

XI CONVEGNO NAZIONALE  
GRUPPO ITALIANO FRATTURA  
Brescia, 4 - 6 Luglio 1995

Agostino GORETTI  
DISG, Univ. di Roma, "La Sapienza"

IDENTIFICAZIONE DEI PARAMETRI DEL MODELLO DI FRATTURA COESIVA  
DI CONGLOMERATI AD ALTA RESISTENZA SOTTOPOSTI AD AZIONI CICLICHE

**SOMMARIO.** Si descrive e si analizza la metodologia impiegata per identificare i parametri del modello di frattura coesiva in modalita' di rottura di tipo I, monotona e ciclica, a partire da prove sperimentali complete e stabili su travi inflesse in conglomerato ad alta resistenza, precedentemente intagliate. L'accento e' posto sulle modalita' di richiusura della lesione e sull'attendibilita' del risultato ottenuto.

## 1. INTRODUZIONE

Qualora si perda l'omogeneita' del campo tensionale e deformativo all'interno di un campione sperimentale, identificare alcune proprieta' intrinseche del materiale a partire dalla risposta strutturale puo' presentare notevoli difficolta' [Bazant, 1989; Ortiz, 1989]. Sembra quindi preferibile realizzare prove di trazione o di compressione perfettamente centrate. Tuttavia, anche senza tener conto delle difficolta' di centratura geometrica del carico, a seguito della localizzazione delle deformazioni da frattura, la formazione di una banda di frattura in trazione o di bande di taglio in compressione provoca una disuniformita' del campo deformativo. Successivamente sia la banda di frattura che quella di taglio possono evolvere in maniera dissimmetrica causando una disomogeneita' anche del campo tensionale. Infine nelle prove di compressione o di trazione centrata il rilascio di energia elastica post-picco e' talmente elevato che il sistema spesso perde di stabilita' anche per un controllo dello spostamento.

Gli inconvenienti legati alla formazione di una banda di frattura possono essere evitati con tecniche di delocalizzazione [Mazars, 1988], mentre una opportuna disposizione di attuatori servocontrollati permette di forzare una evoluzione simmetrica del processo di frattura [Carpinteri, 1992]. Con un adeguato controllo sulla struttura e' anche possibile ottenere risposte complete e stabili. In ogni caso la prova sperimentale risulta costosa e difficoltosa a tal punto da poter essere condotta a termine solo in pochi laboratori.

Da qui la convenienza a realizzare prove indirette, ad esempio prove di flessione su tre punti. Tuttavia poiche' in queste strutture non e' nota la distribuzione tensionale sulla superficie di frattura, risulta spesso arbitraria l'estrapolazione di grandezze che siano effettivamente delle proprieta' intrinseche del materiale. In questo caso il processo di identificazione deve essere condotto con molta attenzione, tramite un adeguato supporto numerico [Hordijk, 1987] e secondo una delle due seguenti alternative ad oggi disponibili [Goretti, 1995].

Con la prima, a seguito di un processo di ottimizzazione non lineare, vengono contemporaneamente individuati i valori dei parametri di un prefissato modello che rendono minimo lo scarto tra una funzione misurata in sede sperimentale e la stessa funzione derivata dal modello adottato. Con la seconda si suddivide la risposta strutturale in più porzioni ognuna delle quali è caratterizzata da relazioni esplicite ed approssimate tra un limitato numero di parametri di un modello prefissato. In tal modo il problema può disaccoppiarsi ed in generale non è necessario ricorrere ad una tecnica di minimizzazione su tutta la risposta strutturale. Peraltro deve essere possibile disporre di un numero di relazioni almeno pari al numero dei parametri del modello prefissato.

Le difficoltà insite nei due approcci descritti aumentano se interessa determinare il comportamento del materiale sottoposto a carichi ciclici. Infatti da un lato è necessario adottare un modello più completo, con un inevitabile incremento nel numero dei parametri da determinare, dall'altro l'errore introdotto nelle fasi di scarico e ricarica si ripercuote nella precisione dei parametri da utilizzare nel caso di carico monotono. Per questo motivo può essere preferibile determinare in una prima fase i soli parametri del modello validi per carico monotono e successivamente, mantenendo costanti le grandezze precedentemente determinate, individuare le modalità di scarico e ricarica.

La metodologia descritta sarà adottata nel seguito per determinare i parametri del modello di frattura coesiva in modalità di rottura di tipo I a partire dalla risposta sperimentale di travi inflesse su tre punti in conglomerato ad alta resistenza soggette a carichi ciclici.

## 2. RISULTATI SPERIMENTALI

Sono state eseguite prove sperimentali complete e stabili su elementi prismatici in conglomerato di dimensione 15x15x60 cm inflessi su tre punti. I provini presentavano una luce fra gli appoggi di 57 cm ed una intaglia iniziale persistente all'applicazione dei carichi di spessore 2 mm e profondità 9 cm. Il peso del provino era di 31.5 Kg.

Preventive prove di compressione su cubetti 15x15x15 cm e prove brasiliane su cilindri  $D=15$ ,  $L=16$  cm avevano fornito rispettivamente un carico di rottura di 221.7 t e di 15.55 t, con deviazione standard del 3.5% e del 3.0%. Il conglomerato può quindi essere considerato di classe C80 [CEB, 1993].

Nelle prove di flessione, i provini sono stati inseriti in parallelo in un telaio sufficientemente rigido (Fig.1a) così da trasformare l'azione di

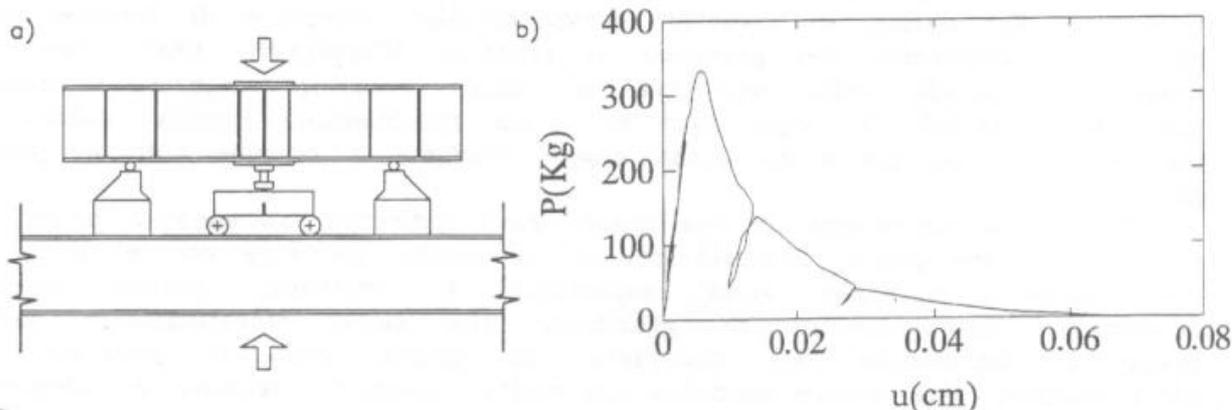


Fig.1 a) Dispositivo di prova, b) Risposta sperimentale

controllo esterna, il carico applicato al telaio, in controllo dello spostamento sul solo campione. Sul provino non gravava alcuna attrezzatura aggiuntiva.

Per ogni prova sono stati registrati il carico applicato in mezzera della trave,  $P$ , lo spostamento verticale del punto di applicazione del carico,  $u$ , e l'apertura della lesione al lembo inferiore della trave. Nel caso riportato in figura 1b, l'azione esterna e' stata fornita attraverso tre differenti cicli di carico e scarico.

### 3. IL MODELLO DI FRATTURA COESIVA

Ai fini dell'analisi della propagazione di una frattura, il conglomerato viene considerato come un materiale elasto-softening, caratterizzato cioe' da un comportamento elastico lineare ed isotropo per tensioni inferiori alla resistenza a trazione e da un comportamento degradante ed ortotropo una volta superato il picco tensionale.

La relazione costitutiva del conglomerato integro e' definita dalla relazione incrementale:

$$d\sigma = D_e d\epsilon$$

con  $D_e$  rigidezza elastica del materiale, costante al variare dello stato tensionale e deformativo. L'espressione precedente e' chiaramente integrabile per qualsiasi percorso di carico e fornisce la relazione totale  $\sigma = D_e \epsilon$ . La descrizione del comportamento del conglomerato in fase elastica richiede la conoscenza dei due parametri contenuti in  $D_e$ , modulo di elasticita' monodimensionale,  $E$ , e coefficiente di Poisson,  $\nu$ .

Per rappresentare l'evolvere della frattura si adotta il modello di frattura discreta [Hillerborg, 1976] che prevede di operare una sconnessione materiale qualora la tensione principale massima di trazione raggiunga il valore della resistenza a trazione del materiale,  $f_t$ . Una volta iniziato il processo di frattura, le tensioni inizialmente presenti sulla superficie di frattura, da considerarsi come trazioni superficiali di richiusura, vengono gradualmente decrementate all'aumentare dello spostamento relativo delle superfici libere create. Il modello distingue, quindi, una frattura reale ed una frattura fittizia. La frattura reale termina nel punto in cui le trazioni superficiali sono effettivamente nulle, quella fittizia nel punto in cui queste sono pari alla resistenza a trazione del materiale. Nella zona di processo intermedia, il modello numerico prevede sia una sconnessione materiale che la contemporanea presenza di trazioni superficiali (Fig.2a).

La relazione costitutiva della frattura discreta lega il vettore delle trazioni superficiali agenti sulle due superfici di una stessa frattura,  $f$ , con il vettore degli spostamenti relativi,  $w$ , delle stesse superfici. Concentrando l'attenzione su una modalita' di rottura di tipo I, presente ad esempio nel collasso di una trave inflessa su tre punti, il legame costitutivo si particolarizza nella relazione monodimensionale:

$$f^n = D^{nn} w^n$$

con  $f^n$  e  $w^n$  componenti di  $f$  e di  $w$  normali alla superficie di frattura.

La forma della relazione costitutiva della frattura discreta e' definita da  $D^{nn}$ . Nel caso di carico monotono e di comportamento "softening" lineare il termine  $D^{nn}$  si mantiene costante fino alla rottura del materiale e l'equazione di crisi, per integrazione della relazione precedente, si scrive come:

$$f_t^n = f_t (1 - \xi) \quad \xi = w^n / w_0$$

dove  $w_0$  e' lo spostamento relativo delle superfici della frattura oltre il quale si annullano le trazioni superficiali (Fig.2b). Il modello richiede quindi la determinazione dei due parametri  $f_t$  e  $w_0$ . L'energia di frattura necessaria a portare a completo distacco una superficie di area unitaria vale  $G_f = 0.5f_t w_0$ .

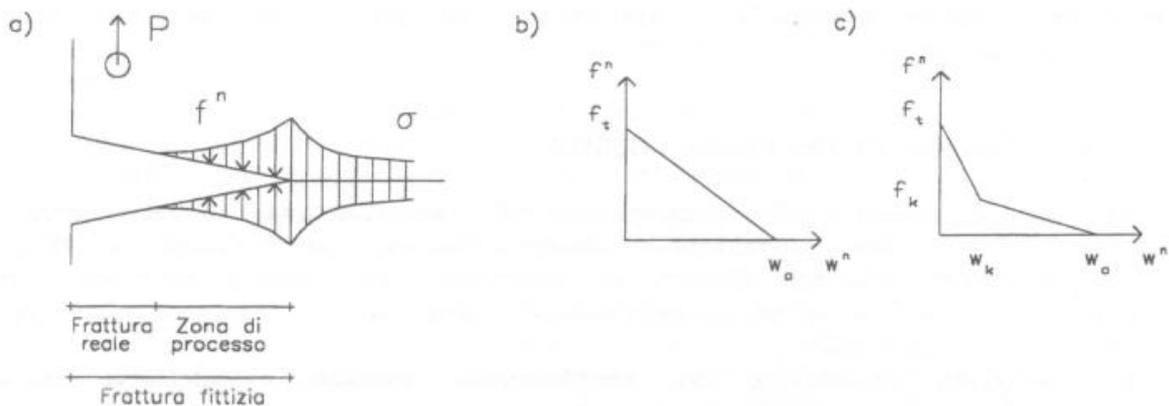


Fig.2 a) Modello di frattura coesiva, b,c) Degrado lineare e bilineare

Come esempio di degrado monotono non lineare si adotta l'espressione di crisi bilineare [Petersson, 1981], riportata in figura 2c:

$$\begin{aligned} f^n &= f_t [1 - (1-\alpha)\xi/\beta] & \text{per } \xi = w^n/w_0 \leq \beta \\ f^n &= f_t [\alpha(1-\xi)/(1-\beta)] & \text{per } \xi = w^n/w_0 > \beta \end{aligned} \quad (3.1)$$

con  $\alpha = f_k/f_t$ ,  $\beta = w_k/w_0$  e  $f_k$ ,  $w_k$  trazione superficiale e spostamento da frattura in corrispondenza del ginocchio della curva bilineare. Il modello richiede la determinazione di quattro parametri  $f_t$ ,  $w_0$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e l'energia di frattura vale  $G_f = 0.5f_t w_0(\alpha + \beta)$ .

Nel caso di carico ciclico, oltre ai parametri descritti e' necessario definire le modalita' di carico, scarico e ricarico. Se il materiale in campo elastico segue una legge di scarico coincidente con quella di carico, cio' non accade una volta che la frattura coesiva risulta attivata. In questo caso e' necessario stabilire sia un criterio di carico e scarico che la legge costitutiva con cui evolve il processo.

Nel generico punto la frattura coesiva e' considerata attiva qualora si manifesti uno spostamento relativo delle due superfici rappresentanti la frattura fittizia,  $w^n > 0$ , ed una contemporanea presenza di trazioni superficiali,  $w^n < w_0$ . Se le due superfici della frattura continuano ad allontanarsi,  $w^n > 0$ , il materiale sara' in uno stato di ulteriore carico, mentre se le stesse superfici riducono la loro mutua distanza,  $w^n \leq 0$ , il materiale seguira' un percorso di scarico. Il criterio di carico e scarico puo' quindi cosi' riassumersi:

$$\text{carico: } w_0 > w^n > 0 \text{ \& } \dot{w}^n > 0$$

$$\text{scarico: } w_0 > w^n > 0 \text{ \& } \dot{w}^n \leq 0$$

Il caso  $w^n < 0$  non viene preso in considerazione in quanto nelle travi inflesse in conglomerato si puo' escludere la crisi della struttura per schiacciamento del calcestruzzo, il cui comportamento in regime di compressione puo' essere quindi ipotizzato come indefinitamente elastico. Inoltre, per il tipo di azione ciclica adottata in sede sperimentale, le superfici una volta fratturate non sono piu' venute a contatto. Risulta infine evidente che il criterio di carico e scarico non puo' essere definito in

termini di incremento di trazioni superficiali poiche' in entrambi i casi si presenta la condizione  $\dot{f}^n < 0$ .

Si pone successivamente l'attenzione sulle modalita' di scarico ed in particolare su quei modelli che prevedono uno scarico di tipo lineare ed una legge di ricarico coincidente con quella di scarico fino al raggiungimento della curva vergine. L'unico elemento aggiuntivo e' quindi dato dalla pendenza della retta di scarico.

Un primo modello di comportamento, in analogia alla teoria della plasticita', prevede uno scarico di tipo elastico. L'elemento di frattura fittizia in fase di scarico e ricarico deve esclusivamente ripristinare la connessione strutturale e presenta quindi una rigidezza infinita. Un simile comportamento, riportato in figura 3a, e' caratterizzato dall'avere:

$$\dot{w}^n = 0. \quad (3.2)$$

Questa legge di scarico se puo' essere attendibile per piccole aperture relative della frattura fittizia, presenta una risposta troppo rigida quando il materiale degradato e' nella fase terminale del legame costitutivo. In tal caso, cioe' a frattura quasi completamente formata, un modesto processo di scarico puo' addirittura comportare tensioni di compressione sulla lesione.

Un secondo modello, derivato dalla Meccanica del Continuo con Danno, prevede uno scarico di tipo secante, piu' idoneo a rappresentare il comportamento dei materiali fragili. Il legame costitutivo del materiale fessurato in fase di scarico e ricarico e' dato dalla relazione:

$$f^n = w^n f_m / w_m \quad (3.3)$$

con  $f_m$  e  $w_m$  massima apertura della lesione raggiunta e trazione superficiale corrispondente. L'espressione precedente rappresenta una relazione omogenea tra  $f^n$  e  $w^n$  e prevede sempre un ritorno all'origine (Fig.3b).

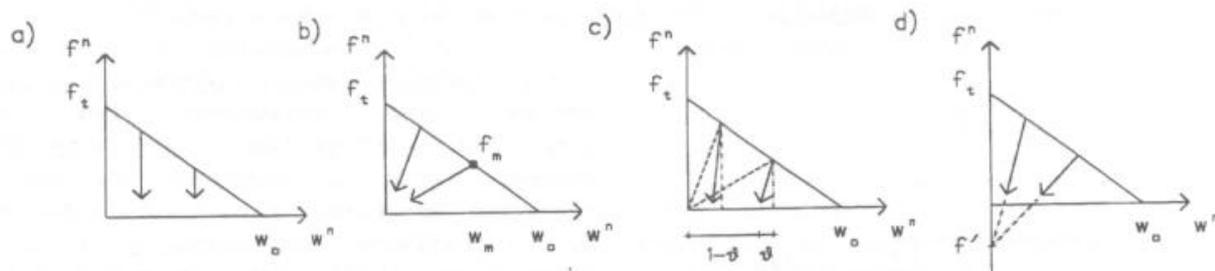


Fig.3 Modelli di scarico a) elastico b) secante c) misto d) del punto focale

E' possibile formulare un modello misto in cui la deformazione di scarico e' composta da una frazione elastica e da una frazione secante, opportunamente pesate fra loro:

$$\dot{w}^n = \vartheta \dot{w}_s^n + (1-\vartheta) \dot{w}_e^n \quad (3.4)$$

In particolare per  $\vartheta=0$  si ottiene una deformazione puramente elastica, mentre per  $\vartheta=1$  si ottiene una deformazione puramente secante. In termini incrementali, dalla (3.2) e dalla (3.3) si ha:

$$\dot{f}^n = \dot{w}_s^n f_m / w_m \quad \dot{w}_e^n = 0$$

Per sostituzione nella (3.4) si ottiene l'espressione:

$$\dot{w}^n = \vartheta \dot{f}^n w_m / f_m$$

che puo' essere facilmente integrata, supponendo  $\vartheta$  costante, con la condizione al contorno  $w^n = w_m, f^n = f_m$ . Si deriva quindi la seguente relazione totale valida

in fase di scarico (Fig.3c):

$$f^n = f_m \left[ \frac{w^n}{w_m} + (\vartheta - 1) \right] / \vartheta \quad (3.5)$$

Il modello, che richiede la sola determinazione del parametro  $\vartheta$ , puo' essere esteso introducendo un'espressione di  $\vartheta$  sempre costante con  $f^n$  e  $w^n$ , ma variabile con il massimo valore di apertura della lesione raggiunto,  $w_m$ , come ad esempio  $\vartheta = a + bw_m$ .

La variabilita' di  $\vartheta$  con  $w_m$  apre la strada al modello che puo' definirsi, in analogia a quanto proposto da Yankelevsky e Reinhardt [1987], del "punto focale". Lo scarico del materiale e' ancora supposto di tipo lineare, ma con una inclinazione tale da convergere le curve di scarico in un unico punto posto sull'asse delle trazioni superficiali (Fig.3d). La distanza di questo punto dall'origine, indicata con il simbolo  $f'$ , rappresenta l'unico parametro del modello. Da semplici considerazioni analitiche, la relazione costitutiva in fase di scarico e ricarica si esplicita in termini totali come:

$$f^n - f' = (f_m - f') w^n / w_m \quad (3.6)$$

Il modello misto e quello del punto focale sono strettamente legati fra loro. Infatti la pendenza della relazione (3.6) vale  $df^n/dw^n = (f_m - f')/w_m$  che confrontata con quella derivata dalla (3.5)  $df^n/dw^n = f_m/(\vartheta w_m)$  fornisce la relazione fra  $\vartheta$  e  $f'$ :

$$\vartheta = f_m / (f_m - f')$$

#### 4. IL MODELLO STRUTTURALE

Si prende in esame la struttura sottoposta a prova di flessione su tre punti descritta al paragrafo 2. Per semplicita' lo spessore dell'intaglia iniziale viene assunto nullo in conformita' al modello di frattura lineare.

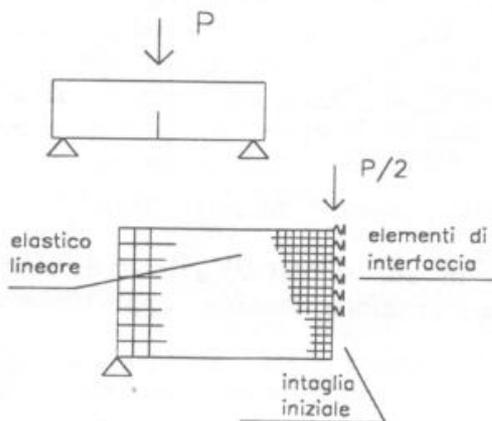


Fig.4 modello strutturale

Il modello matematico e' riportato in precedenti lavori [Goretti, 1992] e verra' solo accennato. Per la geometria strutturale in oggetto, essendo nota la posizione dell'unica frattura presente, si adotta l'ipotesi di frattura discreta coesiva [Hillerborg, 1976]. Per simmetria solo una meta' della struttura viene discretizzata con 323 nodi ed 282 elementi finiti quadrangolari e triangolari, dal comportamento lineare ed in stato di tensione piano. Sulla sezione di mezziera sono posizionati 41 nodi in cui concorrono altrettanti elementi finiti monodimensionali di interfaccia, in grado di rappresentare la zona di processo ed il degrado delle trazioni superficiali (Fig.4).

Gli elementi di interfaccia possono trasmettere per simmetria esclusivamente forze perpendicolari alla sezione di mezziera. Inoltre se rappresentativi di una porzione di solido ancora integro, non permettono spostamenti orizzontali della sezione di frattura. Si ipotizza che questa connessione rigida sia presente in tutti gli elementi di interfaccia compressi ed in quelli tesi solo se le rispettive tensioni sono inferiori alla

resistenza a trazione del materiale. Una volta raggiunto tale valore si attiva il legame costitutivo degradante della frattura coesiva secondo una delle espressioni riportate al paragrafo precedente.

Poiche' la non linearita' del modello e' contenuta integralmente negli elementi di interfaccia, tramite una operazione di condensazione statica sono stati mantenuti attivi i soli 42 gradi di liberta' corrispondenti alle traslazioni orizzontali della sezione di mezzeria ed allo spostamento verticale del punto di applicazione del carico. La strategia di soluzione adottata e' di tipo incrementale iterativo in cui le iterazioni di convergenza vengono arrestate nel caso in cui la norma del residuo squilibrato risulti inferiore al 2% della norma dell'incremento di carico. La struttura e' sottoposta ad un controllo indiretto degli spostamenti [De Borst, 1987; Goretti, 1993].

#### 4. IDENTIFICAZIONE DEI PARAMETRI DEL MODELLO

I parametri del conglomerato in fase elastica, modulo di elasticita' monodimensionale,  $E$ , e coefficiente di Poisson,  $\nu$ , sono stati valutati a partire dal comportamento del materiale integro, mentre i parametri del modello di frattura coesiva  $f_t$ ,  $w_0$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\phi$  o  $f'$  sono stati ottenuti per via indiretta tramite prove di flessione su tre punti.

Eliminando dalla risposta sperimentale i rami ciclici, sono stati determinati inizialmente i parametri del modello per carico monotono, secondo le due diverse metodologie dell'identificazione esplicita e dell'ottimizzazione non lineare. Successivamente, mantenendo costanti i valori delle grandezze precedentemente determinate, e' stato valutato l'unico parametro necessario a definire la legge lineare adottata per lo scarico della frattura coesiva. Il motivo della scelta metodologica di identificare in maniera disaccoppiata la fase di carico e quella di scarico va ricercato nel desiderio di determinare nel modo piu' accurato possibile le proprieta' del materiale lungo la curva vergine.

##### 4.1 Carico monotono: identificazione esplicita

Questo metodo si basa sulla possibilita' di disporre di relazioni note fra i parametri del modello adottato, separando la risposta strutturale in piu' regioni, ognuna influenzata da un limitato numero di parametri.

Per una modalita' di rottura di tipo I e monotona, un esempio e' offerto dal metodo G.B.F. (General Bilinear Fitting) proposto da Planas [1992] e rivisitato in Goretti [1995]. Gli autori propongono di determinare i quattro parametri della curva di degrado bilineare attraverso le seguenti operazioni:

- a) La resistenza a trazione e' valutata da una prova brasiliana;
- b) L'energia di frattura e' valutata da una prova stabile di flessione su tre punti;
- c) Il baricentro dell'area sottesa alla curva di degrado e' determinato dalla coda del percorso di equilibrio;
- d) La pendenza del primo tratto della curva di degrado e' determinato dall'effetto dimensionale sul carico di picco se il provino ha piccole dimensioni strutturali.

In Valente [1995] e' riportata una analisi critica delle espressioni di cui ai punti precedenti ed una valutazione dell'errore atteso al variare dei parametri del modello e della geometria strutturale. L'applicazione del metodo al risultato sperimentale di figura 1 [Goretti, 1995] ha fornito i seguenti valori dei parametri:  $f_t=41.4$  Kg/cmq,  $w_0=0.189$  mm,  $\alpha=0.106$ ,  $\beta=0.09$ .

#### 4.2 Carico monotono: identificazione con ottimizzazione non lineare

Qualora sia richiesta una maggiore accuratezza dei risultati o non siano disponibili relazioni esplicite tra i parametri del modello adottato e' necessario ricorrere alla determinazione simultanea dei parametri del modello tramite tecniche di ottimizzazione non lineare [Dahlquist, 1974].

La funzione di errore da rendere minima puo' essere ragionevolmente assunta nello scarto tra funzione misurata e calcolata:

$$\mathcal{E}=(P^m-P^c)^T(P^m-P^c)$$

con  $P^m$  e  $P^c$  vettori di carico misurato e calcolato, valutati in corrispondenza dello stesso insieme di ascisse curvilinee, introdotte al posto dello spostamento verticale del punto di applicazione del carico,  $u$ , ad evitare problemi connessi alla non monotonia di  $u$  nei fenomeni di "snap-back" o nei rami di scarico.

L'algoritmo adottato per individuare il minimo della funzione precedente fa uso delle derivate parziali della funzione di errore rispetto ai parametri del modello al fine di ridurre il tempo di soluzione poiche' ad ogni iterazione deve essere ricomputata una intera risposta strutturale in campo non lineare.

Tuttavia proprio per questo motivo, l'algoritmo non e' particolarmente robusto qualora il minimo di  $\mathcal{E}$  non sia ben pronunciato. In questi casi si possono ottenere parametri poco significativi e si rende allora necessario caratterizzare con piu' precisione la funzione di errore assumendo ad esempio piu' punti di misura sull'asse dell'ascissa curvilinea. In Goretti [1994] e' riportata un'analisi critica delle possibili alternative per regolarizzare la soluzione nel caso di sistema malcondizionato. L'applicazione del metodo alla precedente prova sperimentale [Goretti, 1995] ha fornito i seguenti valori dei parametri:  $f_t=41.1$  Kg/cm<sup>2</sup>,  $w_0=0.179$  mm,  $\alpha=0.165$ ,  $\beta=0.129$ . La risposta strutturale ottenuta e' riportata in figura 5a e ben riproduce il dato sperimentale, corretto per tener conto degli effetti del peso proprio. Da notare anche la buona rispondenza tra il valore dei parametri ottenuti con le due diverse metodologie di identificazione.

#### 4.3 Carico ciclico: identificazione con ottimizzazione non lineare

Mantenendo costanti le grandezze precedentemente determinate si e' valutato l'unico parametro  $\phi$  o  $f'$ , necessario a individuare la legge di scarico adottata (Par.3). Poiche' la risposta misurata e quella calcolata inevitabilmente non coincidono nel punto in cui sperimentalmente si e' effettuata l'inversione del carico, al fine di influenzare il meno possibile la determinazione del parametro incognito, la riduzione di carico e' stata imposta a partire dal punto estrapolato dalla curva misurata su quella calcolata in maniera tale da mantenere la stessa pendenza di scarico.

Nel caso in esame non si e' potuto ricorrere ad una identificazione esplicita, non disponendo di una relazione analitica tra il parametro incognito a livello di elemento materiale e la pendenza della curva di scarico a livello strutturale. Ogni elemento materiale si trova infatti in uno stato tensionale differente e concorre in maniera differente a definire la rigidezza strutturale.

E' possibile comunque svolgere alcune considerazioni a livello strutturale. Trascurando il primo ciclo di carico per la non apprezzabile variazione di pendenza rispetto alla curva di primo carico, dall'esame del processo di frattura sulla sezione di mezzeria si evince che nel secondo e nel terzo ciclo di carico al momento dello scarico la frattura reale non si e'

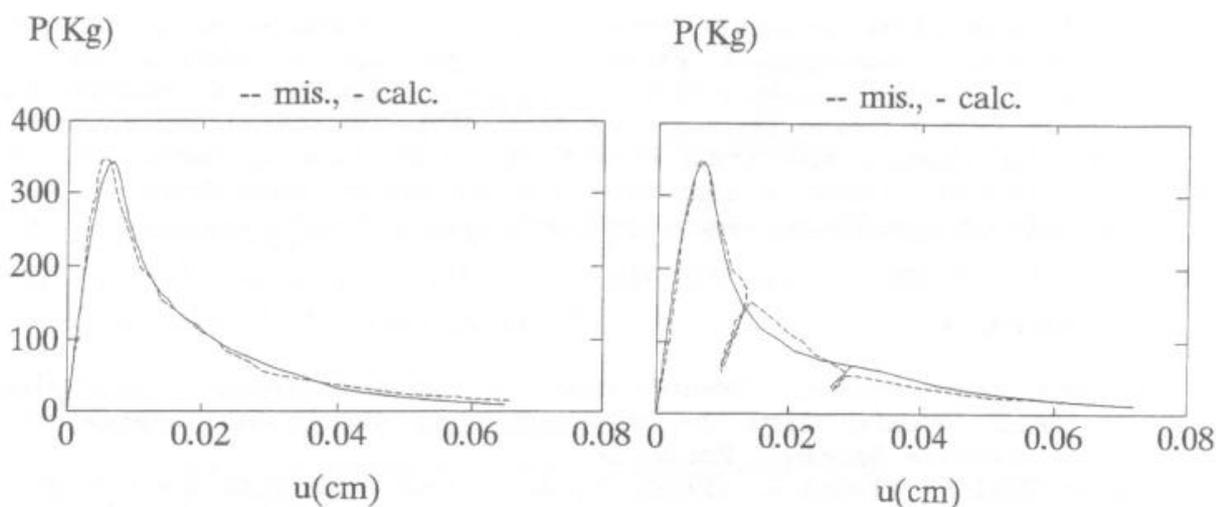


Fig.5 a) Ottimizzazione non lineare per carico monotono, b) Identificazione esplicita per carico monotono e ottimizzazione del parametro di scarico

ancora propagata. Di conseguenza se il materiale seguisse un processo di scarico elastico si avrebbe a livello strutturale una pendenza pari a quella di primo carico. Viceversa se il materiale presentasse uno scarico secante, la risposta strutturale ritornerebbe all'origine. E' possibile quindi valutare a livello di risposta strutturale gli stessi parametri introdotti al paragrafo 3 a livello di risposta materiale:

$$2 \text{ ciclo: } K_{\text{per}} = 2.41 \times 10^4, K_{\text{el}} = 6.55 \times 10^4, K_{\text{sec}} = 1.13 \times 10^4, \vartheta = 0.32, P' = -171.5$$

$$3 \text{ ciclo: } K_{\text{per}} = 1.21 \times 10^4, K_{\text{el}} = 6.55 \times 10^4, K_{\text{sec}} = 0.20 \times 10^4, \vartheta = 0.14, P' = -284.0$$

dove  $\vartheta$  indica sempre il contributo della frazione elastica e secante alla deformazione di scarico totale e  $P'$  e' l'intersezione della retta di scarico con l'asse del carico.

Poiche' dai risultati precedenti non si deduce alcuna utile informazione a livello materiale, si e' ricorso ad una ottimizzazione non lineare sul parametro incognito  $\vartheta$  o  $f'$ , adottando la stessa funzione di errore e lo stesso algoritmo di soluzione presentati al punto 4.2. I parametri del materiale sottoposto a carico monotono, mantenuti costanti nel corso della procedura, sono stati quelli desunti con il metodo esplicito.

Assumendo come incognito il parametro  $\vartheta$ , la strategia di soluzione non ha raggiunto convergenza, mentre per il modello di punto focale si e' ottenuto per  $f'$  il valore di  $-17.9 \text{ Kg/cm}^2$ , che rappresenta in valore assoluto circa il 44% della resistenza a trazione del materiale. Pur necessitando di ulteriori approfondimenti sembra quindi che il modello di punto focale possa meglio rappresentare le modalita' di scarico del materiale. La risposta strutturale e' confrontata con quella sperimentale in figura 5b.

## 5. CONCLUSIONI

Sono stati identificati i parametri del modello di frattura coesiva in modalita' di rottura di tipo I, monotona e ciclica, a partire da prove sperimentali complete e stabili su travi inflesse in conglomerato ad alta resistenza, precedentemente intagliate. Si sono inizialmente determinati i parametri del modello per carico monotono, secondo le due diverse metodologie dell'identificazione esplicita e dell'ottimizzazione non lineare che hanno fornito risultati in sostanziale accordo fra loro. Successivamente, mantenendo

costanti i valori delle grandezze precedentemente determinate, si e' valutato l'unico parametro necessario a definire la legge lineare adottata per lo scarico della frattura coesiva. Tra le possibili alternative, il modello del punto focale sembra meglio rappresentare le modalita' di scarico del materiale degradato. La risposta strutturale ottenuta sia nella fase di carico, che di scarico e ricarico, riesce a riprodurre con sufficiente accuratezza il dato sperimentale, confermando la valenza applicativa della procedura proposta.

## BIBLIOGRAFIA

- BAZANT Z.P., (1989), "Identification of Strain-Softening Constitutive Relation from Uniaxial Tests by Series Coupling Model for Localization", *Cement and Concrete Research*, Vol.19, n.6.
- CARPINTERI A., FERRO G., (1992), "Apparent Tensile Strength and Fictitious Fracture Energy of Concrete: an Unitary Explanation for Related Size Effects", *Int. Conf. on Fract. and Dam. of Concr. and Rock*, Vienna.
- CEB-FIP, (1993), "CEB-FIP Model Code", Bull. d'Inform. N.213-214, Losanna.
- DAHLQUIST G., BJORK A., *Numerical Methods*, Prentice Hall, 1974.
- DE BORST R., (1987), "Computation of Post-bifurcation and Post-failure Behaviour of Strain-softening Solids", *Comp. and Struct.*, Vol.25, N.2.
- GORETTI A., (1992), "Nuovi Modelli di Comportamento del Conglomerato Teso", Tesi di Dottorato, IV Ciclo, Univ. di Roma, "La Sapienza".
- GORETTI A., (1993), "Aspetti Computazionali nella Propagazione di una Frattura Coesiva", *7 Conv.Ital.Mecc.Comp.*, Trieste.
- GORETTI A., VALENTE C., (1994), "Considerazioni sull'Identificazione delle Proprieta' dei Materiali Eterogenei Fragili", *8 Conv.Ital.Mecc.Comp.*, Torino.
- GORETTI A., VALENTE C., PERNO S., (1995), "Indirect Determination of the Fracture Properties through Three Point Bending Tests", *Int. Conf. on Comp.Meth. and Experim.Measur.*, Capri.
- HILLERBORG A., MODEER M., PETERSSON P.E., (1976), "Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements", *Cement and Concrete Research*, Vol.6.
- HORDIJK A., ROTS G., REINHARDT H.W., (1987), "Finite Element Supported Fracture Testing of Concrete", *Proc. IABSE Symp. on Comp.Mech. of Concrete*, Delft, Netherlands, IABSE, Zurigo.
- MAZARS J., RAMTANI S., BERTHAUD Y., (1988), "An Experimental Procedure to Delocalize Tensile Failure and to Identify the Unilateral Effect of Distributed Damage", *Proceedings of France-US Workshop on 'Strain Localization and Size Effect Due to Cracking and Damage'*, Cachan.
- ORTIZ M., (1989), "Extraction of Constitutive Data from Specimens Undergoing Strain Localization", *J. of Engr. Mech. Div.*
- PETERSSON P.E., (1981), "Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similar Materials", *Report TVBM-1006 Div.Build.Mater.*, Lund Inst. of Techn., Lund, Sweden.
- PLANAS J., GUINEA G.V., ELICES M., (1992), "Long-tailed Softening Curves for Concrete and Structural Response", *Int.Conf. on Fracture and Damage of Concrete and Rock*, Vienna.
- VALENTE C., GORETTI A., (1995), "Identification Procedures and Estimates Accuracy of the Concrete Fracture Properties", *Report DISG, Univ.Roma, "La Sapienza"*, in corso di stampa.
- YANKELEVSKY Z., REINHARDT H.W., (1987), "Focal Point Model for uniaxial Behaviour of Concrete", *Proc. IABSE Symp. on Comp.Mech. of Concrete*, Delft, Netherlands, IABSE, Zurigo.