

IGF 12

XII Congresso Nazionale del

Gruppo Italiano Frattura

Parma, 12-13 Giugno 1996

L'EFFETTO DI UN CAMPO DANNEGGIATO SUL FATTORE DI INTENSITÀ' DEGLI SFORZI IN PIASTRE DI TITANIO

*A Agneni, C. Gabbiati, M. Marchetti, D. Vahedi,
Dipartimento Aerospaziale, Università "La Sapienza" di Roma*

SOMMARIO

Un'interazione elastica tra una cricca e un campo danneggiato prossimo ad essa può essere modellato come un unico campo di microcricche.

In questo lavoro si prende in considerazione una configurazione particolare consistente in una cricca principale ed una serie di micro difetti nelle vicinanze dell'apice della cricca stessa. L'approccio teorico è basato sulla tecnica del doppio strato potenziale e sul teorema della conservazione di Willis; i risultati sono stati confrontati con quelli ottenuti sperimentalmente.

Come materiale analizzato è stato scelto il Titanio c.p. per il suo crescente interesse nel settore aerospaziale.

Le prove sperimentali sono stati effettuate su lastre di spessore di 1 mm. sottoposte a diversi carichi statici e con differenti configurazioni del campo danneggiato. La metodologia usata è quella ottica del Caustic, particolarmente efficace nel caso dei materiali trasparenti, ma che, con alcuni accorgimenti sia ottici che di filtraggio delle immagini permette di ottenere buoni risultati anche nel caso di materiali opachi come il Titanio.

Introduzione

Il problema dell'interazione di una cricca principale con un treno di microcricche in prossimità dell'apice della cricca stessa, di rilevante importanza per la predizione dell'affidabilità dei materiali strutturali, può essere analizzato sperimentalmente applicando il metodo caustic sui provini bidimensionali.[1] [2] Infatti con tale metodo è possibile determinare il fattore dell'intensità degli sforzi all'apice della cricca principale in presenza di altri difetti. In questi problemi possono essere evidenti due casi: nel primo le

microcricche sono situate abbastanza distanti dall'apice della cricca principale, nel secondo caso invece le microcricche si trovano nella cosiddetta zona plastica della cricca principale cioè abbastanza vicini all'apice della cricca stessa.

Dal punto di vista teorico l'interazione elastica tra diversi tipi di cricche può essere studiata applicando l'approccio basato sulla tecnica del doppio strato potenziale e della conservazione di Willis; con questo approccio che determina il campo degli spostamenti ed il campo degli sforzi, il problema si riduce alla determinazione della funzione vettoriale dei modi di apertura e quindi del fattore dell'intensità degli sforzi K_I all'apice della cricca principale. [3] [4]

La rappresentazione della teoria del potenziale

a) Una microcricca collineare alla cricca principale

La rappresentazione schematica di una cricca principale $(-l_0, l_0)$ che può interagire con una microcricca è rappresentata in Fig. 1. Per la descrizione dell'interazione elastica è stata assunta la condizione di plane stress e viene considerato il solo modo di apertura I. Consideriamo il caso in cui la microcricca si trova nel campo degli sforzi della cricca principale. Usando una approssimazione a tratti costante, il campo degli sforzi sulla linea della microcricca $(c-l, c+l)$ può essere approssimato al valore del campo degli sforzi nel centro della microcricca $(x = c)$ per cui seguendo la simmetria, la $\sigma_{yy} = \sigma_{yy}(c)$ è l'unica componente degli sforzi che agisce lungo la linea della microcricca.

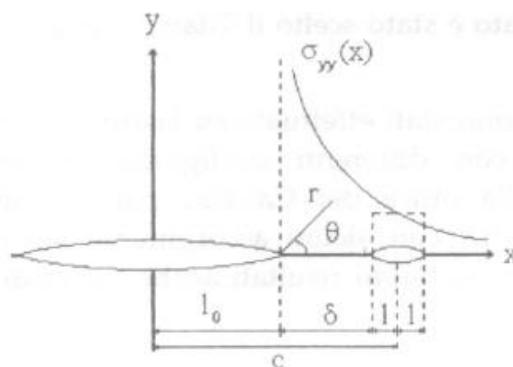


Fig. 1

Il campo risultante degli sforzi nelle vicinanze dell'apice della cricca principale è dato da:

$$\sigma(x) = \tilde{\sigma}(x) + \sigma^l(x) \quad (1)$$

dove

$$\tilde{\sigma}(x) = K_I^{eff} \frac{\varphi[\vartheta(x)]}{\sqrt{2\pi r(x)}} \quad (2)$$

$$\sigma^l(x) = T_x \int_{c-l}^{c+l} b(\xi) \cdot \Phi(\xi, x) d\xi \quad (3)$$

e la $T_x \{u(x)\}$ rappresenta l'operatore che trasforma un campo degli spostamenti in quello degli sforzi secondo la legge di Hook: $T_{ij} \{u\} = \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) + \lambda u_{k,k} \delta_{ij}$

(il pedice "x" indica che la differenziazione è fatta rispetto ad x).

Il modo di apertura (COD) della microcricca è ellittico, visto che nella "piecewise constant approximation" essa è soggetta ad uno sforzo uniforme $\sigma_{yy}(c)$, ed è dato da:

$$b(\xi) = \frac{4l}{E} \frac{K_I^{eff}}{\sqrt{(2\pi(l+\delta))}} e(\xi)n \quad (4)$$

dove E è il modulo di Young, n è il vettore unitario nella direzione y e $e(\xi) = \sqrt{(1 - (\xi - c)^2 / l^2)}$ è un'ellisse di apertura unitaria avente le estremità agli apici della microcricca.

Sostituendo e portando l'operatore degli sforzi T_x sotto il segno d'integrale, si ottiene:

$$\sigma_{ij}^l(x) = \frac{4\pi}{E} \frac{K_I^{eff}}{\sqrt{(2\pi(l+\delta))}} \int_{c-l}^{c+l} \left\{ \mu [\Phi_{2i,j}(\xi, x) + \Phi_{2j,i}(\xi, x)] + \lambda \Phi_{2k,k}(\xi, x) \delta_{ij} \right\} e(\xi) d\xi \quad (5)$$

Dopo l'integrazione, la $\sigma_{yy}^l(x)$ assume la seguente forma:

$$\sigma'_{xy}(x) = \frac{4l}{E} \frac{K_I^{eff}}{\sqrt{2\pi(l+\delta)}} \left[\frac{1}{\sqrt{(1-l^2/(x-c)^2)}} - 1 \right] \quad (6)$$

Sostituendo nell'equazione del fattore d'intensità degli sforzi effettivo,

$$K_I^{eff} = K_I^0 + \frac{1}{\sqrt{\pi l_0}} \int_{-l_0}^{l_0} \sqrt{\frac{(l_0 + \xi)}{(l_0 - \xi)}} \sigma'_{xy}(\xi) d\xi \quad (7)$$

($K_I^0 = \sigma_\infty \sqrt{\pi l_0}$ è il fattore d'intensità degli sforzi in assenza della microcricca) si ottiene la seguente equazione :

$$K_I^{eff} = K_I^0 + q K_I^{eff},$$

cosicché:

$$K_I^{eff} = \frac{K_I^0}{1 - q} \quad (8)$$

dove

$$q = \frac{1}{\sqrt{2(l'+\delta')}} \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{(1+t)}{(1-t)}} \left(\frac{1}{\sqrt{(1-l'^2/(t-c')^2)}} - 1 \right) dt \quad (9)$$

e $l' = l/l_0, \delta' = \delta/l_0, c' = c/l_0$ sono parametri geometrici adimensionali.

b) Due microcricche collineari alla cricca principale

La configurazione considerata è mostrata in Fig. 2. Supponiamo di essere in condizioni di plane stress, di modo I uniforme e di "small scale microcracking"; il problema sarà analizzato nell'ambito della "piecewise constant approximation". Due sono gli effetti dell'interazione tra le cricche che si possono manifestare al variare dei valori relativi dei parametri geometrici; uno quando $c \gg l_0$ e le microcricche amplificano la concentrazione degli sforzi ($K_I^{eff} > K_I^0$), l'altro quando $c \cong l_0$ e le microcricche "proteggono" l'apice della cricca ($K_I^{eff} < K_I^0$). Nel range intermedio di valori del rapporto c/l_0 , questi due effetti competono tra di loro.[4]

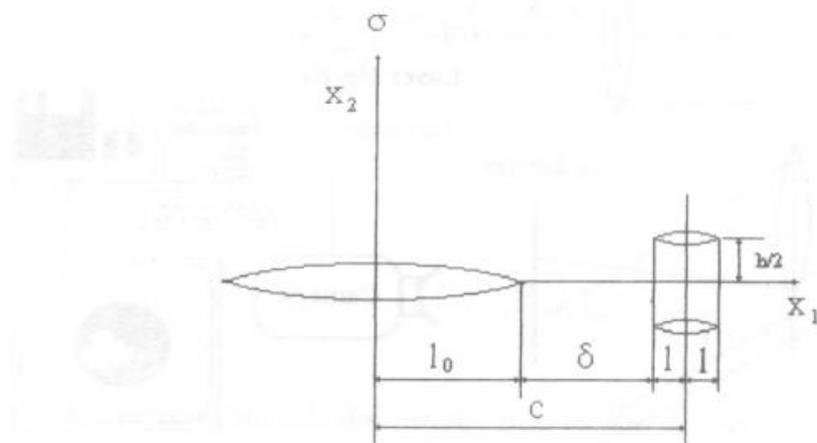


Fig. 2.

Analisi sperimentale

Materiale

Il titanio, con una buona resistenza meccanica associata ad una densità contenuta, buone caratteristiche di resistenza al creep che ne promuovono l'uso fino a temperature di $450^{\circ} \div 550^{\circ} \text{ C}$, suscita interesse per diversi tipi di applicazioni strutturali. Le lastre prese in considerazione in queste prove sono in titanio commercialmente puro (titanio grado 2), di struttura tipo α , di composizione:

$$\text{N} < 0.03 \quad \text{H} < 0.015 \quad \text{Fe} < 0.20 < 0.25$$

b) Il metodo Caustic

L'effetto della interazione tra una cricca principale ed altri tipi di difetti sulla resistenza alla frattura dei materiali strutturali è stata studiata recentemente da molti studiosi. Lo stesso approccio è stato preso in considerazione in questo lavoro per determinare sperimentalmente l'influenza della interazione tra una cricca principale ed una microcricca collineare oppure due microcricche parallele ad essa [6].

Abbiamo preso in considerazione dei provini di titanio contenente tali difetti e soggetti alla tensione assiale. Proiettando su questi provini dei raggi luminosi emessi da un Laser He-Ne, involuppo dei raggi riflessi dalla superficie del provino nella zona deformata in prossimità dell'apice della cricca descrivono una superficie quasi sferica nello spazio, che

tagliata con un schermo piano permette di vedere una forma piana circolare che viene chiamata la Caustica. Fig.3.

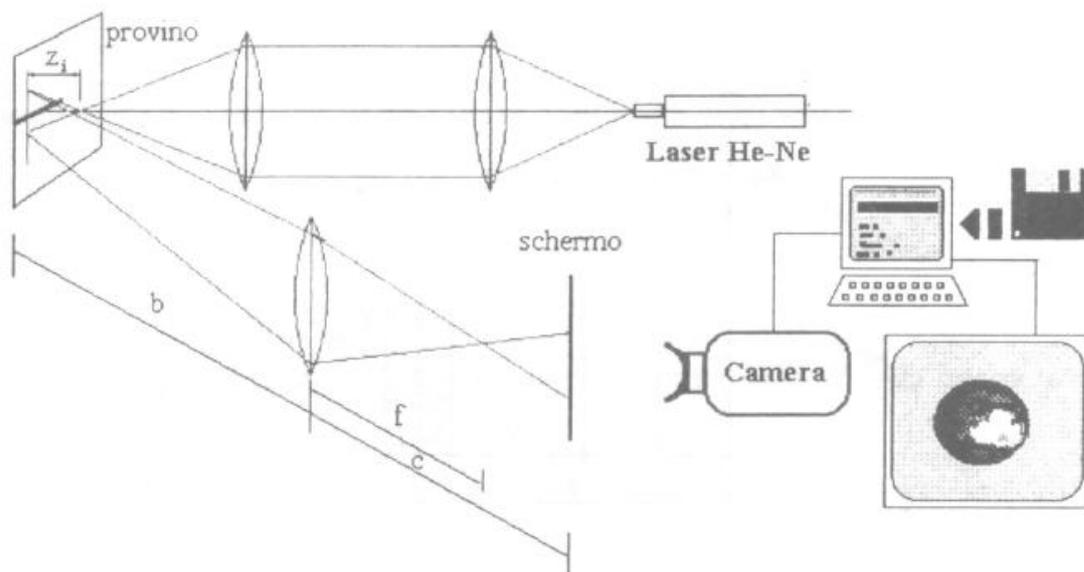


Fig. 3

In questa sezione determineremo l'equazione della caustica e l'equazione della sua curva iniziale, quando un caustico è formato su un schermo dopo un raggio della luce urta contro su un campione elastico di grossezza d sotto condizioni del difficoltà piane. La corrispondenza tra un punto $P(x, y)$ del campione e la sua immagine $R(X, Y)$ sullo schermo a una distanza z_0 dal provino è dato da:

$$X = \lambda_m x + z_0 \frac{\Delta s}{\partial x}, \quad Y = \lambda_m y + z_0 \frac{\Delta s}{\partial y} \quad (9)$$

dove $\lambda_m = \frac{(b+z_i)}{z_i} \cdot \frac{c+f}{f}$ è il rapporto dell'ingrandimento dell'apparato ottico e Δs è l'incremento del percorso ottico s dei raggi del raggio luminoso dovuto al caricamento del provino e $z_0 = \frac{cf}{c-f} - b$. Queste condizioni sono soddisfatte se il determinante Jacobiano si annulla:

$$J = \frac{\partial (X, Y)}{\partial (x, y)} = \begin{vmatrix} \partial X / \partial x & \partial X / \partial y \\ \partial Y / \partial x & \partial Y / \partial y \end{vmatrix} = 0 \quad (10)$$

L'equazione (10) definisce una curva su $z=f(x, y)$, curva iniziale; risolvendo il sistema di Equazioni (9) e (10) si definisce sullo schermo il corrispondente caustic.

Ora, se consideriamo il caso di un materiale otticamente e meccanicamente isotropo, abbiamo:

$$\Delta s = 4dc \operatorname{Re} \Phi(z) \quad (11)$$

dove c è una costante ottica di materiale.

Introducendo:

$$C = 4z_0 d c / \lambda_{in} \quad (12)$$

l'equazione della curva iniziale del caustic può essere scritto:

$$|C\Phi''(z)| = 1 \quad (13)$$

dove $\Phi''(z)$ rappresenta la seconda derivata del potenziale complesso. La (13) che rappresenta la curva iniziale della caustica, insieme alla :

$$W = \lambda_{in} \left[z + \overline{C\Phi'(z)} \right] \quad (14)$$

che rappresenta l'equazione propria della caustica sullo schermo, giocano un ruolo importante nell'uso del metodo in una serie di applicazioni pratiche

Ora sostituendo l'equazione della curva iniziale nell'espressione del potenziale $\Phi(z)$ troviamo che questa curva è un cerchio di raggio

$$r = r_0 = \left[\frac{3}{8(2\pi)^{1/2}} |CK| \right]^{2/5} = 0.4677 |CK|^{2/5} \quad (15)$$

La (15) mostra che la curva iniziale della caustica sul campione dipende solo sul valore assoluto del fattore dell'intensità degli sforzi K e dal valore di C costante dell'apparato sperimentale. Riguardo al valore assoluto del fattore dell'intensità degli sforzi complesso K , può essere ottenuto misurando il massimo diametro D della caustica. In fatti sotto queste condizioni, si ha la seguente relazione:

$$K_I = 0.0934 \frac{E(D/\lambda_m)^{2.5}}{z_0 v d} \lambda_m \quad (16)$$

Analisi dei risultati

Si può affermare che il metodo della caustica risulta efficiente per la determinazione dei parametri di frattura, senza limiti sul carico, sulle caratteristiche del materiale e sulla geometria del provino; inoltre l'accuratezza del metodo è sufficiente, con errori, rispetto alle soluzioni ricavate per via teorica, minori del 10% ed in alcuni casi minori del 5%.

Dai grafici delle figg. 4 e 6 (le immagini fotografiche) si nota che nelle immediate vicinanze dell'apice della cricca il valore del fattore dell'intensità degli sforzi subisce un'amplificazione; Tale effetto è spigabile dal fatto che la presenza della microcricca all'interno della zona plastica viene vista come la continuazione della stessa ma con una lunghezza maggiore: man mano che ci si allontana da questa zona i due difetti si distinguono e l'effetto dell'amplificazione diminuisce.

Nel caso di due microcricche parallele la Fig. 6 mostra che quando la distanza d è molto piccola, esiste un effetto di schermatura tanto più efficace quanto più grande è la distanza h : tale effetto è dovuto al fatto che le due microcricche, in quella zona, riescono in qualche modo ad assorbire parte degli sforzi destinati alla cricca principale. Ne consegue un ritardo nell'avanzamento della cricca. Allontanandosi dall'apice questo effetto svanisce e di conseguenza si ha un aumento della velocità di propagazione.

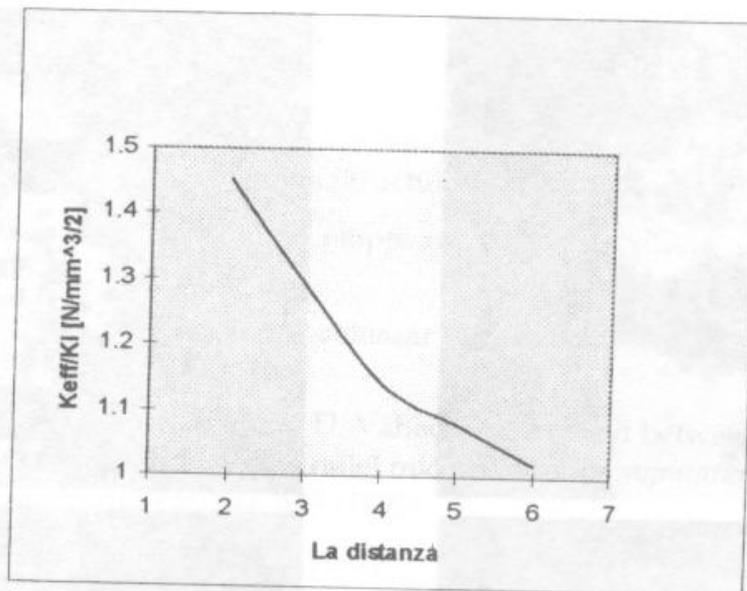


Fig. 4

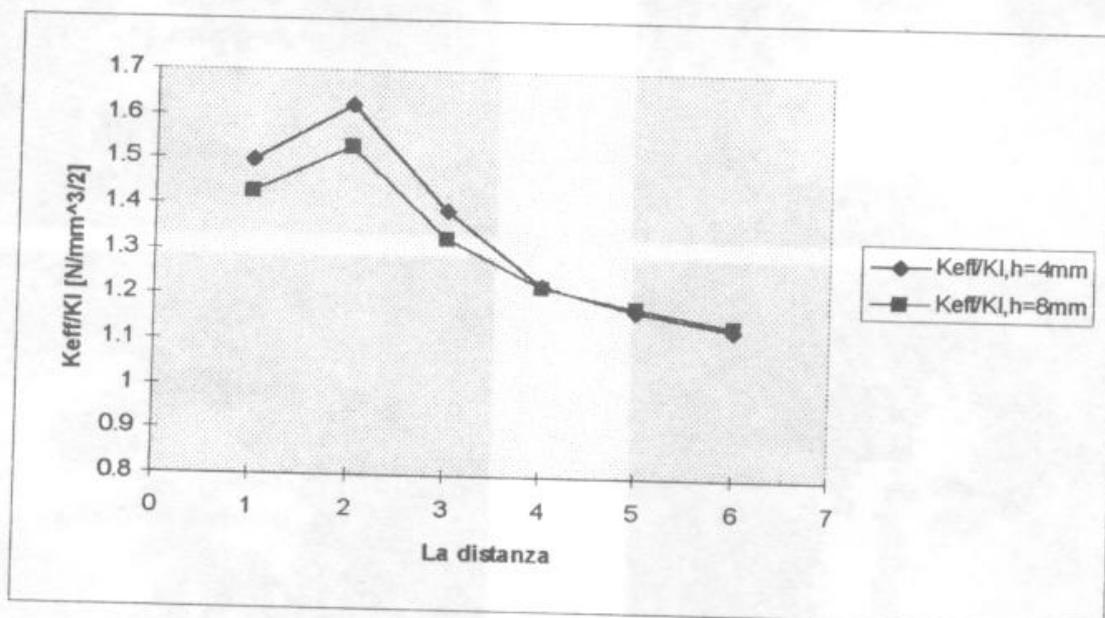


Fig. 5

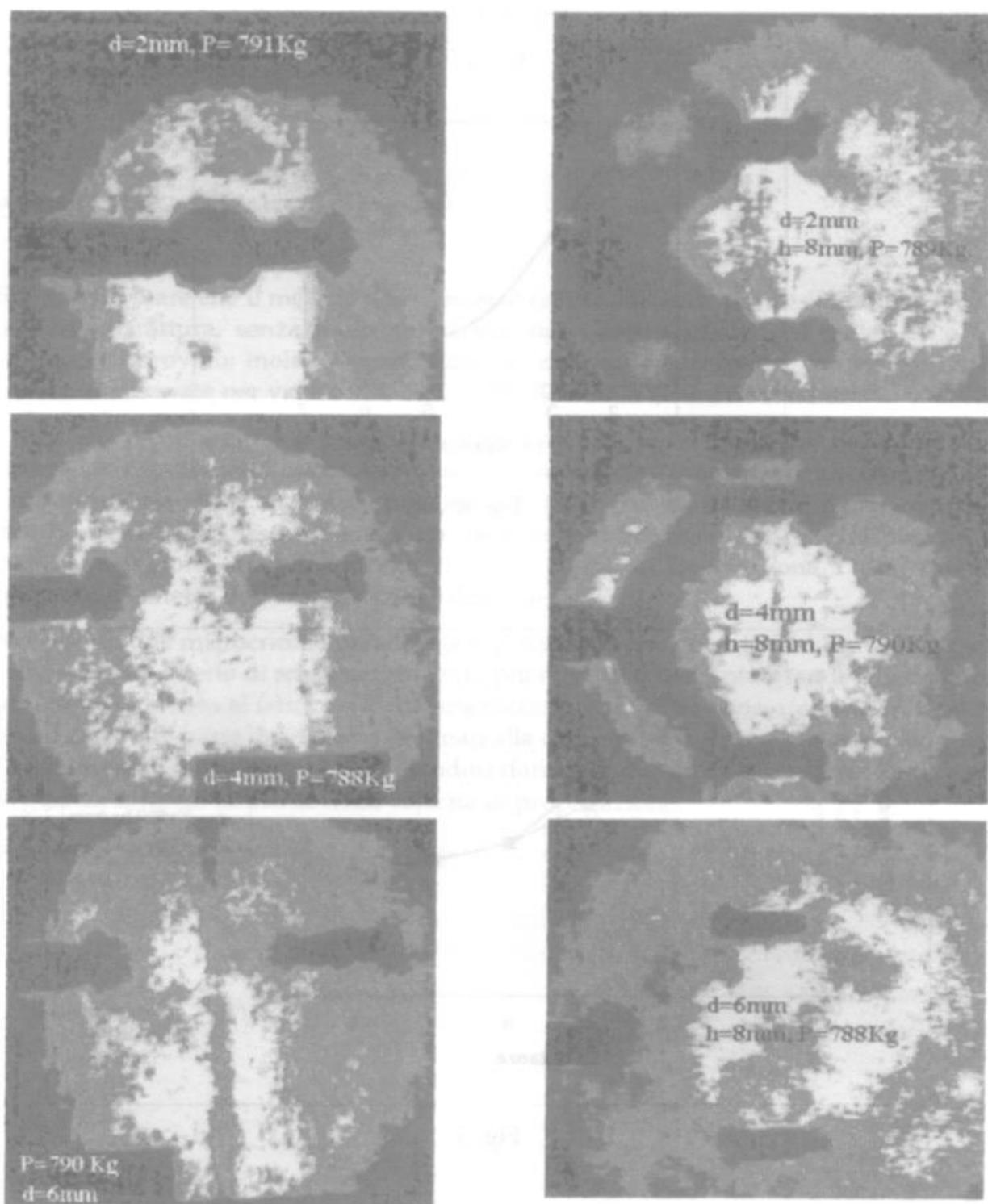


Fig.6

BIBLIOGRAFIA

1. A .Chudnovsky, A . Dolgopolsky, M. Kachanov, Elastic interaction of a crack with a microcrack array– I e II, *Int. J. Solids Structures* 23, pp. 1-21 (1987)
2. R. Willis, The stress field around an elliptical crack in an elastic medium, *Int. J. Engng. Sci.* 6, pp.5 (1968)
3. Theocaris,P.S., “Interaction between collinear asymmetric cracks”, *Journal of Strain Analysis*, 7,pp. 186-193 (1972)
4. S. Corradi, J.M. Kenny, M. Marchetti, D. Vahedi, Interaction between a main crack and a collinear micro- crack or two parallel micro-cracks, *Computational Method and Experimental Measurements VII. pag. 619 (1995)*
5. Metal Hand book 2° Vol. tenth Edition (1992)
6. Theocaris, P.S., “A theoretical consideration of the constrained zones in an array of interacting collinear and asymmetric cracks”, *Acta Mechanica*, 17, pp.169-189 (1973)