

IGF 12 - XII Convegno Nazionale
Gruppo Italiano Frattura
Parma, 12-13 Giugno 1996

SUL COMPORTAMENTO A FRATTURA
DELLE DIGHE A GRAVITÀ DI CALCESTRUZZO

Giovanni A. Plizzari

Dipartimento di Ingegneria Civile
Università di Brescia
Via Branze, 38 - 25123 Brescia

PAROLE CHIAVE: Calcestruzzo, Dighe

SOMMARIO

Nel presente lavoro vengono proposte formule adimensionali per la valutazione dei fattori di intensificazione degli sforzi in dighe di calcestruzzo a gravità valide nell'ambito della meccanica della frattura elastica lineare. Sulla base di tali formulazioni, viene effettuato uno studio per valutare l'influenza dei diversi parametri che governano il problema e viene ricavata un'espressione per la determinazione del massimo carico idrostatico applicabile a dighe fessurate.

1. INTRODUZIONE

Le strutture di calcestruzzo sono frequentemente caratterizzate dalla presenza di fessure, dovute a stati tensionali di trazione, a fenomeni di ritiro, etc. Nelle dighe, a causa delle inevitabili riprese di getto dovute ai notevoli volumi di calcestruzzo; ed a causa dei notevoli gradienti termici tra la superficie esterna ed i punti interni, tali fessure sono spesso presenti fin dai primi giorni di vita della struttura [1]. Ammettendo quindi la presenza di fessure, diventa particolarmente importante la valutazione del coefficiente di sicurezza delle dighe, tenuto anche conto che spesso esse erano state progettate per carichi inferiori a quelli previsti attualmente dagli idrologi sulla base

di un maggior numero di dati a disposizione. Si deve infine ricordare che molte delle dighe di calcestruzzo esistenti sono state progettate nell'ipotesi di comportamento a trave snella ($\sigma = P/A \pm M/W$); tale formula, certamente non indicata per strutture tozze come le dighe, non tiene inoltre conto della singolarità negli sforzi all'apice di una fessura.

Allo scopo di affrontare il problema con metodi di calcolo più adeguati, la valutazione della sicurezza delle dighe è stata recentemente studiata impiegando la meccanica della frattura del calcestruzzo [2, 3, 4]. I significativi risultati ottenuti sono stati riconosciuti da alcune organizzazioni americane, come l'*US Bureau of Reclamation*, la *Electric Power Research Institute* e la *US Army Corps of Engineers*; quest'ultima, attraverso la *Engineering Technical Letter* [5], richiede ora un'analisi a frattura per gli interventi di consolidamento delle grandi strutture idrauliche di calcestruzzo. Si deve inoltre riconoscere che le dighe, costituite da notevoli masse di calcestruzzo senza armatura, rappresentano certamente uno degli esempi più interessanti per l'applicazione della meccanica della frattura nel calcestruzzo, sia essa lineare (LEFM) o non lineare (NLFM).

Nelle strutture di grandi dimensioni, la zona microfessurata a comportamento non lineare presente nell'intorno dell'apice della fessura ha normalmente dimensioni trascurabili rispetto alle dimensioni della struttura; per tale motivo, la meccanica della frattura elastica lineare dovrebbe fornire una buona approssimazione della soluzione [6, 7].

Nel presente lavoro, sulla base di alcune considerazioni teoriche, vengono proposte formulazioni adimensionali per la valutazione dei fattori di intensificazione degli sforzi in dighe di calcestruzzo a gravità. Sulla base di tali formulazioni, viene inoltre effettuato uno studio per valutare l'influenza dei diversi parametri che governano il problema nell'ambito della LEFM e viene infine ricavata un'espressione per la determinazione del massimo carico idrostatico applicabile a dighe fessurate.

2. ASPETTI TEORICI

La singolarità nello stato tensionale all'apice di una fessura in un materiale elastico è caratterizzata dai fattori di intensificazione degli sforzi K_I , K_{II} e K_{III} , corrispondenti alle tre diverse modalità di sollecitazione della fessura: apertura (Modo I), scivolamento nel piano (Modo II) e strappo (Modo III) [8]. Una diga a gravità può essere studiata come problema di stato piano di deformazione e risulta quindi interessata dai soli fattori K_I e K_{II} .

Il fattore di intensificazione degli sforzi può essere generalmente espresso nel modo seguente:

$$K = \sigma_N \sqrt{D} f(\alpha) \quad (1)$$

dove D è la dimensione caratteristica della struttura, $f(\alpha)$ è una funzione di forma adimensionale, α è la lunghezza della fessura adimensionalizzata e σ_N rappresenta lo sforzo nominale applicato alla struttura. Come è ben noto, quest'ultimo non deve necessariamente corrispondere ad uno sforzo effettivamente presente nella struttura; per esempio, in una struttura bidimensionale sottoposta ad un carico P , lo sforzo nominale potrebbe essere definito semplicemente come $\sigma_N = P/BD$, dove B è lo

spessore della struttura.

I fattori di intensificazione degli sforzi K_I e K_{II} possono essere determinati sovrapponendo gli effetti dei singoli carichi che, per una diga sottoposta a carico idrostatico, possono essere espressi come [9]:

$$\begin{aligned} K_I &= K_I^{sw} + K_I^{fr} + K_I^{ot} + K_I^{ul} \\ K_{II} &= K_{II}^{sw} + K_{II}^{fr} + K_{II}^{ot} + K_{II}^{ul} \end{aligned} \quad (2)$$

dove K_I^{sw} e K_{II}^{sw} sono dovuti al peso proprio della struttura, K_I^{fr} e K_{II}^{fr} sono relativi ad un livello d'acqua pari all'altezza della diga, K_I^{ot} e K_{II}^{ot} sono dovuti alla parte di carico idrostatico relativo allo straripamento ed infine K_I^{ul} e K_{II}^{ul} sono dovuti alla pressione idrostatica all'interno della fessura (Figg. 1b,c,d,e).

In una diga di altezza D , con una fessura di lunghezza a , sottoposta ad un livello d'acqua $H (\geq D)$, gli sforzi nominali relativi ai diversi carichi sopradescritti possono essere definiti come: $\sigma_N^{sw} = \gamma_c D$, $\sigma_N^{fr} = \gamma_w D$, $\sigma_N^{ot} = \gamma_w (H - D)$ e $\sigma_N^{ul} = \gamma_w H$, dove γ_c e γ_w rappresentano la massa volumica del calcestruzzo e dell'acqua rispettivamente. Impiegando gli sforzi nominali appena definiti e la sovrapposizione degli effetti (2), K_I e K_{II} possono essere espressi nel modo seguente:

$$\begin{aligned} K_I &= \gamma_c D^{3/2} f_I^{sw}(\alpha) + \gamma_w D^{3/2} f_I^{fr}(\alpha) + \gamma_w (H - D) D^{1/2} f_I^{ot}(\alpha) + \gamma_w H D^{1/2} f_I^{ul}(\alpha) \\ K_{II} &= \gamma_c D^{3/2} f_{II}^{sw}(\alpha) + \gamma_w D^{3/2} f_{II}^{fr}(\alpha) + \gamma_w (H - D) D^{1/2} f_{II}^{ot}(\alpha) + \gamma_w H D^{1/2} f_{II}^{ul}(\alpha) \end{aligned} \quad (3)$$

dove $f_I^{sw}(\alpha)$, $f_{II}^{sw}(\alpha)$, $f_I^{fr}(\alpha)$, $f_{II}^{fr}(\alpha)$, $f_I^{ot}(\alpha)$, $f_{II}^{ot}(\alpha)$, $f_I^{ul}(\alpha)$ e $f_{II}^{ul}(\alpha)$ sono funzioni di forma adimensionali per i diversi tipi di carico applicati; tali funzioni sono relative ad una certa geometria della struttura e variano con la lunghezza di fessura (adimensionalizzata) α .

3. APPLICAZIONI A DIGHE DI FORMA TRIANGOLARE

Le funzioni di forma presentate nel paragrafo precedente sono state valutate numericamente per dighe di forma triangolare, con la faccia a valle di pendenza m ed una fessura orizzontale all'interfaccia diga/fondazione (Fig. 1a). Le funzioni determinate sono valide per una pressione d'acqua costante all'interno della fessura, $0.01 \leq \alpha \leq 0.4$, $0.7 \leq m \leq 0.9$, $E_c/E_f=1$ e $\nu_c = \nu_f = 0.2$, dove $\alpha = a/B = a/mD$, B è la larghezza della base della diga, E_c, E_f, ν_c e ν_f sono i moduli di Young e di Poisson del calcestruzzo e della roccia rispettivamente. Le analisi agli elementi finiti sono state effettuate su dighe aventi $m=0.7, 0.8$ e 0.9 , impiegando il codice di calcolo per l'analisi a frattura di dighe MERLIN [10], sviluppato all'Università del Colorado a Boulder nell'ambito di un contratto con l' Electric Power Research Institute (EPRI). La Fig. 1f mostra la struttura discretizzata, in modo automatico, in elementi finiti per mezzo di un preprocessore di MERLIN.

Le funzioni di forma così determinate, variabili sia con α che con m , assumono la seguente espressione:

$$f_I^{sw}(\alpha, m) = \frac{1}{k_{I,1}^{sw}(m) + k_{I,2}^{sw}(m)(\ln \alpha)^2 + k_{I,3}^{sw}(m)(\ln \alpha)}$$

$$\begin{aligned}
f_I^{fr}(\alpha, m) &= \frac{1}{k_{I,1}^{fr}(m) + k_{I,2}^{fr}(m)\alpha} \\
f_I^{ot}(\alpha, m) &= \frac{1}{k_{I,1}^{ot}(m) + k_{I,2}^{ot}(m)\sqrt{\alpha}} \\
f_I^{ul}(\alpha, m) &= \frac{1}{k_{I,1}^{ul}(m) + \frac{k_{I,2}^{ul}(m)}{\sqrt{\alpha}}}
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
f_{II}^{sw}(\alpha, m) &= k_{II,1}^{sw}(m) + k_{II,2}^{sw}(m)\frac{\alpha}{\ln \alpha} \\
f_{II}^{fr}(\alpha, m) &= k_{II,1}^{fr}(m) + k_{II,2}^{fr}(m)\frac{\alpha}{\ln \alpha} + k_{II,3}^{fr}(m)\alpha^{0.5} \\
f_{II}^{ot}(\alpha, m) &= k_{II,1}^{ot}(m) + k_{II,2}^{ot}(m)\frac{\alpha}{\ln \alpha} \\
f_{II}^{ul}(\alpha, m) &= k_{II,1}^{ul}(m) + k_{II,2}^{ul}(m)\frac{\alpha}{\ln \alpha}
\end{aligned} \tag{5}$$

dove i coefficienti k , approssimati come funzione della sola m interpolando i risultati delle analisi effettuate, assumono la seguente espressione:

$$\begin{aligned}
k_{I,1}^{sw} &= 0.2504 + 0.0962m \\
k_{I,2}^{sw} &= \frac{1}{26.1333 - \frac{12.7046}{m^{0.5}}} \\
k_{I,3}^{sw} &= 0.1866 + \frac{0.7358}{m^{0.5}} \\
k_{I,1}^{fr} &= \left(1.6719 - \frac{0.5152}{m}\right)^2 \\
k_{I,2}^{fr} &= -2.6087 + \frac{0.6719}{m^2} \\
k_{I,1}^{ot} &= -0.0351 + 0.5955m \\
k_{I,2}^{ot} &= -0.1474 - 0.4464m^{1.5} \\
k_{I,1}^{ul} &= -1.4543 + 0.7876m^2 \\
k_{I,2}^{ul} &= 1.6398 - 0.9485m
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
k_{II,1}^{sw} &= -0.09 \\
k_{II,2}^{sw} &= -\frac{m}{1.4286} \\
k_{II,1}^{fr} &= 0.6834 - 0.3778m \\
k_{II,2}^{fr} &= 0.6879 - \frac{0.0247}{m^2} \\
k_{II,3}^{fr} &= -0.6432 + 1.1272m^{0.5} \\
k_{II,1}^{ot} &= \sqrt{0.9775 - 0.5486m^3} + 0.022 \\
k_{II,2}^{ot} &= -4.5m^2 + 5.65m + 0.2581 + \frac{0.1486}{m^2} \\
k_{II,1}^{ul} &= -0.022 \\
k_{II,2}^{ul} &= 0.7219 - \frac{0.1486}{m^2}
\end{aligned} \tag{7}$$

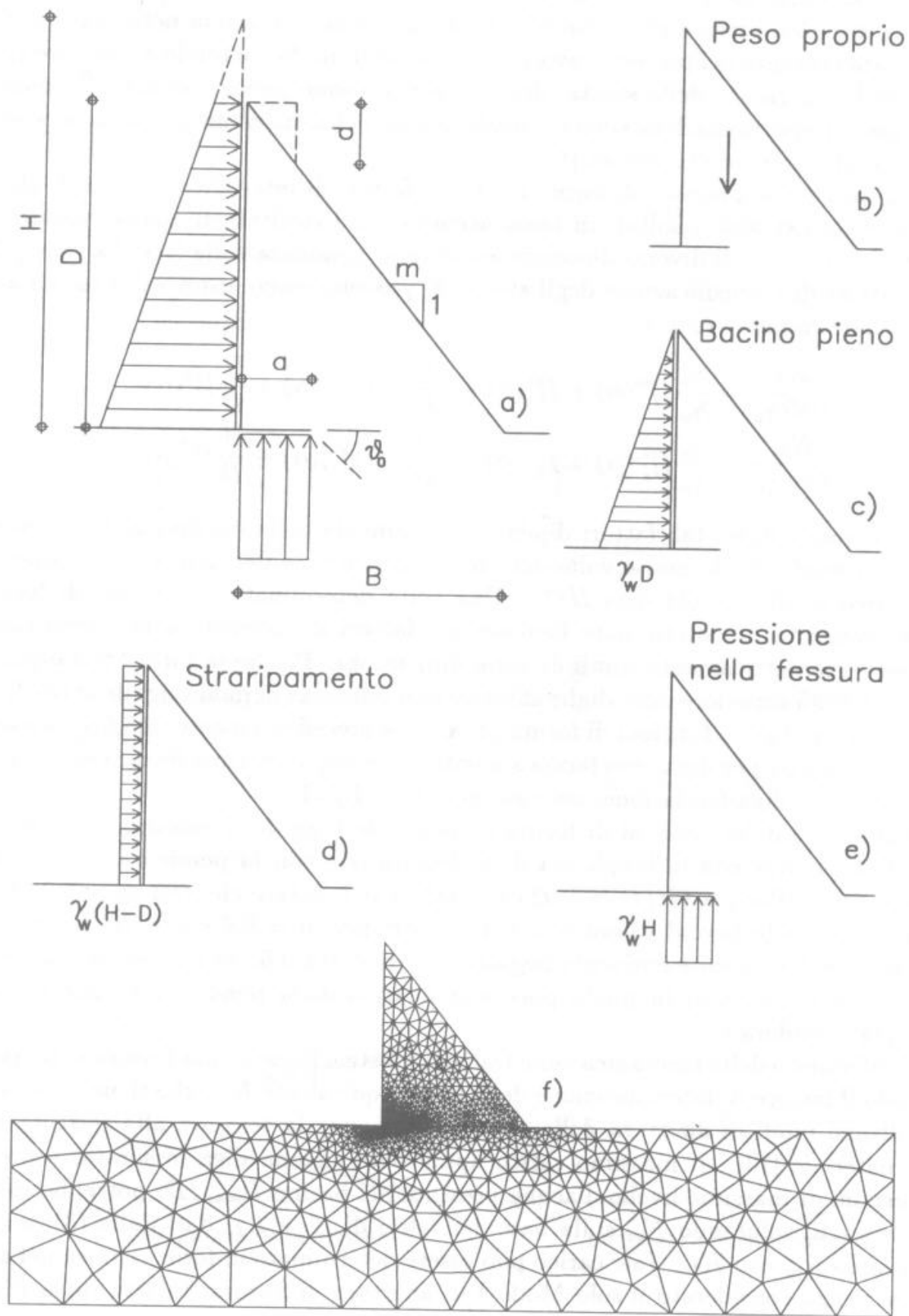


Figura 1: Schema di diga (a) e dei singoli carichi ad essa applicati (b, c, d, e); mesh impiegata per l'analisi agli elementi finiti (f).

I risultati delle analisi agli elementi finiti sono plottati in Fig. 2 con le diverse funzioni di forma proposte; si può notare come, all'aumentare della lunghezza della fessura, la funzione f_I^{sw} sia decrescente e quindi tenda a stabilizzare la fessura. Inoltre, si può osservare che il contributo della pressione d'acqua nella fessura f_I^{ul} , ipotizzata costante nel presente lavoro, diventa confrontabile e tende a superare (per $m=0.9$) il contributo della spinta idrostatica del bacino pieno d'acqua f_I^{fr} ; questo evidenzia l'importanza della corretta modellazione della distribuzione della pressione d'acqua all'interno della fessura [11].

Impiegando le funzioni di forma (4)-(7), i fattori di intensificazione degli sforzi forniti dalla (3) sono risultati in buon accordo con i risultati di analisi numeriche effettuate su dighe di diversa dimensione e diversa pendenza della faccia a valle [12].

I fattori di intensificazione degli sforzi (3) possono essere espressi in forma adimensionale come:

$$\begin{aligned} \frac{K_I}{D^{3/2}\gamma_w} &= \frac{\gamma_c}{\gamma_w} f_I^{sw}(\alpha) + f_I^{fr}(\alpha) + \left(\frac{H}{D} - 1\right) f_I^{ot}(\alpha) + \frac{H}{D} f_I^{ul}(\alpha) \\ \frac{K_{II}}{D^{3/2}\gamma_w} &= \frac{\gamma_c}{\gamma_w} f_{II}^{sw}(\alpha) + f_{II}^{fr}(\alpha) + \left(\frac{H}{D} - 1\right) f_{II}^{ot}(\alpha) + \frac{H}{D} f_{II}^{ul}(\alpha) \end{aligned} \quad (8)$$

Come si può notare, tali fattori dipendono solamente dalla lunghezza della fessura α , dal rapporto tra le masse volumiche del calcestruzzo e dell'acqua e, ovviamente, dal carico applicato alla diga H/D . Una volta determinate le funzioni di forma, la (8) consente di determinare facilmente i fattori di intensificazioni degli sforzi in dighe geometricamente simili di varie dimensioni. Poichè la forma rettangolare dell'estremità superiore delle dighe effettive non influenza in modo significativo f_I^{sw} e f_{II}^{sw} [12] (Fig. 1a), le funzioni di forma presentate precedentemente (4,5,6,7) possono essere impiegate per dighe con faccia a monte verticale, aventi una fessura orizzontale all'interfaccia diga-fondazione, nel caso in cui $E_c/E_f=1$.

Sulla base delle funzioni di forma proposte, le Figg. 3a-d mostrano la variabilità di K_I e K_{II} con la lunghezza della fessura α e con la pendenza m , per due diversi livelli d'acqua ($H/D = 1.025$ e 1.05); si può notare che con $m = 0.7$, K_I è sempre crescente fino al valore $\alpha = 0.4$, mentre per $m = 0.8$ e 0.9 , K_I mostra un andamento decrescente e diventa negativo per $\alpha \approx 0.4-0.5$. Si può anche osservare che K_{II} è influenzato in modo significativo dalla pendenza m per i livelli d'acqua considerati.

Nell'ambito della meccanica della frattura elastica lineare, una fessura si propaga quando il fattore di intensificazione degli sforzi equivalente K_{eq} , che tiene conto cioè dei diversi modi di apertura della fessura, raggiunge la tenacità alla frattura K_{Ic} del materiale [13]. Il massimo carico applicabile ad una diga fessurata, espresso in termini di massimo livello d'acqua presente nel bacino H_{max}/D , potrebbe essere determinato valutando K_{eq} sulla base dei valori di K_I e K_{II} dati dalla (3), e confrontando K_{eq} con K_{Ic} . Tale carico può essere determinato in forma chiusa nel caso in cui venga considerato il solo Modo I di apertura di fessura; infatti, dalla (3), il massimo livello d'acqua può essere rappresentato nel modo seguente:

$$\frac{H_{max}}{D} = \frac{\frac{K_{Ic}}{\gamma_w D^{3/2}} - \frac{\gamma_c}{\gamma_w} f_I^{sw}(\alpha) - f_I^{fr}(\alpha) + f_I^{ot}(\alpha)}{[f_I^{ot}(\alpha) + f_I^{ul}(\alpha)]} \quad (9)$$

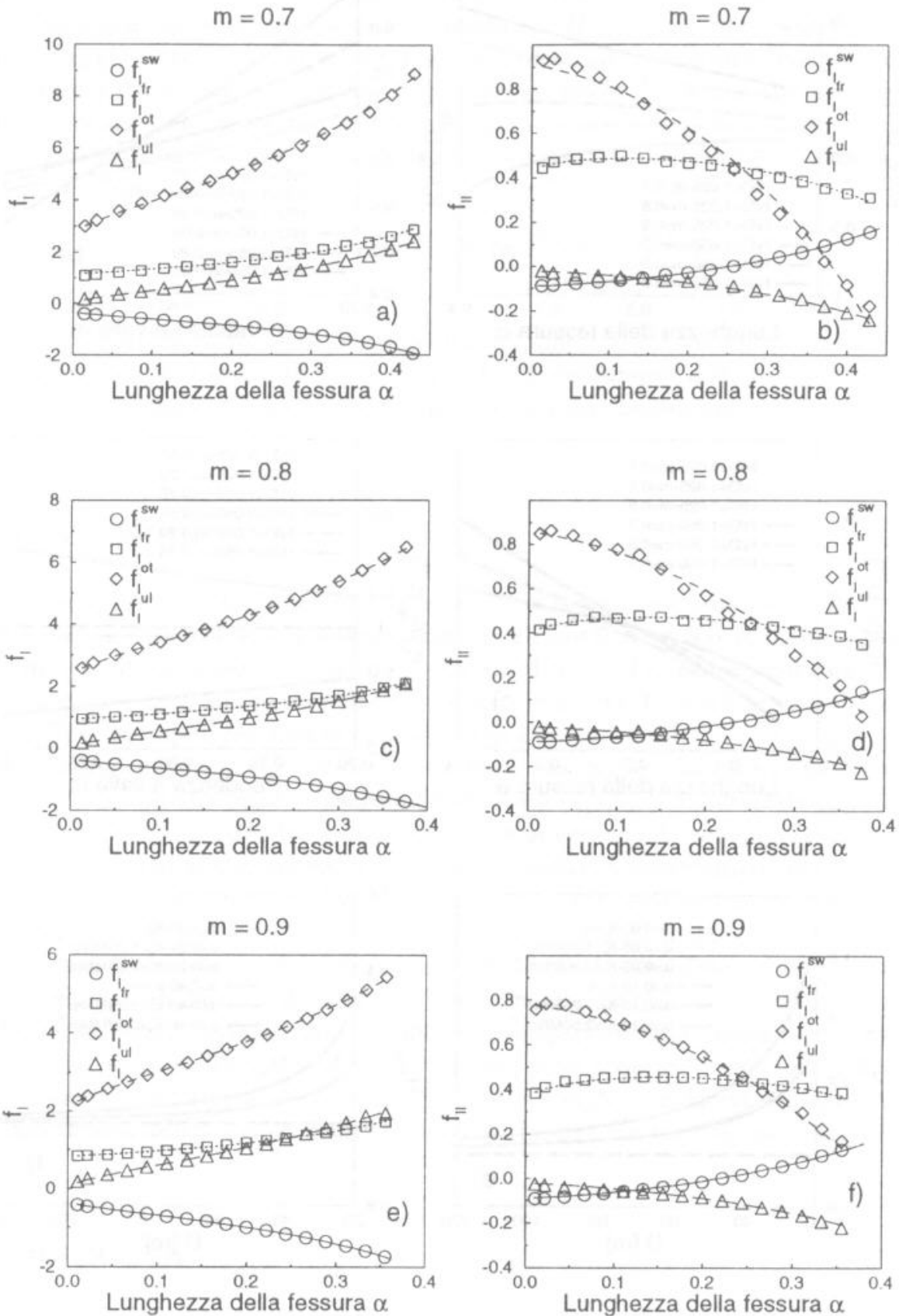


Figura 2: Funzioni di forma ottenute dalle analisi agli elementi finiti e funzioni approssimanti proposte nel presente lavoro.

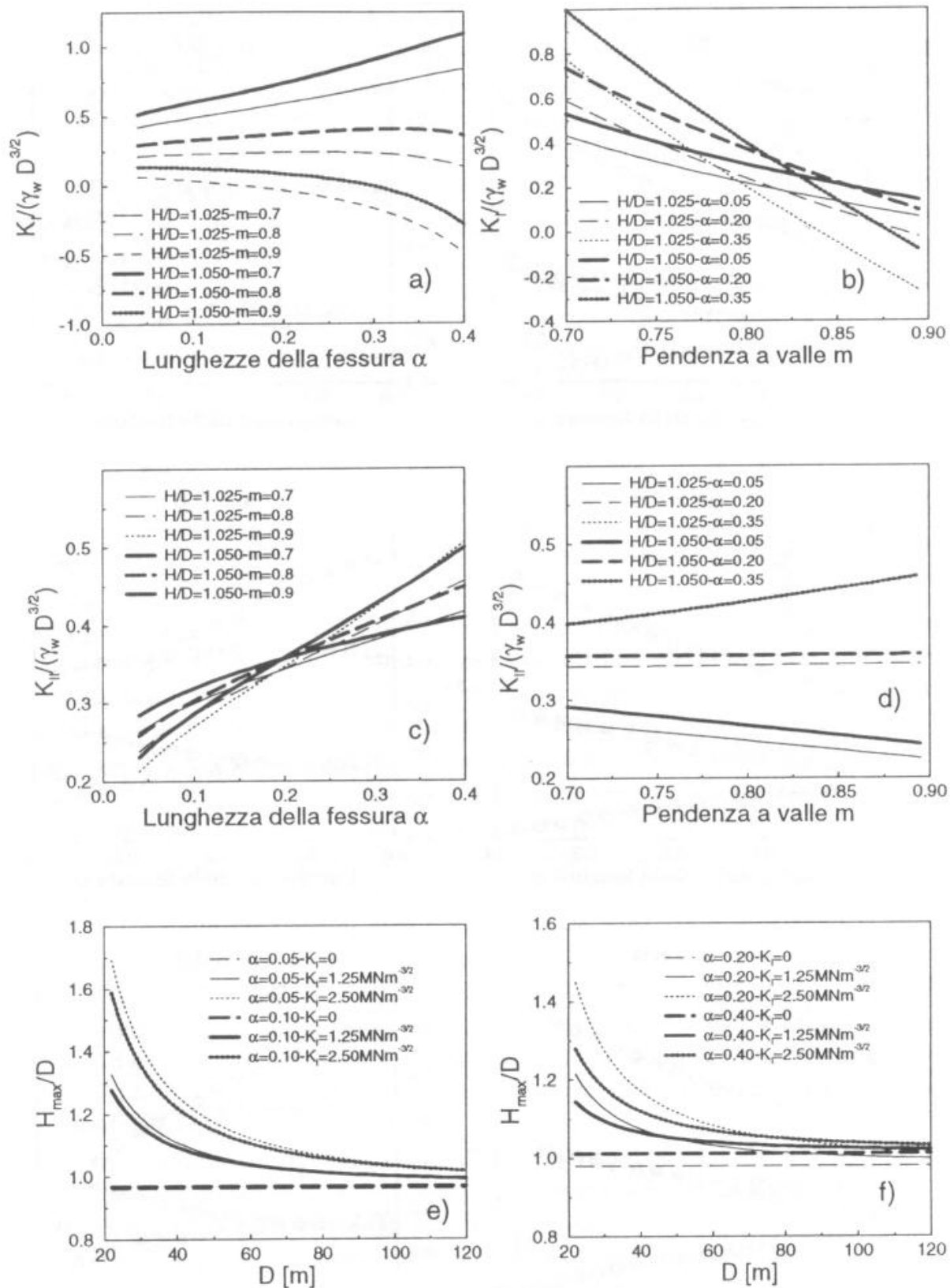


Figura 3: Fattori di intensificazione degli sforzi adimensionalizzati in funzione della lunghezza della fessura (a,c) e della pendenza della faccia a valle (b,d); massimo livello d'acqua portato dalla diga in funzione della sua dimensione caratteristica (e,f).

L'Eq. 9 (relativa al solo Modo I di apertura di fessura), rappresenta la legge di scala per dighe a gravità sottoposte a carico idrostatico $H_{max} \geq D$, che è solitamente il caso di maggior interesse pratico. Le Figg. 3e,f mostrano il massimo livello d'acqua applicabile a dighe con $m=0.8$, con 4 diverse lunghezze di fessura alla base, e tre valori di tenacità alla frattura tipici per il calcestruzzo da diga [14]. Si può notare che, all'aumentare delle dimensioni della diga, il massimo livello di carico diminuisce e tende al valore asintotico:

$$\lim_{D \rightarrow \infty} \frac{H_{max}}{D} = \frac{-\frac{\gamma_c}{\gamma_w} f_I^{sw}(\alpha) - f_I^{fr}(\alpha) + f_I^{ot}(\alpha)}{[f_I^{ot}(\alpha) + f_I^{ul}(\alpha)]} \quad (10)$$

che non dipende dalla tenacità alla frattura del materiale. Come precedentemente sottolineato, le curve sono valide per $H_{max}/D \geq 1$; comunque, quando tale rapporto è leggermente minore di uno, la (9) fornisce ancora una buona approssimazione del carico massimo.

4. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro sono state proposte semplici espressioni adimensionali per la determinazione dei fattori di intensificazione degli sforzi K_I e K_{II} in dighe di calcestruzzo a gravità sottoposte a carico idrostatico (Eq. 8). Tali espressioni dipendono da funzioni di forma adimensionali relative ai diversi tipi di carico applicati, determinabili, per esempio, per mezzo di analisi agli elementi finiti.

Le funzioni di forma sono state determinate per dighe triangolari con faccia a monte verticale ed una fessura orizzontale alla base (4,5,6,7), e sono state impiegate per valutare l'influenza dei diversi parametri che governano il problema (Figg. 3a-d).

Le formulazioni analitiche hanno consentito inoltre di determinare una semplice espressione per il massimo carico applicabile H_{max}/D , nell'ipotesi di considerare il solo Modo I di apertura di fessura (Eq. 9). I risultati mostrano che H_{max}/D diminuisce all'aumentare della dimensione della diga e tende ad un valore asintotico che non dipende dalla tenacità alla frattura del materiale (Eq. 10, Figg. 3e,f).

Poichè la forma rettangolare dell'estremità superiore delle dighe effettive non influenza in modo significativo il contributo del peso proprio, le funzioni di forma determinate (4,5,6,7) possono essere impiegate per dighe con faccia a monte verticale, aventi una fessura orizzontale all'interfaccia diga-fondazione, nel caso in cui $E_c/E_f=1$.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Rescher O-J. Importance of Cracking in Concrete Dams. *Engineering Fracture Mechanics*, 35(1-2-3):503-524, 1990.
- [2] H.N. Linsbauer and H.P. Rossmanith. Back Face Rotation Correction for Trapezoidal Specimens. *Engineering Fracture Mechanics*, 19(2):195-205, 1984.

- [3] V.E. Saouma, R. Dungar, and D. Morris, editors. *Proceedings Dam Fracture*, Boulder, September 1991. Electric Power Research Institute (EPRI), Palo Alto, CA.
- [4] E. Bourdarot, J. Mazars, and V. Saouma, editors. *Proceedings of the International Workshop on Dam Fracture and Damage*. Balkema, 1994.
- [5] E. Bruhwiler and V.E. Saouma. Fracture Mechanics Analysis of Concrete Hydraulic Structures. ETL 1110-8-16(FR), Department of the Army, US Army Corps of Engineers, Washington, D.C., June 1991.
- [6] G.A. Plizzari and V.E. Saouma. Linear or Nonlinear Fracture Mechanics of Concrete? In Wittmann F.H., editor, *Proceedings of Second International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures FraMCoS2*, pages 1377-1386, Zurich, Switzerland, March 1994. Aedificato.
- [7] G.A. Plizzari and Saouma V.E. On Engineering Application of Fracture Mechanics to Concrete. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 1996. Submitted for publication.
- [8] A. Carpinteri. *Meccanica dei Materiali e della Frattura*. Pitagora Editrice Bologna, 1992.
- [9] J. Gálvez, J. Llorca, and M. Elices. Stability of Concrete Dams: a Fracture Mechanics Approach. In E. Bourdarot, J. Mazars, and V.E. Saouma, editors, *Proceedings of the International Workshop on Dam Fracture and Damage*, pages 31-40, Chambéry, France, March 1994. Balkema.
- [10] R. Reich, J. Červenka, and V.E. Saouma. MERLIN, A Three-Dimensional Finite Element Program Based on a Mixed-Iterative Solution Strategy for Problems in Elasticity, Plasticity, and Linear and Nonlinear Fracture Mechanics. Technical report, EPRI, Palo Alto, 1994.
- [11] E. Brühwiler and V. Saouma. Water Fracture Interaction in Concrete; Part II Hydrostatic Pressures Cracks. *ACI Materials Journal*, 93(4):383-390, 1995.
- [12] G.A. Plizzari. On LEFM Applications to Concrete Gravity Dams. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 1996. Submitted for publication.
- [13] D. Broek. *Elementary Engineering Fracture Mechanics, 4th Edition*. Martinus Nijhoff Publishers, 1986.
- [14] V.E. Saouma, J.J. Broz, E. Brühwiler, and H.L. Boggs. Effect of Aggregate and Specimen Size on Fracture Properties of Dam Concrete. *ASCE, Journal of Materials in Civil Engineering*, 3(3):204-218, August 1991.