aumentare dell'angolo di decentramento  $\varphi$ . Intersecando l'equazione del cono odografo con quella del cilindro canonico si ottiene il profilo del semi COD come variabile coordinata  $y$  dell'intersezione:

$$COD(\beta, \varphi) = \delta_0 \left[ \frac{1}{2} \sqrt{[\cos(\beta) + \cos(\varphi)]^2 - \frac{[\sin(\beta) - \sin(\varphi)]^2}{[\tan(\alpha/2)]^2}} \right] \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos(\beta - \varphi) \quad (3)$$

La validità di questa espressione è stata ampiamente verificata da Bonora e Salvini in [7] attraverso il confronto con gli andamenti del COD ottenuti mediante elementi finiti relativamente ad un ampio spettro di possibili lunghezze di difetti ed angoli di decentramento. In fig.6 viene riportato il confronto relativo ad una cricca di semiampiezza  $\alpha=45^\circ$  per diversi valori dell'angolo  $\varphi$ .

## ESTENSIONE DEL MODELLO DEL CONO ODOGRAFO AL CASO GENERALE

Il modello del cono odografo è stato utilizzato come spunto per verificare la possibilità di prevedere il profilo di COD relativo ad un difetto circonferenziale a tutto spessore che, a partire dalla configurazione canonica di fig.1, fosse posizionato al di fuori del piano di simmetria normale alla tubazione, fig.7. Anche in questo caso la localizzazione del difetto è tale che, tanto più esso è al di fuori del piano di simmetria, tanto più l'azione di apertura del momento flettente risulta essere ridotta. Al limite, per un difetto normale al piano di simmetria e quindi orientato longitudinalmente rispetto all'asse del cilindro, il momento flettente agente non esercita alcuna azione di apertura.

Per esaminare questa eventualità, si è ipotizzato che, a partire dalla configurazione canonica, la posizione ruotata del difetto possa essere identificata attraverso un angolo  $\theta$ , misurato sul piano tangente  $\pi$ , come raffigurato in fig.7. Per questa configurazione del difetto si è ipotizzato che il modello del cono odografo potesse ancora descrivere il profilo di COD attraverso una opportuna rotazione, pari a  $\theta$ , attorno al proprio asse.

Pertanto, si consideri il cono odografo con vertice in  $V(0,0,-2R)$  e generatrice ellittica sul piano  $\pi$ . I semiassi dell'ellisse generatrice sono pari a  $2R \tan(\alpha/2)$  e  $a \cdot \delta_0$ . Nel caso in cui il cono odografo ruoti intorno all'asse  $z$  di un angolo  $\theta$  l'equazione del cono diviene:

$$x^2[k^2 \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)] + y^2[\cos^2(\theta) + k^2 \sin^2(\theta)] + xy \sin(2\theta)(k^2 - 1) = \left[ \frac{z+R}{2R} 2R \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right]^2 \quad (4)$$

dove  $k = \delta_0 / [2R \tan(\alpha/2)]$ .

Il profilo del COD può allora essere determinato come l'intersezione del cono odografo ruotato (4) con il cilindro canonico. Si osservi che in questo caso il profilo del COD sarà una curva sghemba nello spazio e pertanto non sarà possibile trovare una espressione analitica semplice. Risolvendo l'intersezione tra il cono ed il cilindro canonico si ottiene,

$$\begin{aligned} \tilde{a}y^2 + \tilde{b}y + \tilde{c} &= 0 \\ x &= \sqrt{R^2 - z^2} \\ z &\in [-R, R] \end{aligned} \quad (5)$$

dove i coefficienti sono dati da,

$$\begin{aligned} \tilde{a} &= k^2 \sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) \\ \tilde{b} &= x(k^2 - 1) \cdot \sin(2\theta) \\ \tilde{c} &= x^2[\sin^2(\theta) + k^2 \cos^2(\theta)] - \left[ \frac{\delta_0(z+R)}{2R} \right]^2 \end{aligned} \quad (6)$$

La prima equazione delle (5) è una equazione quadratica nella coordinata  $y$ ; la realtà delle soluzioni stabilisce una condizione per il discriminante con la quale stabilire il minimo valore di  $z$  per cui il sistema ammette soluzione. Infatti, risolvendo l'espressione

del discriminante ed imponendo che esso sia positivo o al più uguale a zero, si ottiene per  $z$  la seguente condizione di minimo:

$$z_{\min} = \frac{\tilde{q} - \tilde{p} - \tilde{r}}{\tilde{q} - \tilde{p} + \tilde{r}} \quad (7)$$

dove i coefficienti sono dati dalle espressioni:

$$\begin{aligned} \tilde{p} &= (k^2 - 1)\sin^2(2\theta) \\ \tilde{q} &= 4[k^2\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta)] \cdot [\sin^2(\theta) + k^2\cos^2(\theta)] \\ \tilde{r} &= 4[k^2\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta)] \left(\frac{\delta_0}{2R}\right)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

Per cui è allora possibile riscrivere l'equazione della curva di COD nella seguente forma parametrica in  $z$ :

$$\begin{aligned} y_{1,2} &= \frac{-\tilde{b} \pm \sqrt{\tilde{b}^2 - 4\tilde{a}\tilde{c}}}{2\tilde{a}} \\ x_{1,2} &= \pm\sqrt{R^2 - z^2} \\ z &\in [z_{\min}, R] \end{aligned} \quad (9)$$

La validità della espressione trovata è stata verificata attraverso il confronto con gli andamenti del COD ottenuti agli elementi finiti. La simulazione numerica è stata effettuata realizzando un modello tridimensionale con l'impiego di elementi brick a 20 nodi. Per poter fornire una rappresentazione tridimensionale del confronto tra la soluzione ottenuta e gli elementi finiti in fig. 8 vengono riportate, accanto alla rappresentazione 3D, anche i confronti relativi ad una vista frontale e normale. Il confronto di fig. 8 si riferisce ad una cricca di  $60^\circ$  di semiapertura ruotata di  $15^\circ$ . Questo confronto conferma la validità del modello proposto e la possibilità di impiego del modello per un'ampia gamma di configurazioni.

## VALUTAZIONE DELL'AREA DI EFFLUSSO

Relativamente al caso canonico di cricca centrata o comunque posizionata in un piano perpendicolare all'asse del tubo, l'apertura del difetto si manifesta con uno spostamento di punti parallelo all'asse del cilindro. Questa situazione consente di valutare l'entità del COD in termini assoluti e di calcolare la superficie di efflusso come l'area sotto la curva del COD diagrammata in funzione dell'angolo di span  $\beta$ , vedi fig. 6.

Nel caso invece in cui la cricca sia contenuta in un piano non perpendicolare all'asse del tubo, che riguarda l'estensione al modello teorico sviluppata in questo lavoro, il profilo della cricca non è rappresentabile attraverso una curva simmetrica e pertanto il calcolo dell'area di efflusso presenta alcune difficoltà. Infatti, è possibile associare alla curva del COD un'area di efflusso per ogni direzione della stesso, e quindi si perde l'univocità della definizione dell'area di leakage.

In queste condizioni, per determinare un'area di leakage effettiva, si è fatto ricorso ad un calcolo per punti che sia sviluppabile anche al di fuori di un piano. Stabilendo infatti un'ascissa curvilinea su uno dei due profili aperti della cricca, ed avendo definito un passo di avanzamento su di esso, si tratta di individuare il punto sull'altro profilo ad esso

più vicino. Una volta individuato tale punto sul secondo profilo, l'area viene approssimata come somma di aree di parallelogrammi, ciascuno dei quali possiede una propria giacitura. In questo modo si possono ottenere grafici di COD equivalente in cui in ascissa compare la coordinata curvilinea su uno dei due profili, mentre in ordinata la distanza con il punto più vicino dell'altro profilo.

L'area equivalente così determinata rappresenta la minima possibile tra i due profili, nel senso che il suo valore corrisponde alla minima superficie inestensibile con la quale si possa chiudere il difetto. La connessione tra questa area e quella efficace, dal punto di vista delle perdite di liquido presenti, rimane comunque un problema che richiede la risoluzione del campo fluidodinamico di efflusso associato alla caduta di pressione dall'interno del tubo all'ambiente esterno.

Tuttavia questa definizione risulta estremamente utile per confrontare i valori dell'area di leakage provenienti dal modello analitico qui sviluppato e dal codice agli elementi finiti. Infatti, i profili che ne derivano, il primo per intersezione tra cono odografo e cilindro, il secondo dall'apertura della cricca come conseguenza dell'applicazione delle condizioni vincolari e di carico, possiedono per ogni punto tangenti diversamente orientate. Conseguentemente, questa definizione di area efficace ha il grande vantaggio di consentire il confronto tra i profili punto per punto, verificandone la corrispondenza. In fig. 9 viene presentato il confronto tra la rappresentazione dell'area calcolata e quella ottenuta attraverso integrazione dei dati FEM. In tabella 1 sono invece confrontati direttamente i valori dell'area.

| $\theta$ | AREA <sub>FEM</sub> | AREA <sub>OCM</sub> |
|----------|---------------------|---------------------|
| 15°      | 1.032803E-3         | 1.112959E-3         |
| 30°      | 1.139411E-3         | 1.297429E-3         |
| 45°      | 1.382818E-3         | 1.708732E-3         |

Tabella 1 - Confronto tra le aree di leakage analitiche e F.E.M. ( $\alpha = 60^\circ$ )

## CONCLUSIONI

Nel presente lavoro è stata proposta un'estensione del modello del cono odografo al caso di cricche circonferenziali a tutto spessore localizzate al di fuori del piano di simmetria trasversale. Il confronto con le simulazioni agli elementi finiti ha sottolineato l'accuratezza del modello che, per semplicità d'uso e di formulazione, si conferma come un efficace ed utile strumento di calcolo nella progettazione LBB. L'estensione ai casi esaminati in questo lavoro ha messo in evidenza le difficoltà relative alla definizione di area di leakage qualora il profilo di COD associato ad un difetto dia luogo ad una rappresentazione spaziale. E' stata presentata una possibile definizione di area equivalente ed una procedura di calcolo.

## RINGRAZIAMENTI

Il presente lavoro è stato reso possibile grazie ai contributi di ricerca MURST.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Kumar V., German M.D., Wilkening W.W., Andrews W.R. , deLorenzi H.G. and Mowbray, "Advanced in Elastic -Plastic Analysis", EPRI NP-3607 Project 1237-1, Final Report, August 1984, General Electric.
- [2] Zahoor A., "Ductile Fracture Handbook- Vol. 1 Cricumferential Throughwall Cracks", EPRI 1989.
- [3] Sander J.L. Jr., "Circumferential Through-Crack in Cylindrical Shell Under Tension", J. Appl. Mech. Vol. 49 (1982), pp.103-107.
- [4] Bonora N., A.Rahman, N.Ghadiali, G.Wilkowski, "Effects of Off-Centered Crack and Restraint of Induced Bending Due to Pressure on the Crack-Opening-Area Analysis of Pipes", ASME/JSME Pressure Vessel and Piping Journal, 1995
- [5] Maricchiolo C. e Milella P.P., "Comportamento a Frattura delle Tubazioni: il *Progetto International Piping Integrity Research Group (IPRIG)*", atti del IX Convegno Nazionale Gruppo Italiano Frattura, Roma 1993, pp. 181-185.
- [6] Bonora N., "COD of Off-Centred Cracks in Pipes Under Bending Load: A Geometrical Solution", to apper on Int. J. of Fracture, (1996)
- [7] Bonora N. e Salvini P., "Crack Opening Area in Tubazioni Pressurizzate", atti del XXIV convegno nazionale AIAS , Parma, Settembre 1995, pp. 338-345.

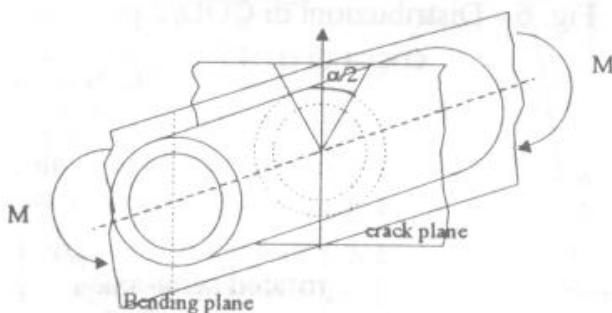


Fig.1 - Rappresentazione della configurazione *canonica* per un difetto circonferenziale.

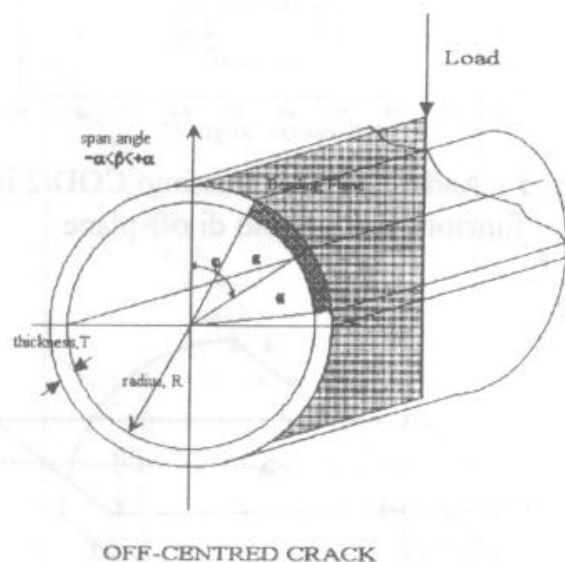


Fig.2 - Configurazione *off-plane*.

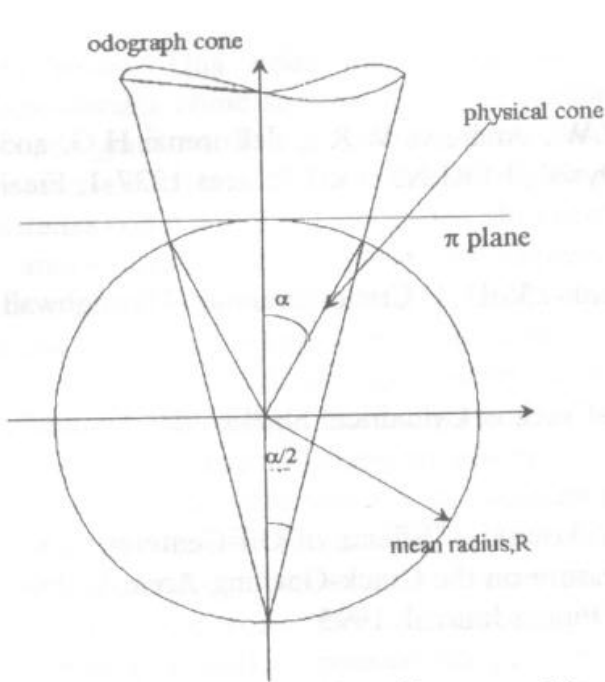


Fig. 3- Definizione dei luoghi geometrici e degli angoli.

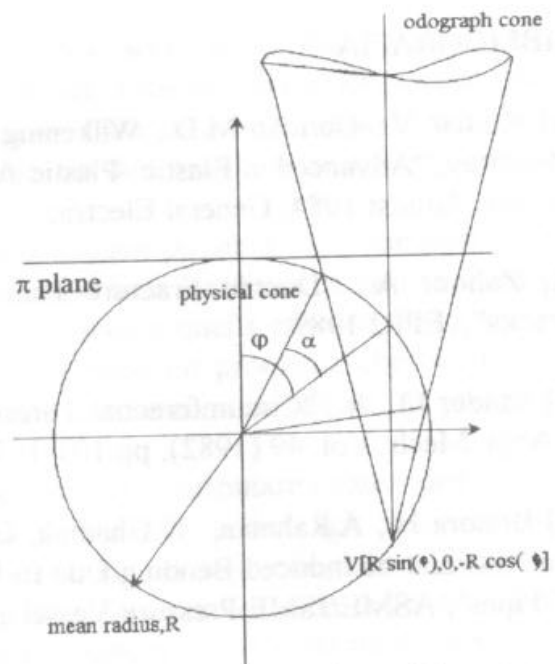


Fig. 4 - Rappresentazione del cono odografo per la configurazione *off-plane*

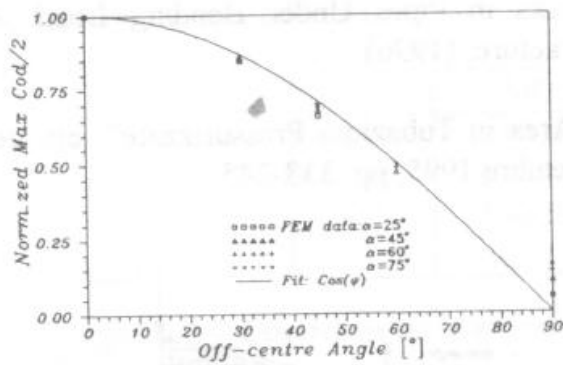


Fig. 5 - Andamento del massimo COD/2 in funzione dell'angolo di off-plane

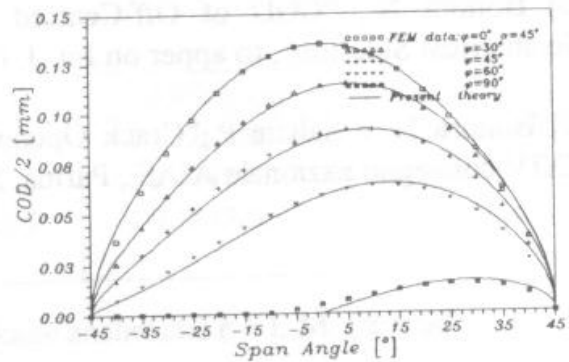


Fig. 6 - Distribuzioni di COD/2 per una cricca di  $\alpha=45^\circ$

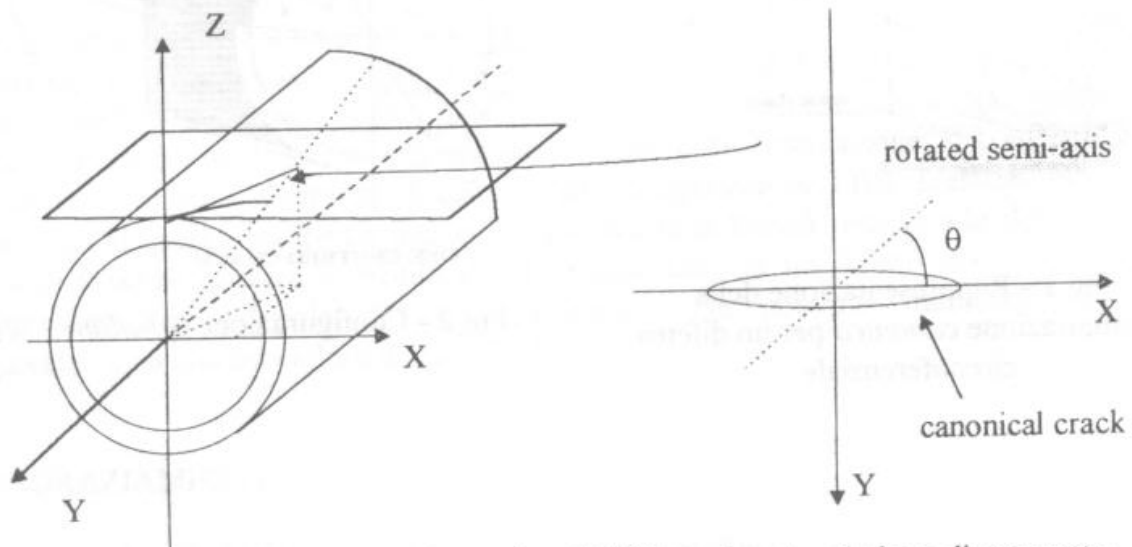


Fig. 7- Posizionamento asimmetrico del difetto rispetto al piano di momento.



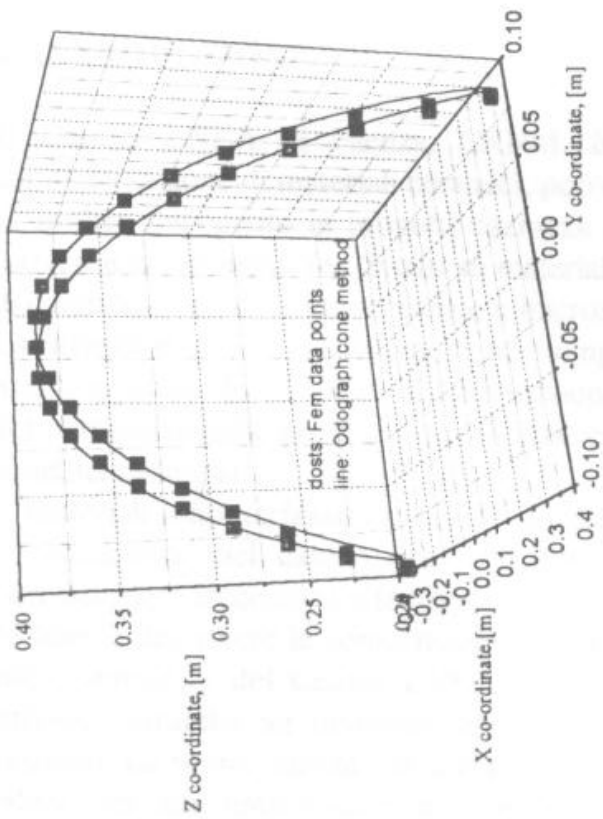


Fig. 8 a - Rappresentazione 3D del profilo di COD

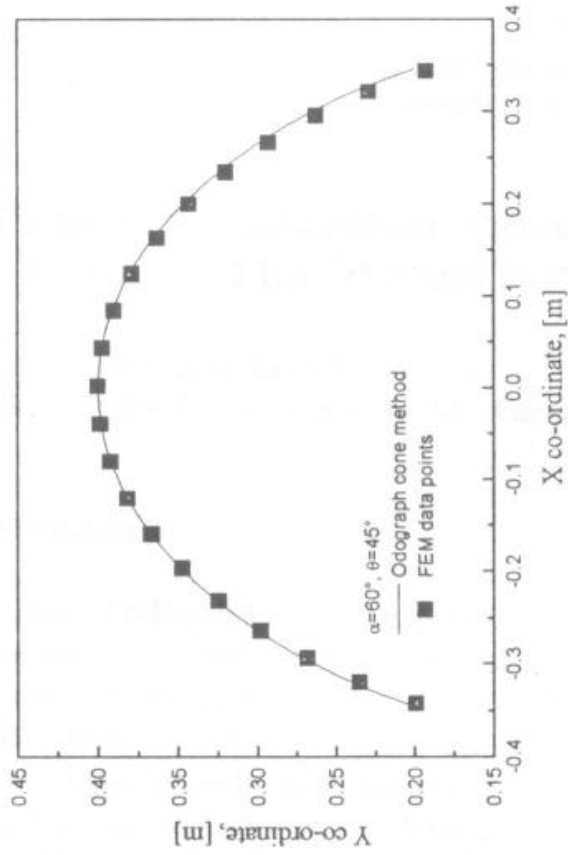


Fig. 8 b - Rappresentazione frontale del profilo di COD

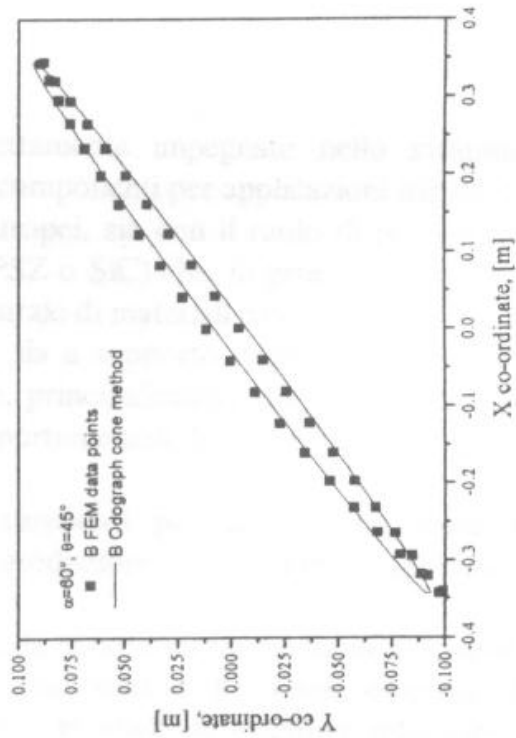


Fig. 8 c - Rappresentazione normalizzata del profilo di COD

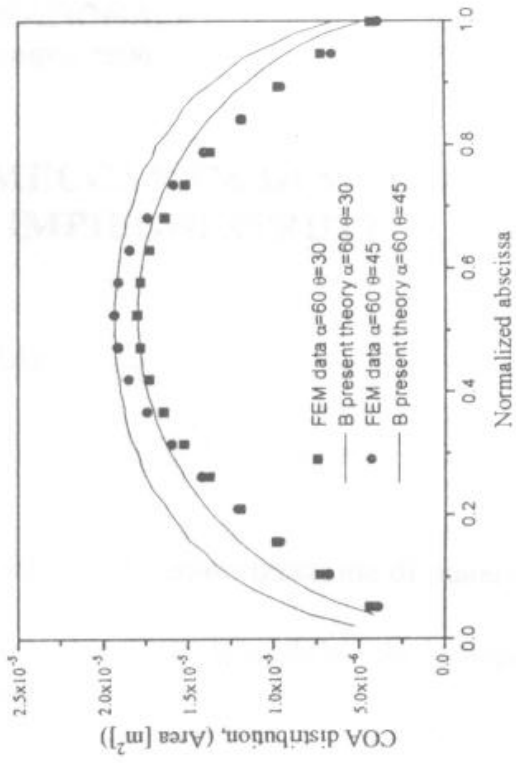


Fig. 9 Rappresentazione grafica delle distribuzioni di area.