

Effetti dimensionali sul collasso del calcestruzzo sollecitato in Modo II e III.

A. Carpinteri, B. Chiaia, G. Ferro
Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Torino
10129 Torino, Italy.

Sommario

Il collasso delle strutture in calcestruzzo non è mai governato esclusivamente da una propagazione delle fessure in Modo I (*opening*), a causa delle complessità geometriche e di carico. In genere si verifica una sovrapposizione delle tre modalità fondamentali di propagazione. Purtroppo, in laboratorio, la maggior parte delle prove viene effettuata simulando il collasso di Modo I. Tali prove sperimentali vengono condotte su provini di scala molto piccola rispetto alle dimensioni reali. Ciò porta all'esigenza di determinare i valori di resistenza e tenacità validi per le strutture reali. A tal fine gli autori hanno proposto la cosiddetta Legge di Scala Multifrattale (MFSL), ampiamente convalidata in presenza del collasso in puro Modo I. Nel presente lavoro, la MFSL viene applicata ai casi di collasso in Modo II (*sliding*) e Modo III (*tearing*). L'interpretazione di prove sperimentali a taglio e a torsione permette di affermare che l'interazione tra la lunghezza caratteristica microstrutturale e le dimensioni esterne della struttura governa gli effetti di scala anche in Modo II e III. L'applicazione della MFSL permette di dedurre, a partire dalle proprietà meccaniche misurate in laboratorio, valori costanti di resistenza e tenacità, validi per strutture sufficientemente grandi.

1 Introduzione: propagazione delle fratture nel calcestruzzo in Modo II e Modo III

La propagazione della frattura nei conglomerati cementizi (malte e calcestruzzi) è stata generalmente esaminata sotto l'ipotesi di avanzamento ortogonale alla massima tensione principale, ossia secondo un puro Modo I (*opening mode*). In effetti, anche in presenza di stati di sollecitazione bi- e triassiali, come nel collasso per taglio di grosse travi e pannelli, nel collasso per torsione e nel collasso per punzonamento, nelle strutture in calcestruzzo armato si è sempre sperimentalmente osservata la propagazione delle fratture in Modo I. Di conseguenza, spesso si è ipo-

tizzata l'inutilità della definizione di parametri di resistenza e tenacità nei confronti del collasso in Modo II e Modo III.

E' opportuno tuttavia fare una netta distinzione tra l'*innesco* del fenomeno di propagazione (*crack initiation*) e la fase di collasso (*limit state*) vera e propria. Tale distinzione appare tanto più essenziale al giorno d'oggi, dal momento che i procedimenti di calcolo del tipo semiprobabilistico agli stati limite scindono i due aspetti e mirano soprattutto ad assicurare l'integrità strutturale nei confronti del collasso catastrofico. Laddove, infatti, l'innesco delle singole microfessure è sempre governato dalle tensioni locali di trazione (Modo I) generate dalle singolarità dovute alle eterogeneità microstrutturali ed ai microdifetti preesistenti, la fase finale di propagazione meso- e macroscopica implica chiaramente l'interazione del Modo II (*in-plane shear o sliding*) e del Modo III (*antiplane shear o tearing*). La propagazione delle fratture in Modo II e III è stata infatti osservata, nel caso del calcestruzzo, in tutte le prove a taglio di tipo dinamico, nelle prove di resistenza all'urto e nelle prove di penetrazione di proiettili. In tutti questi casi, tra l'altro, si è determinata una tenacità alla frattura generalizzata, e si è visto che $G_{II} > G_{III} > G_I$.

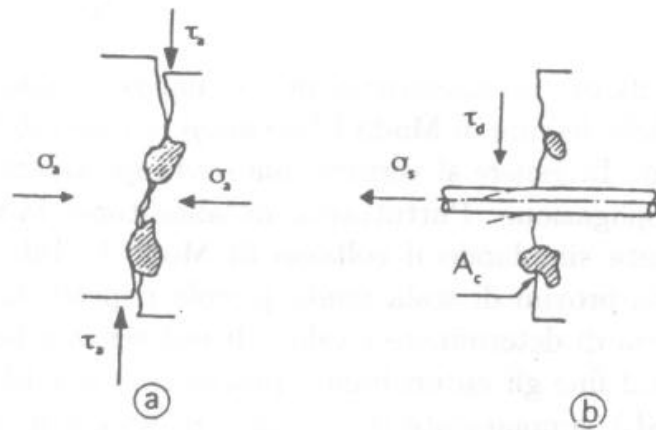


Fig. 1. Meccanismi di trasmissione degli sforzi di taglio allo stato limite ultimo.

La necessità di definire dei parametri meccanici corretti per i Modi II e III entra in gioco in tutti i casi in cui la rugosità microstrutturale del calcestruzzo è coinvolta nei meccanismi di resistenza alla propagazione. E' questo il caso degli stati limite ultimo di taglio, degli stati limite ultimi di torsione, dell'azione di carichi sismici e in generale di tutte le strutture fessurate sotto carico. Si ritiene che, in tutti questi casi, la fase di propagazione di Modo I sia solo localizzata e discontinua, limitata a scale molto piccole, mentre la fase finale di collasso, caratterizzata dalla definitiva frattura continua, sia ampiamente dominata dai Modi II e III. Ciò appare evidente, ad esempio, nelle prove di torsione su provini intagliati di Bažant et al. [1], dove la teoria dell'elasticità prevede un campo tensionale e deformativo perfettamente antisimmetrico nei confronti della superficie finale di frattura. Risultando invece queste ultime macroscopicamente piane ed ortogonali alla coppia torcente applicata, esse rappresentano delle fratture di Modo III (*antiplane shear*). L'ingobbamento impedito, inoltre, accentua chiaramente l'importanza dell'ingranamento microstrutturale nei confronti del collasso per torsione.

Le attuali prescrizioni di Normativa sono in genere calibrate per fornire un adeguato margine di sicurezza nei confronti dell'*innesco* delle fessure di taglio-torsione. Purtroppo, il carico di innesco delle fessure non è in genere proporzionale al carico di collasso. Esso può infatti essere molto minore o soltanto (e pericolosamente) leggermente minore del carico ultimo, al variare della dimensione dell'elemento considerato e di altri fattori (microstruttura, *rate* di carico, etc...). Di conseguenza è necessaria una correzione delle formule classiche, in modo da mantenere un margine omogeneo di sicurezza nei confronti del collasso fragile per taglio al variare delle dimensioni strutturali. La normativa italiana vigente [2], perfettamente allineata alle prescrizioni dell'Eurocodice in materia [3], si limita a considerare un effetto detto di *aggregate interlocking* (Fig. 1.a) che avvantaggia, nei confronti del collasso per taglio, le travi di altezza minore di 60 cm. Detta d l'altezza della trave e V_u la forza massima di taglio sopportabile, si ha la seguente proporzionalità:

$$V_u \sim (1.60 - d), \quad (1)$$

ove d è espressa in metri e dev'essere sempre $d \leq 0.60$ m. Tale contributo, detto anche *di ingranaggio*, può essere poi vanificato dalla presenza di un apprezzabile sforzo di trazione. Un altro meccanismo di resistenza a taglio previsto dallo stato limite ultimo è il cosiddetto *effetto spinotto* (*Dowel action*) che rappresenta la capacità di carico di una barra d'armatura longitudinale nella direzione perpendicolare al suo asse (Fig. 1.b). Appare evidente l'inadeguatezza di tale semplicistico approccio (Eq. 1) il quale, oltre ad essere di natura puramente empirica, non prende assolutamente in conto le caratteristiche microstrutturali del conglomerato.

2 Legge di Scala Multifrattale per la resistenza a taglio-torsione

Gli effetti di scala dimensionali emergono in moltissimi aspetti del comportamento meccanico dei materiali cosiddetti disordinati. La causa primaria di questi effetti è rappresentata dall'eterogeneità del materiale (causa tra l'altro delle rotture locali in Modo I), ossia dalla presenza di una lunghezza interna che interagisce con la dimensione esterna del campione considerato. Nel caso del collasso per propagazione fragile di una frattura in Modo II o III, il fenomeno possiede chiaramente i caratteri peculiari dei fenomeni critici, caratterizzati dall'evoluzione gerarchica delle microfessure a partire dalla iniziale distribuzione casuale dei difetti, fino alla coalescenza delle microfessure nella superficie di rottura finale. La progressiva transizione dal Modo I locale ai Modi II e III globali evidenzia inoltre le tipiche instabilità di tipo cuspidale (catastrofico).

L'evoluzione auto-somigliante e gerarchica del danneggiamento è stata ampiamente verificata sperimentalmente [4]. La propagazione multi-scala in Modo II e III riflette il carattere gerarchico della microstruttura del calcestruzzo, che spazia dalle scale microscopiche del clinker alle meso-scale degli inerti immersi nella matrice cementizia. La Geometria Frattale permette di abbandonare le dimensioni intere degli insiemi euclidei e di descrivere sinteticamente, mediante dimensioni topologiche non

intere, i domini eterogenei ed autosomiglianti all'interno del calcestruzzo. In tal modo è possibile quantificare il grado di disordine posseduto dalla microstruttura del materiale e dedurre gli effetti strutturali della complessità microscopica. A causa dell'evoluzione caotica del danneggiamento all'interno del materiale, l'ipotesi di sezione resistente *lacunare* (ossia frattale rarefatto con dimensione minore di 2) risulta senz'altro più aderente alla realtà della classica ipotesi di area euclidea liscia e compatta (dimensione = 2). Di conseguenza, bisogna considerare una dimensione topologica Δ_τ minore di 2 ($[L]^{2-d_\tau}$), ove d_τ rappresenta il decremento dimensionale dovuto al danneggiamento caotico a tutte le scale. In tal modo si ricava un'elegante e sintetica descrizione del campo tensionale al variare della scala di osservazione e, grazie ad una procedura di rinormalizzazione [5], si ottiene la tensione τ^* ($[F][L]^{-(2-d_\tau)}$) che rappresenta un parametro anomalo ma indipendente dalla scala. A partire da questa quantità invariante, si può facilmente dedurre la dipendenza dimensionale del parametro di resistenza nominale τ_N (definito sul *ligament* ideale come $[F][L]^{-2}$), controllata dal decremento dimensionale frattale d_τ .

Estrapolando tali concetti al livello strutturale, la resistenza nominale a taglio diminuisce, all'aumentare dell'altezza dell'elemento considerato, in misura controllata dalla dimensione frattale Δ_τ (e quindi dal livello di danneggiamento) della sezione resistente. D'altro canto, man mano che la dimensione strutturale aumenta, si verifica l'omogenizzazione progressiva dei campi tensionali in esame. Nel limite delle scale di osservazione microscopiche, la dimensione frattale non può essere minore di 1.5, a testimonianza del carattere dissipativo (Browniano) del processo di propagazione delle fratture. Le piccole strutture beneficeranno quindi molto del carattere frattale del processo di propagazione. Nel limite delle scale più grandi, al contrario, la frattalità scompare al livello strutturale (pur controllando ancora il fenomeno a livello locale), e le classiche descrizioni di tipo euclideo forniscono risultati accettabili. L'effetto di scala dimensionale è molto pronunciato per le travi piccole, ove l'influenza del disordine è notevole, mentre progressivamente svanisce all'aumentare delle dimensioni esterne delle strutture considerate. Questa transizione disordine \rightarrow ordine (*multifrattalità geometrica*) è controllata dall'interazione tra la lunghezza caratteristica microstrutturale (quantificabile mediante una lunghezza interna l_{ch}) e le dimensioni esterne.

Si noti che l'approccio multifrattale è in accordo con il classico Modello Coesivo [6], nel quale il rapporto tra la dimensione caratteristica della zona di processo (nella quale avvengono le dissipazioni energetiche) e la dimensione della trave può considerarsi un indicatore dell'influenza variabile del disordine microstrutturale sulla resistenza del materiale. Al contrario, esso costituisce un approccio completamente rivoluzionario rispetto alla Legge di Scala (SEL) di Bazant [7], dal momento che il *rate* dell'effetto di scala segue un andamento opposto.

Sulla base di queste argomentazioni, si è ricavata una semplice equazione per modellare l'effetto di scala sulla resistenza a trazione σ_N (collasso di Modo I), verificata ampiamente dai dati disponibili in letteratura [4]. Tale relazione può estendersi ai casi in cui il collasso avvenga secondo il Modo II o il Modo III, semplicemente inserendo un parametro nominale di resistenza al taglio τ_N al posto della tensione normale di trazione σ_N . Applicando la procedura di rinormalizzazione e tenendo

conto della transizione frattale-euclidea, l'espressione analitica della Legge di Scala Multifrattale (MFSL) diviene:

$$\tau_N = \tau_\infty \left(1 + \frac{l_{ch}}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

ove l_{ch} rappresenta la lunghezza interna che agisce come soglia tra il regime frattale, ove predomina il disordine ed è presente un forte effetto scala, e il regime euclideo, ove l'influenza del disordine scompare e si raggiunge un valore costante asintotico della resistenza a taglio τ_∞ . Si noti che la pendenza della curva di *scaling* è governata dal rapporto tra l_{ch} e la dimensione d di riferimento della struttura, e che l'ipotesi Browniana fornisce l'esponente 1/2 coincidente con la massima pendenza della curva (massimo effetto di scala) per le strutture di dimensione molto piccola. Nel diagramma bilogaritmico (Fig. 2), la MFSL si distingue infatti per la concavità verso l'alto, laddove la SEL mostra una concavità verso il basso [7].

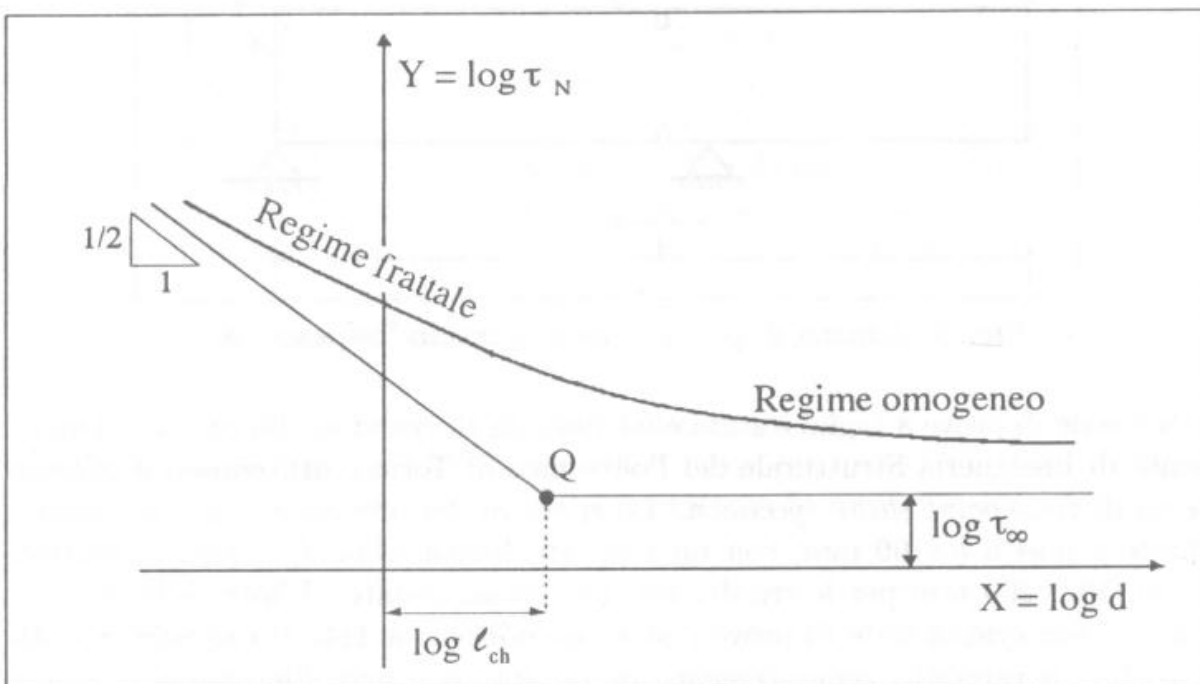


Fig. 2. Legge di Scala Multifrattale per la tensione tangenziale ultima.

Da un punto di vista ingegneristico, l'Eq. (2) consente di determinare la resistenza al taglio (o a torsione) per le strutture molto grandi, mentre la SEL prevede resistenza nulla alle grandi scale. Inoltre, il parametro di lunghezza interna, dipendente dalle caratteristiche microstrutturali del conglomerato, permette di distinguere tra le varie miscele di calcestruzzo e di individuare, caso per caso, la dimensione minima oltre la quale è lecito assumere il classico modello euclideo. Un gran numero di prove sperimentali, come mostrato nei paragrafi seguenti, confermano la validità della MFSL nei casi di collasso per propagazione in Modo II e III. Anche la dispersione dei valori sperimentali di resistenza diminuisce all'aumentare delle dimensioni del campione testato, a testimonianza dell'influenza essenziale dell'eterogeneità.

3 Applicazione della MFSL a dati sperimentali di collasso in Modo II

In questo paragrafo vengono analizzate le prove sperimentali su provini in calcestruzzo soggetti ad uno stato tensionale di puro modo II. È importante ricordare che, da un punto di vista sperimentale, realizzare un sistema di carico in grado di generare uno stato tensionale riconducibile al puro Modo II presenta notevoli difficoltà, per cui la conoscenza di tale tipo di collasso è tuttora alquanto limitata e le prove a riguardo decisamente poco numerose. Il *four point shear specimen*, proposto per la prima volta da Iosipescu [8] nel 1967, è il modello di prova a taglio maggiormente utilizzato ed in seguito realizzato in molteplici versioni. Tale geometria, a doppio intaglio, presenta uno stato tensionale tra questi ultimi riconducibile ad un modo misto, nel quale però il Modo II risulta fortemente preminente rispetto al Modo I.

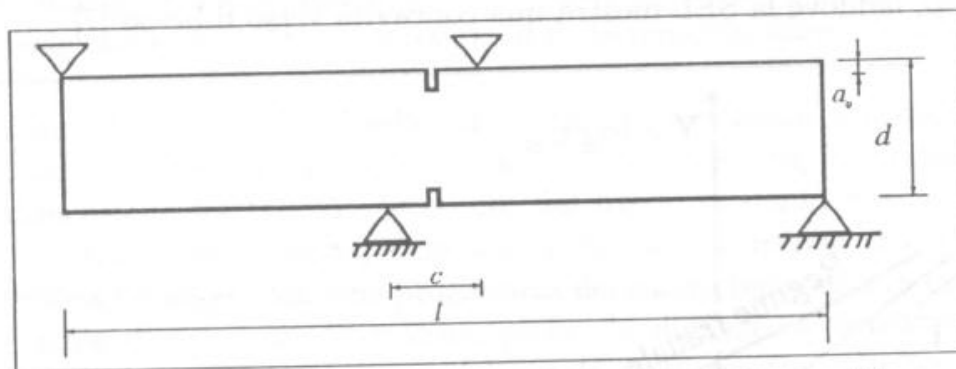


Fig. 3. Schema di prova a taglio secondo Iosipescu [8].

Una serie di prove a taglio è stata effettuata da Bocca et al. [9] presso il Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Torino, utilizzando il classico schema di *four point shear specimen*. Lo spessore dei provini è stato mantenuto costante e pari a $b=100$ mm, con un rapporto luce-altezza, l/d , pari a quattro, e $d=50, 100, 200$ mm per le tre diverse dimensioni testate. L'intervallo di scala raggiunto con questa serie di prove è stato quindi pari a 1:4. Il calcestruzzo utilizzato ha un rapporto acqua-cemento pari a 0.5, con una dimensione massima dell'inerte $d_{max}=10$ mm. La resistenza a compressione, misurata su cubi con 160 mm di lato, è risultata pari a 33.7 MPa. Per l'applicazione del carico è stata utilizzata una macchina a controllo di spostamenti con carico massimo di 100 kN. Come parametro di controllo è stato imposto un incremento costante dello scorrimento tra le due facce della fessura pari a 2.5×10^{-8} m/s, misurato mediante un trasduttore DD1. Sono state effettuate tre serie di prove con braccio variabile tra le due forze centrali: la prima serie è caratterizzata da un rapporto tra il braccio c e l'altezza d pari a 0.4, la seconda da un rapporto c/d pari a 0,8 ed infine la terza da un rapporto pari a 1.2. Il rapporto tra la profondità degli intagli e l'altezza della trave per tutte le prove è stata fissato pari a 1/2. Per determinare la tensione tangenziale nominale massima è stata utilizzata la seguente formula convenzionale:

$$\tau_N = \frac{P_{max}}{bd} \quad (3)$$

dove b e d sono rispettivamente la base e l'altezza del provino, mentre P_{max} rappresenta il carico massimo raggiunto durante la prova.

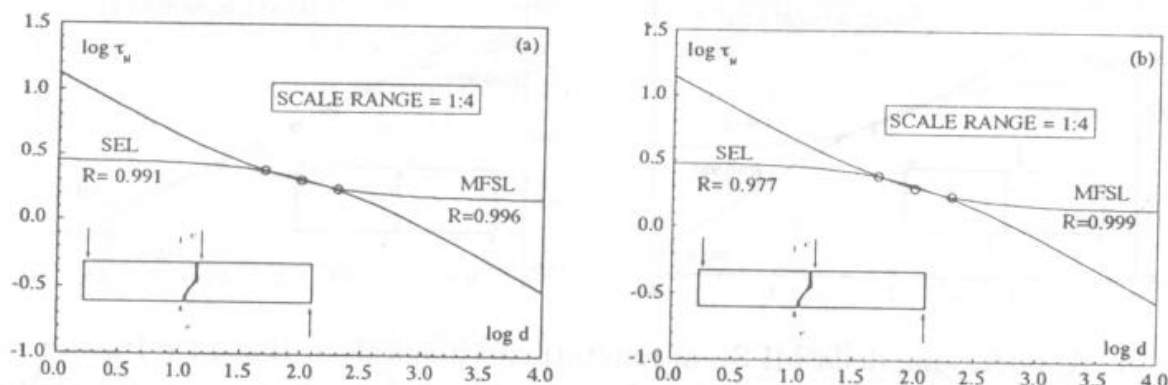


Fig. 4. Applicazione della Legge di Scala Multifrattale per le prove a taglio di Bocca et al. [9]: (a) $c=0.4$; (b) $c=0.8$.

L'applicazione (Fig. 4) della legge di Scala Multifrattale alla serie di prove con $c=0.4$ conduce ai seguenti due parametri: $\tau_{\infty}=1.49$ MPa ed $l_{ch} = 77.7$ mm, mentre per $c=0.8$ si ottiene: $\tau_{\infty}=1.41$ MPa ed $l_{ch} = 99.2$ mm. Il coefficiente di correlazione R testimonia la migliore interpretazione dei dati da parte della MFSL rispetto alla SEL, anch'essa riportata in Fig. 4. Il rapporto adimensionale l_{ch}/d_{max} fornisce la quantità adimensionale α pari a 7.77 nel primo caso e 9.92 per il secondo.

Analoghe prove di collasso in Modo II, effettuate su una geometria simile, sono quelle realizzate da Bažant e Pfeiffer [10]. Le prove sono state condotte sia su calcestruzzi che su malte. I provini, di forma prismatica, presentano una sezione rettangolare ed un rapporto lunghezza-spessore pari a 8/3. L'altezza d presenta i seguenti valori: 38.1, 72.2, 152.4 e 308.8 mm. Lo spessore è stato mantenuto costante e pari a 38.1 mm. Ogni provino presenta in mezzeria due intagli di profondità pari a $d/6$ e larghezza pari a 2.5 mm. Il calcestruzzo utilizzato per le prove è caratterizzato da un rapporto, espresso in peso, cemento-inerte fine-aggregato di 1:2:2 e da un rapporto acqua cemento di 3:5. La dimensione massima dell'inerte grossolano, costituito da rocce calcaree, è $d_{max}=12.7$ mm, mentre quella dell'inerte fine, di origine fluviale, è pari a 4.8 mm. La malta è caratterizzata da un rapporto cemento-inerte fine di 1:2 ed un rapporto acqua-cemento di 1:2. Per la malta sono stati utilizzati lo stesso cemento e la stessa sabbia, e pertanto la dimensione massima dell'inerte è di 4.8 mm. La resistenza a compressione, valutata su provini cilindrici di 76.2 mm di diametro e 152.4 mm di altezza, è risultata di 37.9 MPa per il calcestruzzo e di 49 MPa per la malta. È stata utilizzata una macchina di prova da 100 kN a controllo di spostamenti. Il provino risulta soggetto a quattro forze verticali di cui tre trasmesse mediante rulli e la quarta mediante una cerniera in modo da garantire l'isostaticità in direzione orizzontale.

Sono state effettuate due serie di prove per ogni conglomerato, variando la distanza tra le due forze centrali, rispettivamente pari a $1/12 d$ per la prima ed a $1/6 d$ per la seconda serie. Secondo gli autori, la seconda prova si è resa necessaria per verificare lo strano andamento della fessura congiungente i due intagli che risulterebbe violare i classici criteri di propagazione della frattura. Essi hanno affermato come lo sviluppo verticale della fessura testimoni una propagazione in puro Modo

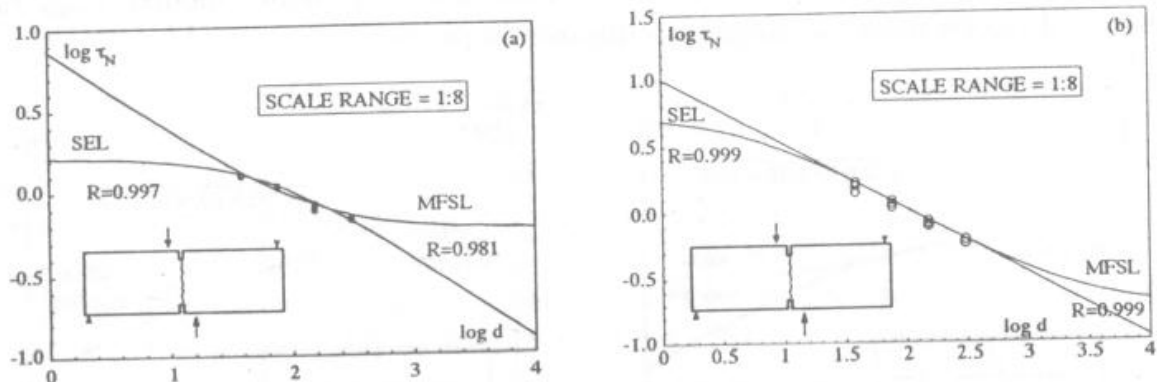


Fig. 5. Applicazione della MFSL ai risultati sperimentali di Bažant e Pfeiffer [10] nel caso di distanza tra le forze centrali pari a $1/6 d$: (a) calcestruzzo, (b) malta.

II, ma sono stati smentiti da Schlangen [11], il quale, dopo aver ripetuto le stesse prove, ha evidenziato come in realtà gli autori abbiano effettuato un controllo sulla forza e non sugli spostamenti, ottenendo pertanto una propagazione della fessura di tipo fragile.

L'applicazione (Fig. 5.a) della Legge di Scala Multifrattale alla I serie di prove per il calcestruzzo ha condotto ai seguenti due parametri: $\tau_{\infty}=0.58$ MPa ed $l_{ch} = 159.8$ mm, mentre per la malta (Fig. 5.b) si è ottenuto: $\tau_{\infty}=0.18$ MPa ed $l_{ch} = 3181$ mm. Il coefficiente di correlazione R è uguale a 0.981 per la MFSL e a 0.997 per la SEL nel caso delle prove sui calcestruzzi, e a 0.999 per entrambe le leggi nel caso delle malte. Il rapporto adimensionale l_{ch}/d_{max} fornisce la quantità adimensionale α pari a 12.6 per il calcestruzzo e pari a 662 per la malta.

3 Applicazione della MFSL a dati sperimentali di collasso in Modo III

Le prescrizioni vigenti [3] in materia di collasso torsionale delle strutture in calcestruzzo semplice ed armato si basano esclusivamente sull'Analisi Limite Plastica. Di conseguenza, nessun effetto dimensionale viene preso in conto, a differenza del collasso per taglio dove almeno l'effetto ingranaggio dovuto alla rugosità superficiale è previsto dalle norme di calcolo.

Tuttavia, il collasso torsionale appare nettamente fragile anzichè duttile, come può evidenziarsi sperimentalmente osservando che il carico non raggiunge un *plateau* orizzontale ma diminuisce rapidamente dopo il carico di picco. Inoltre, all'aumentare delle dimensioni dell'elemento considerato, aumenta la fragilità, nel senso che travi più grandi collassano immediatamente dopo il picco, senza esibire alcun *softening* e con modalità quasi di tipo esplosivo. Si conclude pertanto che le dimensioni della struttura influenzano moltissimo i valori di resistenza ultima e duttilità nei confronti del collasso torsionale.

L'esigenza di determinare la variazione della resistenza per stato limite ultimo di torsione appare tanto più forte se si considera come il carico ultimo misurato sperimentalmente su travi in calcestruzzo armate con barre longitudinali non sia più elevato del carico misurato su travi non armate delle stesse dimensioni. Si

deduce infatti che le barre longitudinali, peraltro decisive nei confronti dell'innesco delle fessure, non portano contributo significativo sulla resistenza ultima a torsione.

Le geometrie di prova adoperate per studiare l'effetto di scala sulla resistenza ultima a torsione mirano a generare uno stato di sollecitazione il più possibile antisimmetrico rispetto alla sezione della trave, in maniera da indurre una propagazione macroscopica di puro Modo III.

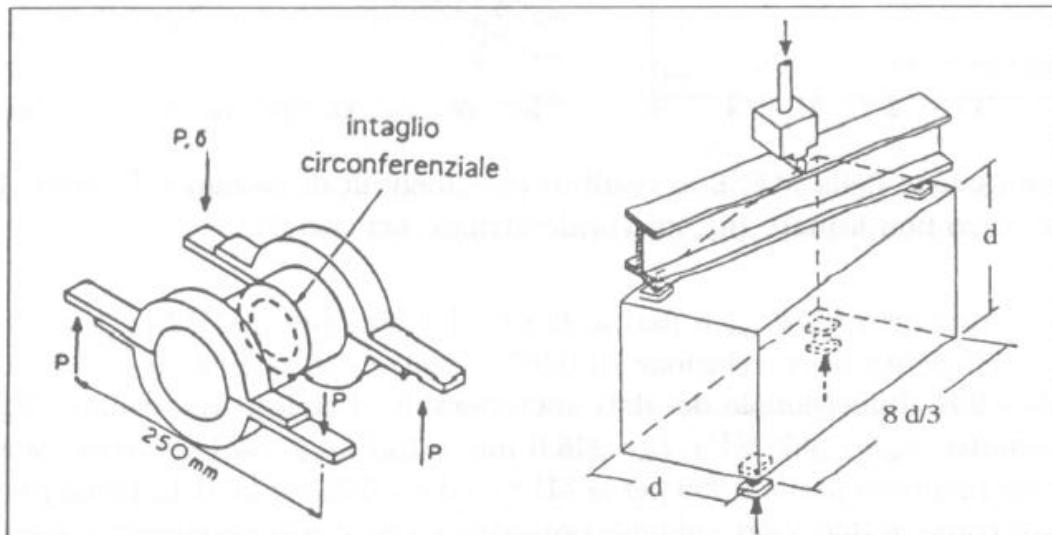


Fig. 6. Schemi di prova a torsione secondo Barr [12] e Bažant [1].

La prima serie di prove in Modo III che viene presentata è stata realizzata da Bažant et al. [1] ed è stata effettuata su microcalcestruzzi armati e non armati. I provini analizzati sono di sezione prismatica di sezione trasversale di lato d ed lunghezza L . Sono state utilizzate tre differenti misure di d , rispettivamente pari a 38.1, 76.2 and 152.4 mm ed un rapporto $L/d=8/3$ uguale per tutte le travi. Le travi sono state caricate a torsione mediante due coppie opposte alle loro estremità. I bracci delle coppie di carico alle estremità sono stati scelti pari a 19.1, 38.2 e 127 mm. Le forze delle coppie sono state applicate ad una distanza a dalle estremità, tale che il rapporto $a/L=3/32$ risultasse uguale per tutte le travi. I provini presentano una dimensione massima dell'inerte d_{max} pari a 4.8 mm. Il rapporto (cemento:sabbia:inerte fine:acqua) è stato posto pari a 1:2:2:0.6. I provini cilindrici su cui sono state effettuate le prove di resistenza a compressione sono stati ottenuti dallo stesso getto delle travi ed hanno fornito un valore della resistenza pari a 43.6 ÷ 44.1 MPa.

Per i provini armati sono state utilizzate barre poste in corrispondenza dei vertici della sezione trasversale con braccio interno rispettivamente di 8.1, 16.3 e 31.5 mm e con diametri di 3.18, 6.35 and 12.7 mm. Per i diametri più piccoli la resistenza di snervamento è risultata $f_y=310$ MPa, mentre per le più grandi $f_y=413$ MPa. In accordo con la Teoria dell'Elasticità, la massima tensione tangenziale può esprimersi come:

$$\tau_N = 4.80 \frac{M_z}{d^3}, \quad (4)$$

dove con M_z si è indicato il massimo momento torcente. I parametri τ_∞ e l_{ch} della MFSL per le travi non armate risultano rispettivamente uguali a 1.72 MPa e 148.0

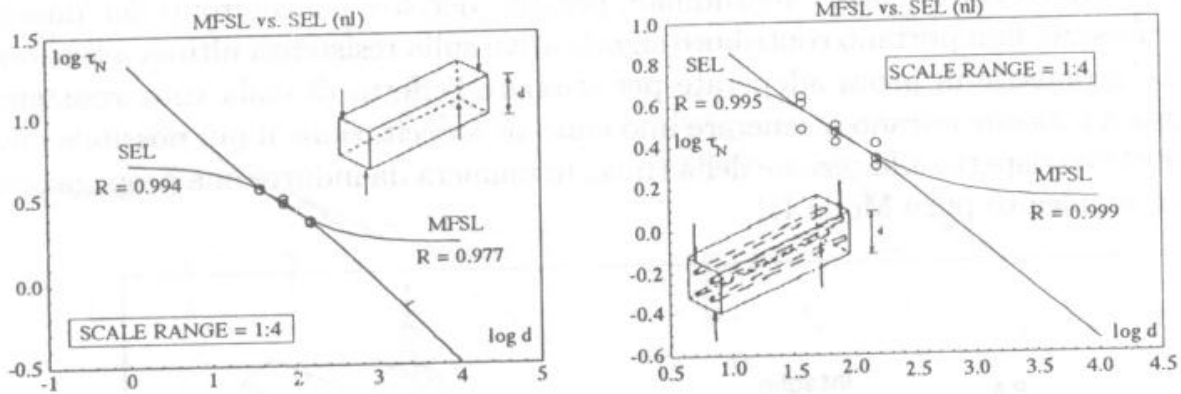


Fig. 7. Applicazione della MFSL ai risultati sperimentali di Bažant e Pfeiffer [1]: microcalcestruzzo non armato (a), microcalcestruzzo armato (b).

mm mentre il rapporto l_{ch}/d_{max} è pari a 30.84. Il *fitting* per la MFSL (Fig. 7.a) fornisce un coefficiente di correlazione di 0.977, mentre con la SEL si ottiene un valore di $R=0.994$ dimensionale dei dati sperimentali. Per le travi armate (Fig. 7.b) si è ottenuto: $\tau_{\infty}=1.367$ MPa, $l_{ch}=246.6$ mm e $l_{ch}/d_{max}=55.11$. I coefficienti di correlazione risultano pari a 0.999 per la MFSL ed a 0.995 per la SEL. Dalla Fig.7 si può notare come le due leggi abbiano pressappoco lo stesso andamento lineare nell'intervallo dimensionale testato, nel quale si può affermare essere presente uno *scaling* monofrattale.

La seconda tipologia di prova a torsione è stata realizzata da Barr e Tokatly [12, 13], ed è stata effettuata sia su provini cilindrici di calcestruzzo intagliati che non intagliati. Sono stati analizzati quattro diametri differenti (80, 100, 150 e 200 mm) con la lunghezza dei provini pari al doppio del diametro in ciascun caso. L'intervallo dimensionale, abbastanza limitato, è di 1:2.5. È stato utilizzato un calcestruzzo con un rapporto cemento-inerte fine-inerte grosso pari a 1:1.8:2.8. Il rapporto acqua-cemento è stato assunto pari a 0.5, ottenendo una resistenza a compressione di 50-55 N/mm². Sono stati utilizzati inerti di diametro massimo pari a $d_{max} = 10$ mm. Per i provini intagliati, la profondità di tale intaglio è stata imposta pari a $d/5$, dove d rappresenta il diametro del provino. In accordo con la Teoria dell'Elasticità, la tensione tangenziale massima può calcolarsi mediante la

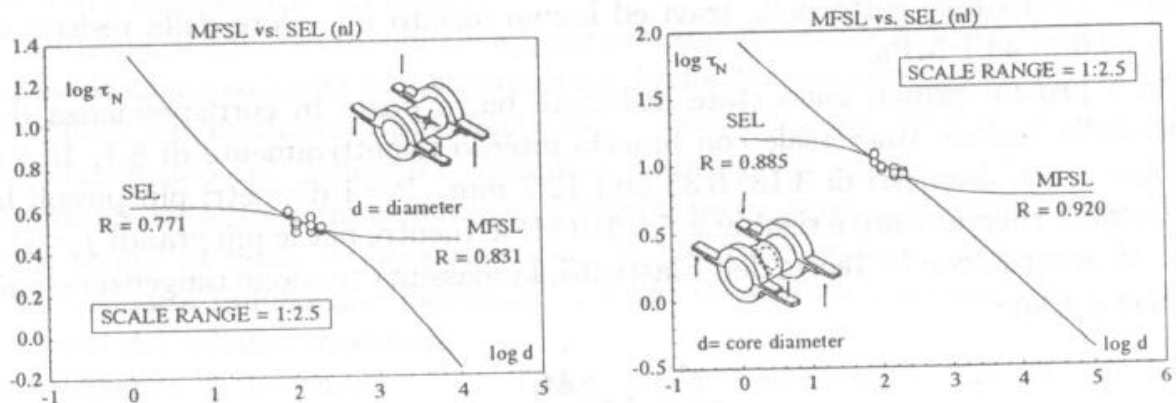


Fig. 8. Applicazione della MFSL ai risultati sperimentali di Barr e Tokatly [12, 13]: provini non intagliati (a), provini con intaglio (b).

seguinte formula:

$$\tau_N = \frac{16M_z}{\pi d^3} \times 10, \quad (5)$$

dove M_z è il massimo momento torcente.

Applicando la MFSL ai risultati ottenuti sui provini non intagliati si ricavano i seguenti valori: $\tau_\infty = 2.81$ MPa, $l_{ch} = 61.15$ mm e $l_{ch}/d_{max} = 6.11$, mentre nei casi dei provini intagliati si ha: $\tau_\infty = 5.75$ MPa, $l_{ch} = 209.96$ mm e $l_{ch}/d_{max} = 21.0$. Per i provini non intagliati i coefficienti di correlazione sono invece pari rispettivamente a 0.831 per la MFSL e a 0.771 per la SEL, mentre per quelli intagliati risulta $R(\text{MFSL})=0.920$ e $R(\text{SEL})=0.885$. Da un confronto grafico del diagramma bilogarithmico (Fig. 8) si può affermare come, anche in questo caso, la MFSL interpreti i dati sperimentali in modo più efficace della SEL.

Bibliografia

- [1] Bažant, Z.P., Sener, S., Prat, P.C., 'Size effects of torsional failure of plain and reinforced concrete beams', *Materials and Structures, RILEM*, 21, 425-430, 1988.
- [2] Decreto Ministeriale 9 gennaio 1996, Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione e il collaudo delle strutture in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche, *Gazzetta Ufficiale*, No. 29, 5 febbraio 1996.
- [3] Commission of European Communities, Eurocode II: Design of Concrete Structures, Part I, 1995.
- [4] Carpinteri, A., Chiaia, B., Ferro, G., Size effects on nominal tensile strength of concrete structures: multifractality of material ligaments and dimensional transition from order to disorder, *Materials and Structures*, Vol. 28, 311-317, 1995.
- [5] Carpinteri, A., 'Scaling laws and renormalization groups for strength and toughness of disordered materials', *International Journal of Solids and Structures*, 31, 291-302, 1994.
- [6] Hillerborg, A., Modeer, M., Petersson, P.E., Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cement and Concrete Research*, 6, 773-782, 1976.
- [7] Bažant, Z.P., 'Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal', *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 110, 518-535, 1984.
- [8] Iosipescu, N., 'New accurate procedure for single shear testing of metals', *Journal of Materials*, 2, 537-566, 1967.
- [9] Bocca, P., Carpinteri, A., Valente, S., 'Size effect in mixed-mode crack propagation: softening and snap-back analysis', *Engineering Fracture Mechanics*, 35, 159-170, 1990.

- [10] Bažant, Z.P., Pfeiffer, P.A., 'Determination of fracture energy from size effect and brittleness number', *ACI Material Journal*, November-December, 463-480, 1987.
- [11] Schlangen, E., 'Experimental and numerical analysis of fracture process in concrete', *Heron*, 38, 1993.
- [12] Barr, B., Tokatly, Z.Y., 'Size effects in two compact test specimen geometries', *Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete*, (Ed. A. Carpinteri), Elsevier Applied Science, London, 63-93, 1991.
- [13] Tokatly, Z.Y., Barr, B., 'Size effects in mode III fracture', *Fracture Processes in Concrete, Rock and Ceramics*, (Eds. J.G.M. van Mier and A. Bakker), E.& F.N. Spon, 473-482, 1991.