

**IGF 12 - XII Convegno Nazionale
Gruppo Italiano Frattura
Parma, 12-13 giugno 1996**

**APPLICAZIONE DELL'ELABORAZIONE DIGITALE DELLE IMMAGINI
ALLO STUDIO DELLA CINEMATICA DELLA FRATTURA
DI PROVINI *THREE POINT BENDING***

D. Amodio, G.B. Broggiato, G. Santucci

Dipartimento di Meccanica e Aeronautica
Università di Roma "La Sapienza"
Via Eudossiana, 18 - 00184 Roma

PAROLE CHIAVE: analisi delle deformazioni, cinematica della frattura, elaborazione digitale delle immagini

SOMMARIO

Nell'ambito di lavori precedentemente presentati [1, 2] è stata sviluppata una metodologia di misura delle deformazioni, basata sull'utilizzo delle tecniche dell'elaborazione digitale delle immagini, che permette la rilevazione diretta di campi di deformazione finita ($> 0.5\%$) anche in presenza di forti spostamenti e rotazioni della superficie di interesse.

Oggetto del presente lavoro è lo studio della possibilità di utilizzare tale apparecchiatura nell'analisi del comportamento a frattura di provini sottoposti a flessione su tre punti. In particolare ci si è posti come finalità quella di determinare congiuntamente:

- il campo di deformazione (in termini di deformazioni e direzioni principali),
- l'apertura del provino (in termini di COD e COA),
- le traiettorie polari descritte dal centro istantaneo di rotazione nel moto relativo delle due ali del provino.

Tale studio ha richiesto l'adattamento del sistema, progettato per la misura di campi di deformazione, alla misura degli spostamenti assoluti della griglia di marker riportata sulla superficie del provino. Questo ha comportato lo sviluppo di algoritmi specifici per la ricomposizione dei dati raccolti in un unico campo di spostamenti.

I risultati ottenuti hanno permesso di evidenziare sperimentalmente la sovrapposizione del centro della cerniera plastica con la posizione del centro istantaneo di rotazione e di verificare che il valore di r^* (*rotational factor*) si mantiene pressoché costante durante la propagazione della cricca.

Le polari del moto calcolate sulla base delle misure effettuate hanno mostrato un andamento asimmetrico con brusche variazioni di direzione che risultano di incerta interpretazione. E' da sottolineare che la determinazione delle polari e del COA (*crack opening angle*) è particolarmente difficoltosa in corrispondenza dell'innesco quando i valori dell'angolo di apertura del provino sono piccoli e l'influenza degli errori di acquisizione può essere determinante.

1. DESCRIZIONE DEL SISTEMA DI ACQUISIZIONE

La metodologia di misura delle deformazioni utilizzata si basa sulla applicazione dell'elaborazione digitale delle immagini alle tecniche di rilevamento fotogrammetrico delle superfici tridimensionali [1, 3, 4].

A questo scopo la superficie in esame è inquadrata da un sistema di telecamere (almeno due) che acquisisce le variazioni di forma, conseguenti alla applicazione del carico, di un opportuno reticolo di marcatura, preventivamente impresso sulla superficie del provino attraverso un processo di ossidazione locale (elettro-stampaggio).

Le immagini ottenute dalle telecamere vengono elaborate per identificare alcuni punti notevoli del reticolo, quali, ad esempio, i centri di marker circolari o gli incroci di una rete a maglie quadrate. Dalle posizioni che tali punti hanno sulle due (o più) immagini è possibile risalire alla loro posizione spaziale, adoperando una tecnica di triangolazione analoga a quella utilizzata per i rilievi fotogrammetrici ad eccezione del fatto che in questo caso gli algoritmi di stereo-visione possono trarre profitto dalla conoscenza della posizione reciproca delle telecamere.

Dal confronto delle configurazioni della griglia di riferimento, acquisite prima e dopo l'applicazione del carico, è possibile determinare il campo di deformazione in termini di direzioni e deformazioni principali; a questo fine è stata utilizzata la teoria delle funzioni di forma propria del metodo degli elementi finiti e gli strumenti della moderna meccanica del continuo per poter rappresentare correttamente grandi deformazioni in presenza di rotazioni finite [2].

La sensibilità dell'apparecchiatura alle piccole deformazioni dipende fortemente dal formato di digitalizzazione delle telecamere (generalmente pari a 512×512 pixel) e dalla precisione degli algoritmi di identificazione dei marker sulle immagini. La risoluzione spaziale del campo di deformazione dipende invece dalle dimensioni del reticolo di marcatura. Infatti, in presenza di elevati gradienti di deformazione è necessario che il passo della griglia sia adeguatamente ridotto.

Di conseguenza per ottenere allo stesso tempo una alta precisione di misura ed una elevata risoluzione spaziale è necessario inquadrare piccole porzioni di provino per volta e ricostruire in seguito la mappatura globale del campo di deformazione. La possibilità di mettere insieme le misure provenienti dall'elaborazione di numerose coppie di immagini stereoscopiche distinte (solitamente più di 50) è basata sulla loro parziale sovrapposizione.

La procedura di scansione della superficie d'interesse viene eseguita in maniera automatica per mezzo di un sistema di movimentazione a cui le telecamere sono collegate e con il quale queste interagiscono attraverso il computer a cui è demandato il compito di gestire l'intero sistema.

2. RICOMPOSIZIONE DELLE INQUADRATURE

La procedura di acquisizione descritta ha il difetto di rendere la determinazione delle coordinate assolute dei marker dipendente dalla precisione del sistema di movimentazione delle telecamere. Infatti, la precisione con cui è possibile conoscere la posizione assoluta delle telecamere è inferiore, di uno o due ordini di grandezza, rispetto a quella ottenibile nel calcolo delle posizioni dei marker nel riferimento solidale alle telecamere stesse.

L'introduzione dell'errore di posizionamento, che pregiudica solo marginalmente il calcolo delle deformazioni, è invece decisivo per la valutazione delle distanze o degli angoli di rotazione tra porzioni di provino distanti tra loro che, di conseguenza, non possono essere comprese nella medesima inquadratura.

Appare quindi evidente che, prima di poter valutare le grandezze caratteristiche della meccanica e della cinematica della frattura (COD, COA, centro istantaneo di rotazione, ecc.), è necessario ricomporre i dati acquisiti nelle singole inquadrature in un unico sistema di riferimento.

A questo scopo vengono utilizzati i dati dei marker presenti nelle zone di sovrapposizione tra inquadrature contigue di cui sono state acquisite le coordinate in più di un sistema di riferimento. La condizione che viene imposta è che il medesimo marker appartenente a inquadrature diverse abbia le medesime coordinate. Questo si traduce nella minimizzazione della seguente funzione obiettivo:

$$D = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^m \sum_{k=j+1}^m (\mathbf{R}^j \mathbf{x}_i^j - \mathbf{R}^k \mathbf{x}_i^k + \mathbf{t}^j - \mathbf{t}^k)^2 \right] \quad (1)$$

dove: \mathbf{x}_i^j e \mathbf{x}_i^k sono le coordinate dell' i -esimo marker nella j -esima e k -esima inquadratura rispettivamente e \mathbf{R}^j , \mathbf{R}^k , \mathbf{t}^j e \mathbf{t}^k sono le matrici di rotazione e i vettori di traslazione relativi a ciascuna inquadratura. L'espressione tra parentesi quadre si intende calcolata solo per i marker presenti in almeno due inquadrature.

Le matrici \mathbf{R} e i vettori \mathbf{t} descrivono la rototraslazione che deve essere applicata a ciascuna inquadratura per riportarla al sistema di riferimento assoluto; le loro componenti sono funzione di sei parametri (tre angoli e tre spostamenti) che rappresentano le incognite da determinarsi attraverso la minimizzazione della (1).

Poiché le inquadrature hanno dimensioni piuttosto ridotte (generalmente 10×15 mm) e sono tra loro abbondantemente sovrapposte, per i motivi citati, si deve spesso ricomporre più di 50 inquadrature. Conseguentemente il parametro scalare da minimizzare D dipenderà da più di 300 variabili.

La scelta del migliore algoritmo per minimizzare la (1) è stata effettuata confrontando alcuni degli algoritmi di ottimizzazione più noti e facilmente rintracciabili in letteratura (si veda [5] e [6]).

I seguenti criteri sono stati adottati per effettuare la scelta tra gli algoritmi provati:

- L'affidabilità nel riuscire ad arrivare in ogni caso ad una soluzione prossima a quella ottimale senza incappare in minimi secondari. Questa condizione è essenziale poiché la procedura di ricomposizione delle inquadrature fa parte di una lunga procedura di post-elaborazione fortemente automatizzata e che quindi non deve richiedere interventi di adattamento dell'algoritmo al singolo problema.
- La precisione del risultato finale anche in presenza di quantità considerevoli di rumore sui dati d'ingresso. È essenziale avvicinarsi quanto più possibile alla soluzione ottimale ossia a quel valore della funzione obiettivo (valutabile teoricamente) per cui l'errore residuo sulla posizione dei marker è indistinguibile da quello introdotto in fase di acquisizione.
- La velocità di convergenza. Considerato l'elevato numero di variabili presenti nel problema di minimizzazione, e che questo deve essere ripetuto per le circa dieci acquisizioni necessarie a descrivere l'intera prova, l'intero processo di elaborazione richiede una cospicua mole di calcolo.

In particolare sono stati provati i seguenti quattro metodi:

- 1) metodo del gradiente coniugato generalizzato,
- 2) metodo a metrica variabile,
- 3) metodo del semplice,
- 4) metodo delle direzioni coniugate.

Da un punto di vista applicativo la differenza sostanziale tra i primi due metodi e gli altri due è che questi ultimi non richiedono la conoscenza delle derivate parziali della funzione obiettivo rispetto alle incognite. Questa caratteristica facilita di molto l'implementazione degli algoritmi ma rende il processo di minimizzazione molto lento.

Poiché nel nostro caso è molto semplice costruire le derivate parziali della (1) si è concentrata l'attenzione sul metodo del gradiente coniugato generalizzato e sul metodo detto a metrica variabile. Dalle prove effettuate il metodo a metrica variabile ha manifestato una rapidità di convergenza spesso superiore a quella del primo metodo ma, nei problemi con un gran numero di incognite, sono insorte difficoltà di convergenza che causano l'interruzione del processo di minimizzazione anche molto lontano dalla soluzione ottimale.

Per quanto detto la scelta è caduta sul metodo del gradiente coniugato generalizzato nella implementazione di Fletcher e Reeves e con le modifiche di Polak e Ribiere [5].

3. SIMULAZIONI NUMERICHE

Le effettive capacità di ricomposizione delle inquadrature degli algoritmi di minimizzazione descritti sono state verificate attraverso una serie di simulazioni numeriche aventi lo scopo di analizzare l'effetto dell'errore presente sui dati d'ingresso sul valore finale della funzione obiettivo.

Come già accennato, è necessario distinguere due tipi di errori presenti sulle coordinate dei marker: il primo è l'errore introdotto dalla scarsa precisione del sistema di movimentazione delle telecamere, questo è uguale per tutti i marker appartenenti alla stessa inquadratura nel senso che è riconducibile a una rototraslazione rigida dell'inquadratura stessa. Il secondo tipo di errore, dovuto al rumore presente sulle immagini e alle imprecisioni degli algoritmi di stereo-visione, si presenta in modo completamente casuale e incorrelato sulle coordinate di tutti marker.

La finalità degli algoritmi di ricomposizione è quella di eliminare il primo errore mentre le difficoltà nel raggiungere una buona ricostruzione nascono dalla presenza del secondo tipo di errore che non permette di portare a zero il valore D della funzione obiettivo. È possibile per mezzo di simulazioni numeriche valutare se gli algoritmi di minimizzazione sono in grado di ridurre D al valore minimo teorico. Infatti, ammettendo che il rumore presente sulle coordinate dei singoli nodi abbia una distribuzione gaussiana (con valore medio nullo e varianza σ^2 nota) si può esprimere il valore di D in funzione di σ^2 con la seguente espressione:

$$D_{teorico} = 2 \left[\sum_{i=2} (i-1) N_i \right] (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) \quad (2)$$

dove N_i è il numero di nodi presenti in non meno di i inquadrature. Inoltre con σ_x^2 , σ_y^2 e

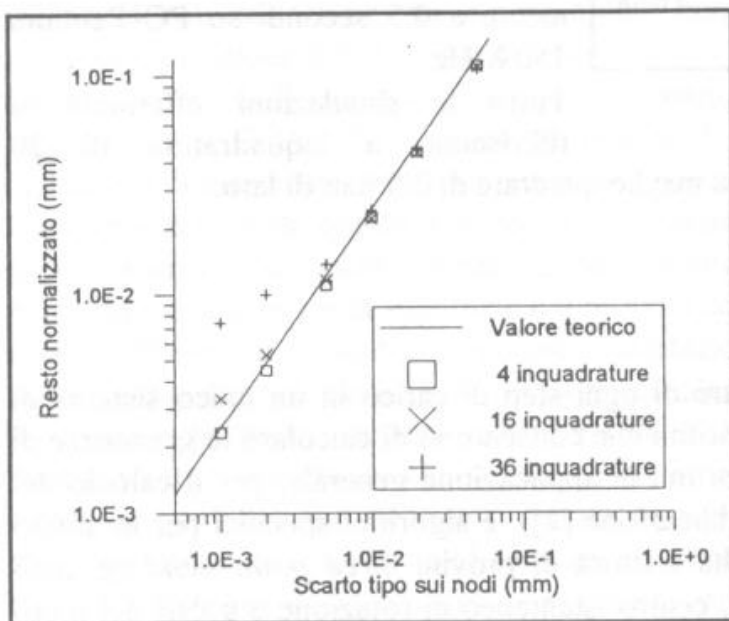


Figura 1.

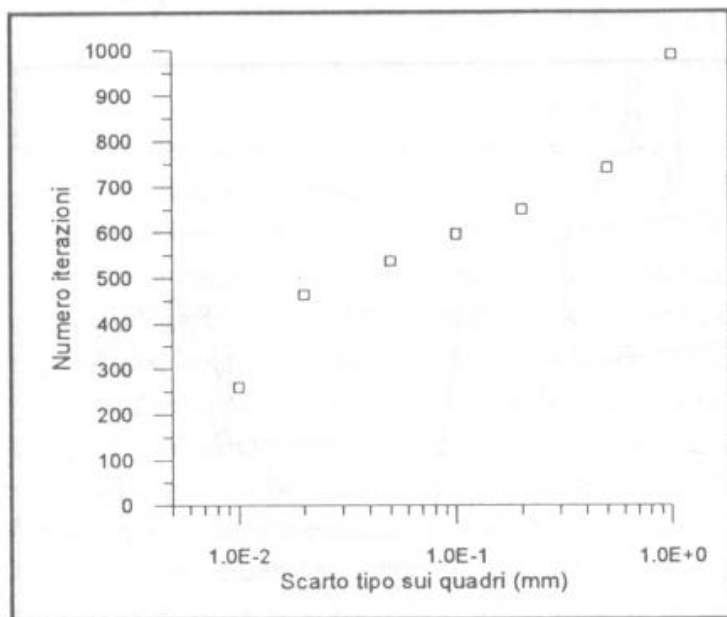


Figura 2.

σ_z^2 si è tenuto conto che la distribuzione delle stime nello spazio può non avere forma sferica. In questo caso $D_{teorico}$ rappresenta il valore della funzione obiettivo calcolata su un insieme di inquadrature già ricomposte nella corretta configurazione su cui, quindi, sia presente solo il secondo tipo di errore.

Il raggiungimento del valore $D_{teorico}$ durante la minimizzazione della funzione obiettivo non ci garantisce la correttezza del risultato ottenuto ma costituisce un valore di riferimento per verificare se si è arrivati o meno al minimo assoluto della (1).

Nel grafico di figura 1 sono rappresentati i risultati di alcune delle simulazioni numeriche effettuate; ad insiemi via via crescenti di inquadrature sono stati imposti diversi valori di rumore dei due tipi sopra descritti. Nel grafico è stata riportata la sola dipendenza di D (normalizzato rispetto al numero totale di differenze calcolate nella (1)) dallo scarto σ del rumore sovrapposto alle coordinate dei nodi. Il valore finale della funzione obiettivo è risultato invece indipendente, come era lecito

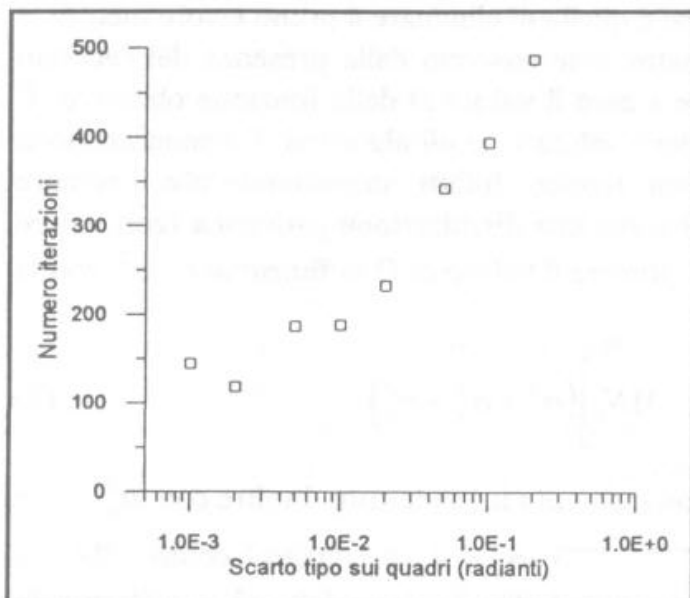


Figura 3.

marker ciascuna disposti su una griglia a maglie quadrate di 2.5 mm di lato.

4. APPLICAZIONI

Una volta riportate tutte le inquadrature di ogni step di carico in un unico sistema di riferimento è possibile applicare gli algoritmi che consentono di calcolare le grandezze di interesse. Sono state sviluppati gli algoritmi di applicazione generale, per il calcolo del campo di deformazione (si veda la pubblicazione [2]), e algoritmi specifici per lo studio della meccanica e della cinematica della frattura di provini *three point bending* quali quelli per il calcolo del COD, COA, r^* , centro istantaneo di rotazione e polari del moto relativo delle due ali del provino.

In figura 4 è schematizzato il provino 3PB montato sulla macchina di prova con evidenziate le grandezze misurate.

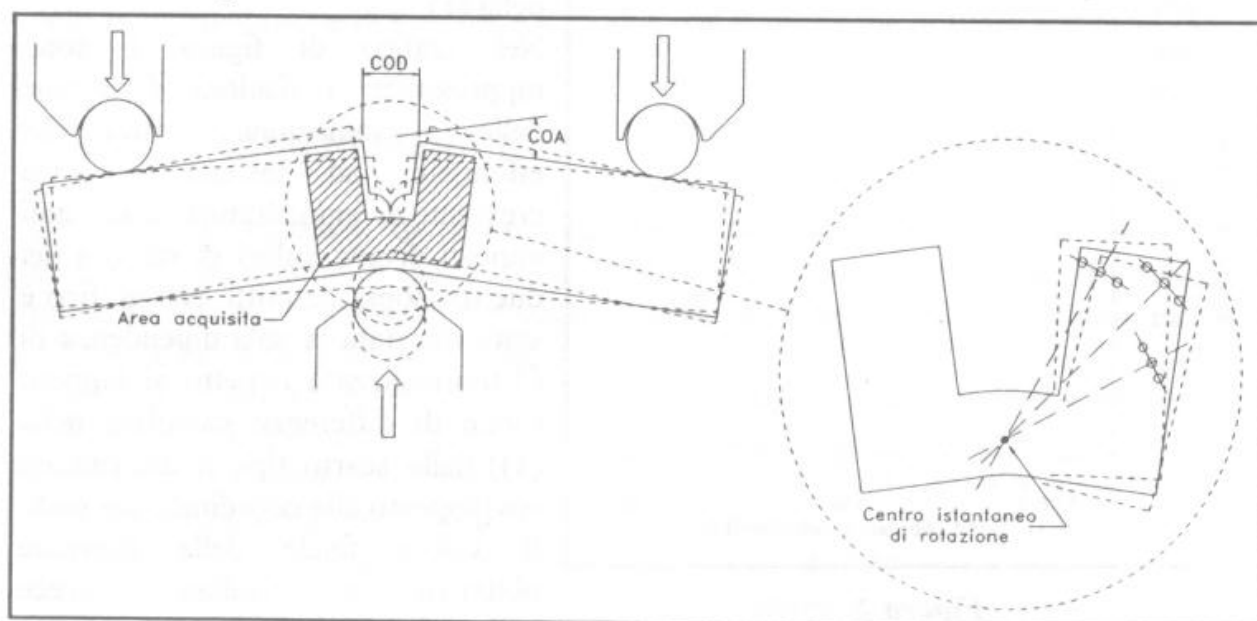


Figura 4.

attendarsi, dall'errore di posizionamento globale delle inquadrature. Quest'ultimo tipo di errore, al contrario, ha una notevole influenza sul numero di iterazioni richieste per raggiungere il minimo assoluto. Nelle figure 2 e 3 è rappresentato il numero di iterazioni necessarie a ricomporre 16 inquadrature in funzione dello scarto tipo del rumore sovrapposto ai dati originali sotto forma traslazioni e rotazioni rigide rispettivamente. Ad ogni iterazione corrisponde mediamente a 0.5 secondi su PC Pentium 150 MHz.

Tutte le simulazioni effettuate si riferiscono a inquadrature di 20

Il calcolo del COD, dal punto di vista di implementazione numerica, è estremamente semplice; infatti è sufficiente determinare la distanza di due marker appartenenti alle due inquadrature che si trovano in prossimità dei lembi superiori dell'intaglio di macchina. Una soluzione alternativa è quella di considerare come punti di riferimento per il calcolo del COD la media di un numero elevato di marker; questa strada garantisce una minore dispersione dei risultati.

Certamente più delicato è il calcolo del COA. La determinazione dell'angolo di apertura della cricca viene effettuata in due fasi successive: nella prima si calcola la matrice di rototraslazione che meglio consente di sovrapporre un'ala del provino nella configurazione deformata alla corrispondente della indeformata. Con questa matrice di rototraslazione si aggiornano le coordinate di tutti i nodi della configurazione deformata in modo da disporre delle coordinate dei marker delle due configurazioni in un unico sistema di riferimento. La seconda fase del calcolo consiste nel determinare una nuova matrice di rototraslazione che, a partire dalla configurazione appena calcolata, conduce alla sovrapposizione dell'altra ala del provino.

La componente di rotazione di questa matrice, secondo la normale al provino, rappresenta il COA. Con questa procedura è anche possibile mettere in evidenza l'esistenza di movimenti fuori dal piano del provino durante la propagazione della cricca. L'interpretazione di questa matrice di rototraslazione risulta semplificata effettuando preventivamente un cambiamento di riferimento sulla configurazione indeformata in modo da far coincidere la superficie del provino con uno dei piani coordinati.

Il calcolo delle componenti di rotazione e traslazione per raggiungere la sovrapposizione delle configurazioni avviene sfruttando gli algoritmi di minimizzazione descritti in precedenza. In questo caso gli indici j e k della (1) si riferiscono non allo stesso marker su inquadrature diverse ma allo stesso marker su configurazioni diverse. Per ottenere una buona sovrapposizione delle configurazioni è bene limitare il calcolo della funzione obiettivo alle sole zone che non hanno subito deformazione plastica.

La procedura per il calcolo del c.i.r. (centro istantaneo di rotazione) rispecchia nella parte iniziale quella descritta per la determinazione del COA; in questo caso si cercherà di sovrapporre l'ala sinistra del provino in tutte le configurazioni acquisite alla corrispondente della configurazione indeformata (vedi particolare di figura 4). Prendendo in considerazione le posizioni di uno stesso marker in tre configurazioni consecutive viene calcolata la retta passante per il centro della circonferenza definita dalle tre posizioni del marker e il centro del secondo dei tre marker. Ripetendo questa procedura per ogni nodo si costruirà una popolazione di stime del c.i.r. con le intersezioni reciproche delle rette appena definite. Dall'analisi di questa popolazione viene valutato il c.i.r. come valore medio della popolazione stessa, e, inoltre, lo scarto quadratico medio di questa ci permette di stimare l'incertezza della misura.

Ripetendo la procedura descritta per tutte le configurazioni acquisite si ottiene una successione di valori per il c.i.r. che descrivono la traiettoria polare relativa all'ala sinistra del provino. Analogamente, per valutare seconda traiettoria polare si seguirà la stessa procedura partendo dalla sovrapposizione delle ali destre nelle varie configurazioni.

Per il calcolo del *rotational factor* r^* è necessario conoscere oltre alla posizione del c.i.r. anche la lunghezza a della cricca [7]. Nelle prove presentate in questo lavoro la valutazione di a è stata fatta sulla superficie posteriore del provino utilizzando delle tacche equidistanti tracciate con un truschino digitale. Siamo attualmente sviluppando degli algoritmi di elaborazione delle immagini per l'identificazione dell'apice cricca sulla

faccia del provino inquadrata dalle telecamere in modo da poterne determinare la posizione contemporaneamente al rilevamento delle posizioni dei marker.

Nelle figure che seguono sono riportati i risultati di alcune prove effettuate. Tali risultati, sebbene debbano essere ancora validati da una accurata calibrazione del sistema di misura, costituiscono una prima dimostrazione delle potenzialità della metodologia.

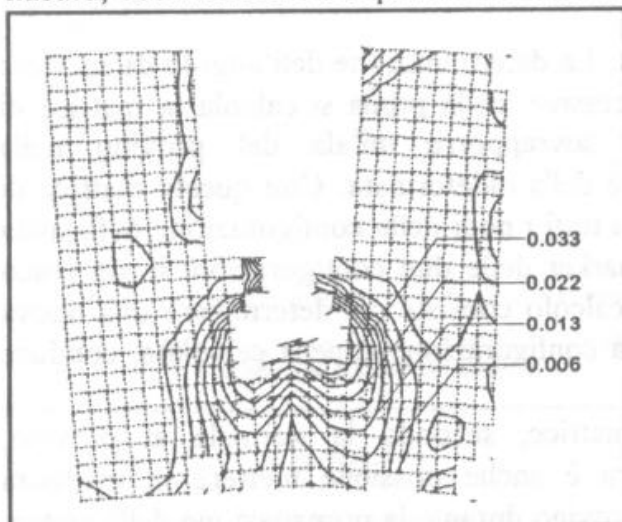


Figura 5.

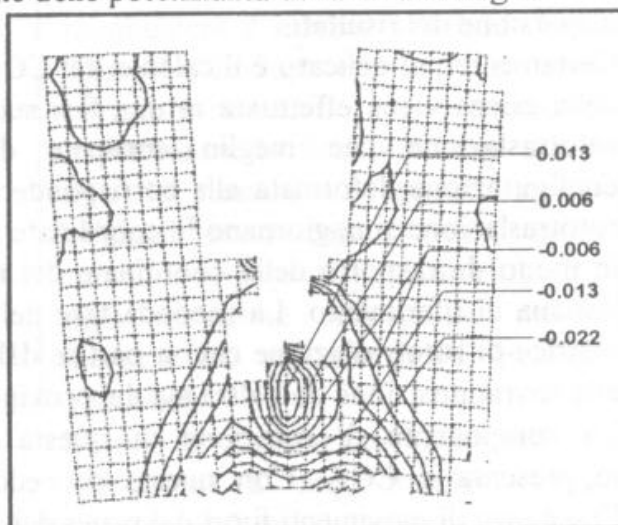


Figura 6.

Nelle figure 5, 6 e 7 è rappresentato il campo di deformazione rispettivamente in termini di deformazioni principali ed equivalente. I valori indicati sono stati calcolati come deformazione logaritmica adimensionale (*true strain*) [2].

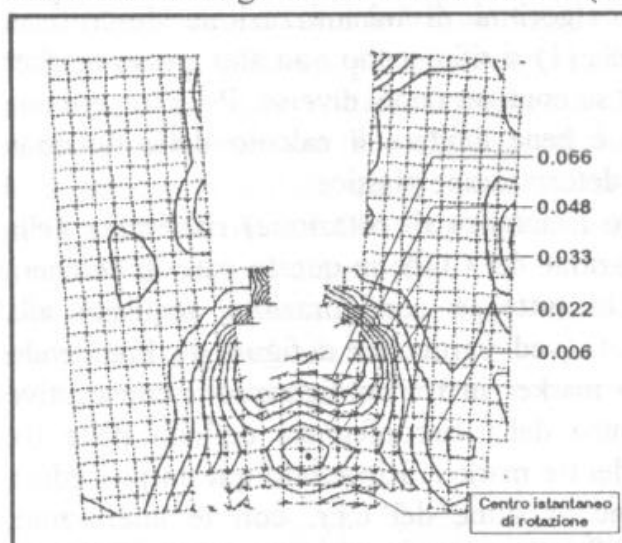


Figura 7.

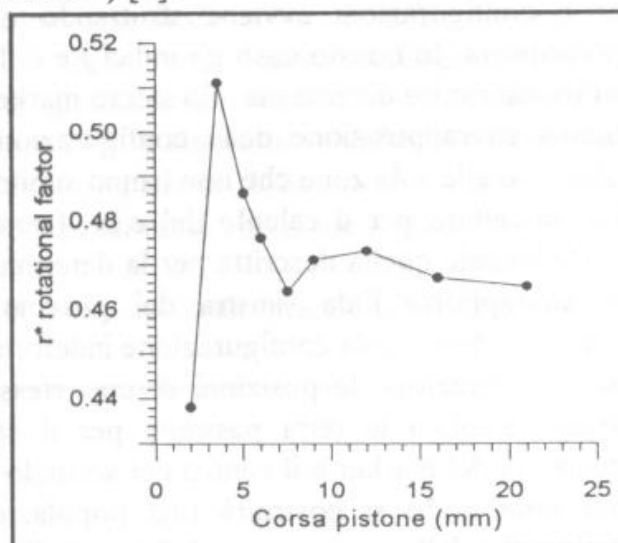


Figura 8.

Nella figura 8 è riportato l'andamento di r^* in funzione dello spostamento imposto al pistone della macchina di prova, si può notare che tale valore tende asintoticamente a 0.47 in accordo con la pratica corrente. In figura 9 è mostrato l'andamento delle traiettorie polari del moto relativo delle due ali del provino costruite secondo la procedura sopra descritta. Sulla polare destra sono inoltre indicati i valori dello scarto tipo delle stime del centro istantaneo di rotazione.

5. CONCLUSIONI

Con questo lavoro si è voluto dimostrare che l'introduzione di sistemi di misura basati sulla elaborazione digitale delle immagini permette di avere una rappresentazione completa del fenomeno di propagazione della frattura e di formazione della cerniera plastica riuscendo a dare una valutazione quantitativa del COD, del COA della posizione del centro istantaneo di rotazione oltre che del campo di deformazione. Questo tipo di misurazioni costituisce quindi un anello di collegamento tra le misurazioni tradizionali (di grande precisione ma in taluni casi poco significative) e i modelli numerici sviluppati con i codici di calcolo agli elementi finiti. Infatti, nella prova di flessione su tre punti generalmente vengono misurati il carico e il COD ricavando una descrizione del fenomeno globale che mal si presta ad essere confrontata con i modelli numerici.

Le prossime tappe di questa ricerca sono rivolte all'analisi dell'errore introdotto in fase di acquisizione dei dati, per la corretta valutazione delle sue caratteristiche statistiche, e alla valutazione dell'influenza sulla funzione obiettivo della forma ad U, intorno alla cricca, della zona acquisita dalle telecamere.

Infine, gli autori intendono ringraziare l'ing. G. Demofonti, responsabile del Laboratorio Prove Meccaniche del Centro Sviluppo Materiali S.p.A., per la preziosa collaborazione.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Broggiato G.B., Amodio D., "The determination of large strain fields by image analysis technique", *Proc. of 1994 BSSM International Conference on Advances in Engineering Measurements*, Edinburgh, UK - (ISBN 0 948256 03 6).
- [2] Amodio D., Broggiato G.B., Salvini P., "Finite strain analysis by image processing: smoothing techniques", *Strain*, **31** (3) 151-157 (1995).
- [3] Zeng Tan, Melin L., Magnusson C., "Application of an image processing technique in strain measurement in sheet metal forming", *Journal of Processing Technology*, **33** (3) 299-310 (1992).
- [4] Weng J., Cohen P., Herniou M., "Camera Calibration with Distortion Model and Accuracy Evaluation", *Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, **14** (10) 965-980 (1992).
- [5] Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P., *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 1992.
- [6] Jacobs D.A.H., *The State of the Art in Numerical Analysis*, Academic Press, London, 1977.
- [7] Broek B., *Elementary engineering fracture mechanics*, Martinus Nijhoff, 1984.

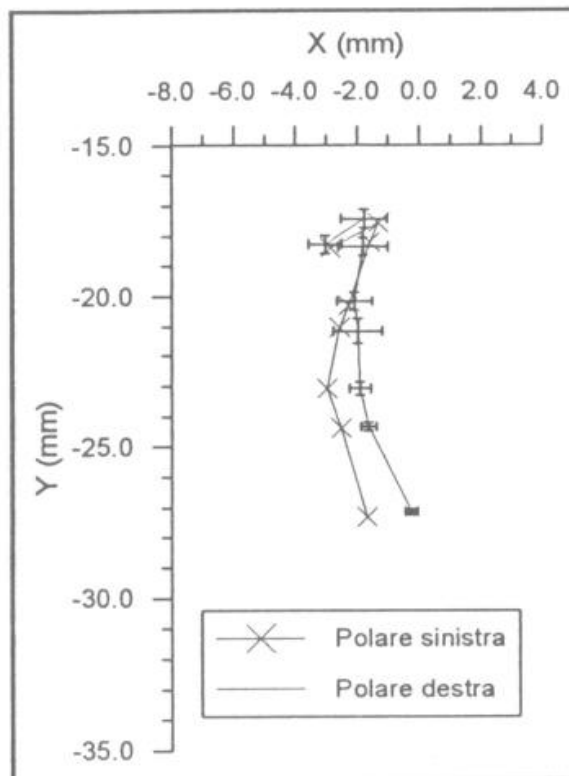


Figura 9.