

## Studio di propagazione di cricche in materiali omogenei e compositi per impiego aeronautico

G. Ikonomopoulos, M. Marchetti

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"  
Facoltà di Ingegneria, Dipartimento Aerospaziale  
Via Eudossiana 16, 00184 Roma, Italia

### Sommario

In questo lavoro vengono presi in considerazione due materiali tipici per le costruzioni aeronautiche: una lega leggera di Alluminio (2024-T6) ed un composito vetro-epossidico (SP250-S2). Lo studio è rivolto all'analisi delle cricche ed in particolare alla loro propagazione ed è stato effettuato sia numericamente che sperimentalmente.

Per lo studio numerico viene usato il *'metodo degli elementi al contorno'* con due differenti approcci: utilizzo della *funzione di Green* per l'analisi dei compositi e *'dual boundary element method'* per l'analisi nel caso di materiale omogeneo.

Nelle prove sperimentali viene utilizzato il *'Caustic method'* e la tecnica dei *liquidi penetranti* che permettono in modo semplice ed affidabile di determinare il percorso di propagazione della cricca.

### 1. Introduzione

Nel campo delle costruzioni aeronautiche si possono verificare cedimenti strutturali catastrofici causati dalla presenza di una o più cricche che si propagano oltre il limite di sicurezza. Le cricche, presenti in tutte le strutture, causate da difetti di fabbricazione o danneggiamento delle strutture durante il loro esercizio, possono svilupparsi in lunghezza con conseguente diminuzione della resistenza della struttura [1]. Questa crescita può essere la conseguenza di un sovraccarico della struttura, di un ciclo di fatica, corrosione ect e può portare alla rottura della medesima.

La frattura, come effetto catastrofico, avviene molto rapidamente. Generalmente è preceduta da una lenta crescita della cricca durante il normale esercizio [2] e quindi è necessario conoscere l'effetto della cricca sulla resistenza residua della struttura, il percorso che la stessa segue durante la sua crescita ed anche la sua velocità di propagazione.

## 2. Considerazioni sul metodo degli elementi al contorno

I problemi ingegneristici nel campo della meccanica della frattura necessitano dello studio del comportamento della cricca sottoposta ad una grande varietà di condizioni di carico. Questi problemi sono abbastanza complicati persino nei casi bidimensionali, per cui è necessario usare tecniche numeriche per la loro risoluzione.

Nel presente studio è stato applicato, con notevole successo, il metodo degli elementi al contorno (BEM) per la risoluzione di problemi di propagazione di cricche. Questo metodo dà dei risultati particolarmente soddisfacenti nel campo della meccanica della frattura, soprattutto perché fa uso di semplicissime discretizzazioni per il contorno ed è estremamente veloce nel calcolo numerico. In questo paragrafo vengono fatte alcune considerazioni sull'impostazione e caratteristiche generali di tale metodo.

Una cricca ideale è formata da due linee o superfici che occupano la stessa posizione nel piano o nello spazio e sono unite tra di loro in un punto (caso bidimensionale) o lungo una linea (caso tridimensionale) con un angolo di  $180^\circ$  (apice della cricca).

Gli sforzi all'apice della cricca possono essere espressi da una serie infinita di termini, inversamente proporzionali alla radice della distanza dall'apice della cricca [3]. Secondo questo approccio, il valore dello sforzo all'apice della cricca è infinito.

Il coefficiente del primo termine della suddetta serie è noto come il "Fattore di intensità degli sforzi" (SIF) ed è generalmente considerato come il parametro più importante nei problemi di meccanica della frattura. Nonostante ciò, recenti studi hanno dimostrato che anche il secondo termine della suddetta serie può essere molto importante nella determinazione del comportamento del materiale molto vicino all'apice della cricca.

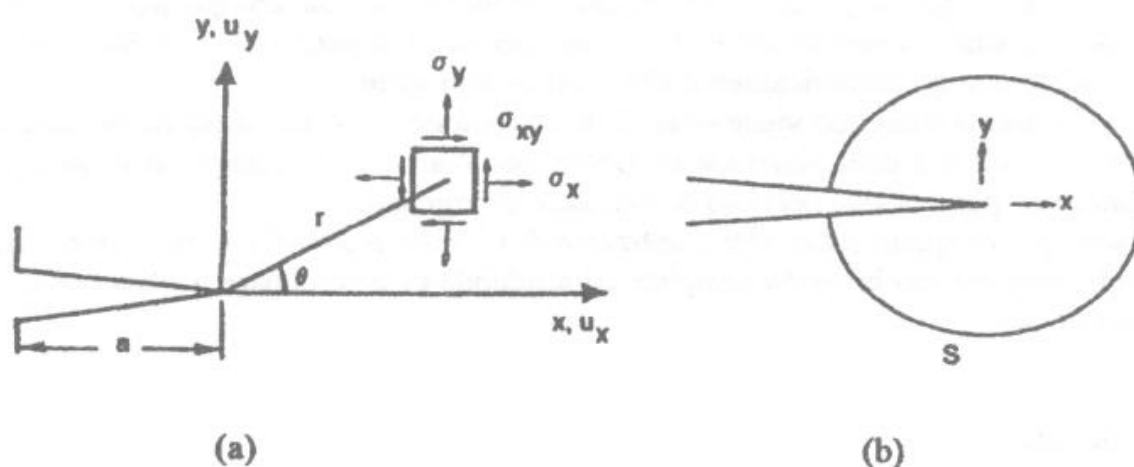


Figura 1: Rappresentazione schematica dell'apice della cricca; sistema di coordinate (a), percorso di integrazione (b).

Considerando un sistema di coordinate come in Fig. 1a ed un generico punto distante  $(r, \theta)$  dall'apice della cricca, le relazioni che determinano gli sforzi e gli spostamenti sono le seguenti [4]:

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + O(r^0) + O(r^{\frac{1}{2}})$$

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[ 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + O(r^0) + O(r^{\frac{1}{2}})$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + O(r^0) + O(r^{\frac{1}{2}}) \quad (1)$$

$$u_x = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ \frac{1}{2}(\kappa - 1) + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[ \frac{1}{2}(\kappa + 1) + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] + O(r)$$

$$u_y = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[ \frac{1}{2}(\kappa + 1) - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ \frac{1}{2}(1 - \kappa) + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] + O(r)$$

dove:

$K_I$  e  $K_{II}$  sono i SIF per i modi di apertura I e II rispettivamente,  $\mu$  modulo di taglio,  $\nu$  il coefficiente di Poisson e  $\kappa$  vale  $(3-4\nu)$  per il caso di deformazione piana e  $(3-\nu)/(1+\nu)$  per il caso di sforzo piana.

Nel caso in cui, sforzi e spostamenti sono stati determinati sul contorno di una struttura criccata, questi valori possono essere usati per ottenere i SIF. Quest'ultimo calcolo è indipendente dal metodo usato per ottenere i suddetti valori iniziali degli sforzi e spostamenti.

Per il calcolo del SIF, i metodi che utilizzano delle informazioni provenienti da una zona vicino all'apice della cricca si chiamano "Metodi Nodali", mentre i "Metodi Integrali" usano delle informazioni provenienti dalla modellazione di una zona molto più ampia.

I metodi nodali necessitano una grande accuratezza nella modellazione della zona vicino all'apice della cricca, mentre i metodi integrali sono meno sensibili a tale modellazione.

Considerando la distanza  $r$  sufficientemente piccola, i termini del secondo ordine nelle (1) possono essere trascurati. Da queste equazioni è possibile ottenere:

$$K = f(\theta) \frac{u}{\sqrt{r}} \quad (2)$$

In molte implementazioni del BEM la (2) viene usata per valutare  $K$  attraverso lo spostamento in un singolo nodo.

La determinazione del SIF attraverso i metodi integrali è più complessa. Si considera per semplicità il caso di sforzo piana e una cricca caricata a trazione secondo il modo I. Il rilascio unitario di energia è dato da:  $G = \frac{\partial U}{\partial a}$ , dove  $U$  rappresenta l'energia di deformazione.  $G$  è direttamente legato al SIF secondo la seguente espressione:

$$K = (EG)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Avendo una distribuzione di carichi  $p(x)$  sulla superficie di frattura, si ha:

$$G = \frac{1}{2} \int_0^a p(x) \frac{\partial v(x,a)}{\partial a} dx \quad (4)$$

dove  $v(x,a)$  rappresenta lo spostamento di apertura della cricca.

Considerando due soluzioni distinte per lunghezze della cricca  $a$  e  $(a+\delta a)$  rispettivamente, è possibile valutare la seguente espressione:  $m(x,a) = \frac{\partial v(x,a)}{\partial a}$  e quindi valutare  $G$  dalla (4) ed ottenere  $K$  attraverso la (3).

Il "J-integrale" [5] viene calcolato su di un percorso aperto, con inizio sulla superficie inferiore di frattura e fine sulla superficie superiore di frattura con movimento antiorario, Fig. 1b. Per superfici di frattura libere (nessun carico è applicato sulla cricca), questo integrale è indipendente dal percorso e per il caso di apertura secondo il Modo I si ha:

$$J = \int_s W dy - T \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) dS \quad (5)$$

dove  $W$  è l'energia di deformazione per unità di volume,  $T$  è il vettore delle tensioni applicate sul contorno. Nel caso elastico lineare  $J$  è perfettamente equivalente a  $G$  ma può essere utile anche per problemi con forti plastificazioni intorno all'apice della cricca.

I metodi degli elementi al contorno cosiddetti "diretti", sono stati estensivamente studiati [6,7], ma per la soluzione di problemi di meccanica della frattura (presenza di cricca ideale), questi metodi degenerano. Infatti, la presenza di due superfici o linee con le stesse coordinate conduce ad un sistema di equazioni estremamente mal condizionato. Esistono comunque dei metodi per superare queste difficoltà come vedremo successivamente.

Nei metodi diretti l'elaborazione analitica inizia con la riscrittura della equazione di Navier in forma integrale in termini degli spostamenti nel corpo.

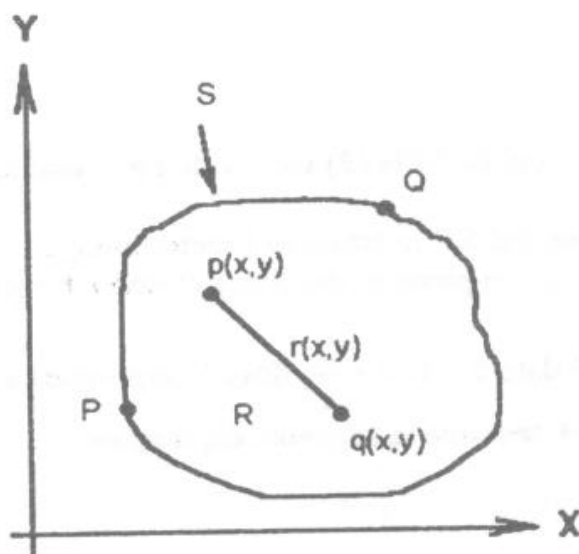


Figura 2: Considerazioni geometriche nei metodi diretti.

Per problemi elastici, Fig. 2, nel caso che il carico  $t_j$  sia applicato solo sul contorno, le relazioni che forniscono lo spostamento  $u_i(p)$  e lo sforzo  $\sigma_{ik}(p)$  nel generico punto interno  $p$  sono dati dalle seguenti espressioni:

$$u_i(p) = \int_s U_{ij}(p,Q) t_j(Q) dS - \int_s T_{ij}(p,Q) u_j(Q) dS \quad (6)$$

$$\sigma_{ik}(p) = \int_s U_{ikj}^\sigma(p, Q) t_j(Q) dS - \int_s T_{ikj}^\sigma(p, Q) u_j(Q) dS \quad (7)$$

Le relazioni (6), (7), implicano la conoscenza degli sforzi e degli spostamenti in ogni punto del contorno. Questi possono essere ottenuti risolvendo la cosiddetta Boundary Integral Equation (BIE) [8]:

$$C_{ij} u_j(P) + \int_{\langle s \rangle} T_{ij}(P, Q) u_j(Q) dS = \int_{\langle s \rangle} U_{ij}(P, Q) t_j(Q) dS \quad (8)$$

con:

$$C_{ij}(P) = \int_{\langle s \rangle} T_{ij}(P, Q) dS \quad (9)$$

Le funzioni U e T indicano le soluzioni dell'equazione di Navier corrispondenti rispettivamente al carico e spostamento unitario applicato al generico punto Q sul contorno. Per il problema generico, bidimensionale ed in mancanza di cricca, i nuclei U e T sono dati da [9]:

$$U_{\mu}(p, q) = \frac{\left[ (3 - 4\nu) \delta_{ij} \log\left(\frac{1}{r}\right) + r_j r_j \right] e_j}{[8\pi\mu(1 - \nu)]} \quad (10)$$

$$T_{\mu}(p, q) = - \frac{\left\{ \left( \frac{dr}{dn} \right) [(1 - 2\nu) \delta_{ij} + 2r_j r_j] - (1 - 2\nu) [n_j r_j - n_i r_j] \right\}}{[4\pi(1 - \nu)r(p, q)]} \quad (11)$$

Come è noto, la BIE ha l'importante caratteristica di soddisfare completamente l'equilibrio all'interno del corpo, per una data soluzione al contorno. In essa l'unica fonte di errore sta nella discretizzazione del contorno. La sua grande vicinanza però alle equazioni differenziali di equilibrio comporta anche una grande limitazione. Essa degenera nel caso di un corpo contenente due superfici di contorno che occupano la stessa posizione (cricca).

Nel caso di un problema bidimensionale anisotropo ed in presenza di una cricca piana, facendo uso delle funzioni di Green, la cricca viene simulata numericamente e tutte le sue caratteristiche vengono incluse nei nuclei U e T. Così è possibile utilizzare le stesse espressioni precedentemente scritte, ma questa volta i suddetti nuclei sono dati dalle seguenti espressioni [9]:

$$U_{ij}(p, q; L) = 2 \operatorname{Re} \left[ \sum_{k=1}^2 P_{ik} \phi_{jk}(z_k, c_k) \right] \quad (12)$$

$$T_{ij}(p, q; L) = 2 \operatorname{Re} \left[ \sum_{k=1}^2 Q_{ik} (\mu_k n_1 - n_2) \frac{d\phi_{jk}(z_k, c_k)}{dz_k} \right] \quad (13)$$

Naturalmente, il problema della presenza di una cricca, oltre che con l'ausilio delle funzioni di Green può essere risolto anche con altri metodi. Uno di essi è il cosiddetto "Dual

*Boundary Element Method*" il quale introduce una ulteriore equazione integrale al contorno completamente indipendente ma con lo stesso passo di integrazione valido per la BIE iniziale. In questo modo, pur mantenendo lo stesso passo di integrazione per le due superfici coincidenti, le corrispondenti equazioni integrali al contorno sono ora distinte.

In questo metodo dunque si discretizza la cricca con due equazioni integrali al contorno indipendenti date dalle seguenti espressioni [10]:

$$\frac{1}{2}u_j(x') + \int_{\Gamma_r} T_{ij}(x',x)u_j(x)d\Gamma(x) = 0 \quad (14)$$

$$n_i(x') \int_{\Gamma_r} S_{ki}(x',x)u_k(x)d\Gamma(x) = 0 \quad (15)$$

Esse sono rispettivamente l'equazione degli spostamenti e l'equazione delle tensioni, applicate sulla parte superiore ed inferiore della cricca, Fig. 3.

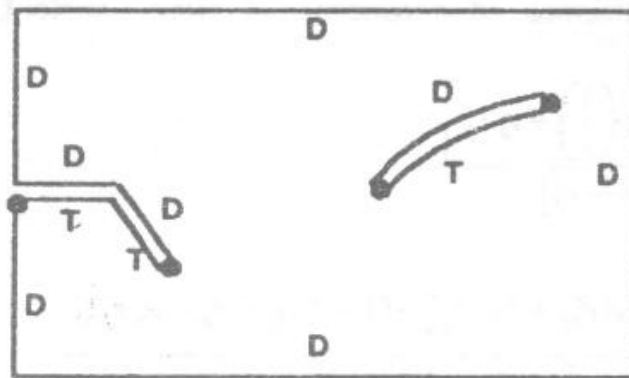


Figura 3: Modellazione secondo il Dual Boundary Element Method.

In Fig. 3, la lettera D rappresenta l'equazione integrale al contorno degli spostamenti mentre T rappresenta quella delle tensioni. I punti invece all'apice della cricca rappresentano le zone dove gli integrali in parte principale non sono definiti.

#### 4. Procedure numeriche e risultati

Il codice numerico utilizzato per lo studio di propagazione di cricche presenti in un materiale composito, effettua una analisi bidimensionale del campo di tensione all'interno del corpo e determina i parametri più importanti nel campo della meccanica della frattura. Esso è capace di elaborare problemi di geometria comunque complicata considerando il materiale isotropo o anisotropo ma comunque elastico lineare. In particolare, un laminato in composito viene simulato come una serie di strati di materiale omogeneo anisotropo con comportamento elastico lineare. Il codice utilizza una speciale funzione di Green la quale può essere richiamata per simulare analiticamente le cricche. Questa speciale funzione di Green fa uso della soluzione bidimensionale di Kelvin per un carico puntiforme applicato su di un materiale comunque anisotropo. La risultante BIE contiene una cricca di lunghezza  $2a$  che può essere posizionata ovunque, sia all'interno del corpo, sia sul contorno.

La propagazione della cricca in un materiale omogeneo invece viene studiata con un altro codice numerico che fa uso del *"Dual Boundary Element Method"*. Questo codice è capace di studiare problemi di propagazione di cricche nel ambito della meccanica della frattura

elastico-lineare. In questo programma la cricca viene discretizzata utilizzando le (14), (15) rispettivamente per la superficie superiore ed inferiore della cricca e con lo stesso passo di integrazione per ogni coppia di punti coincidenti. In particolare, i fattori di intensità degli sforzi vengono calcolati con l'ausilio del J-integrale, mentre la direzione di propagazione della cricca viene stabilita con l'utilizzo del criterio del massimo sforzo principale.

È importante mettere bene in evidenza una caratteristica fondamentale del presente studio. Il percorso che la cricca segue durante la sua propagazione -fenomeno con comportamento tutt'altro che elastico lineare-, viene invece simulato con procedure numeriche che fanno esclusivamente uso della teoria elastico-lineare. Ne risultano codici di piccole dimensioni, veloci nel calcolo e con bassi costi computazionali.

Il primo caso studiato riguarda la determinazione del percorso di propagazione di una cricca su materiale omogeneo (lega leggera di Alluminio (2024-T6)).

Le sue caratteristiche elastiche sono:  $E = 70 \cdot 10^3 \frac{N}{mm^2}$  ;  $\nu = 0.3$ .

Sono stati utilizzati provini sottili di 1.5mm di spessore. Le altre caratteristiche geometriche, nonché il carico applicato, possono essere osservate nelle Fig. 4a, b. Complessivamente è stata studiata la propagazione per tre posizioni iniziali della cricca ( $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ) in due tipi di provini, senza foro ed in presenza del foro centrale. Le prove con la presenza del foro centrale sono state effettuate per verificare l'influenza di esso sulla direzione di propagazione.

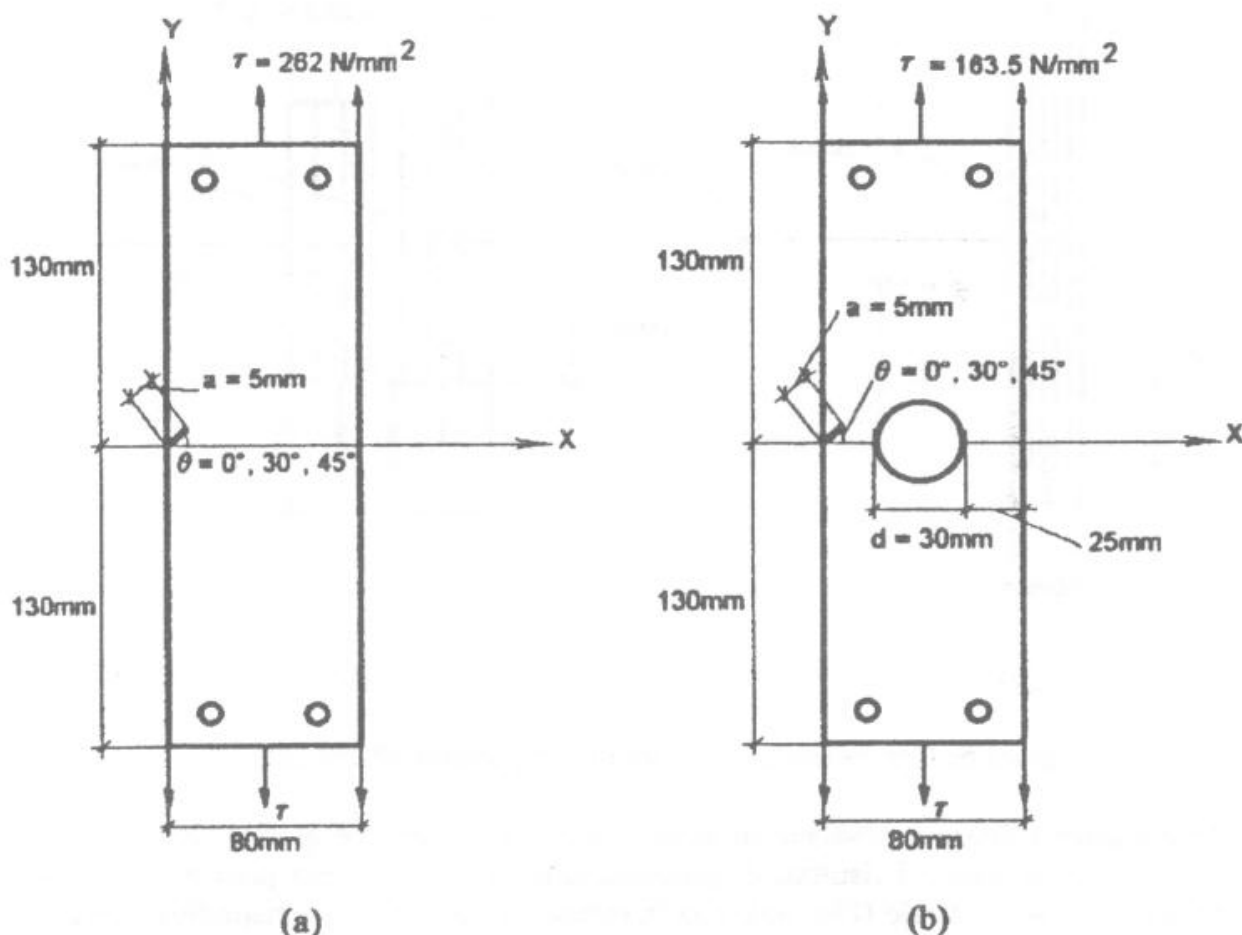


Figura 4: Geometria dei provini in lega leggera (2024-T6), (a) senza foro, (b) con la presenza del foro centrale.

Per lo studio della propagazione di cricche in materiali compositi invece, è stato considerato un laminato unidirezionale in fibra di vetro e resina epossidica (SP250-S2) con le seguenti caratteristiche:

$$E_1 = 48.26 \cdot 10^3 \frac{N}{mm^2} \quad ; \quad E_2 = 14.5 \cdot 10^3 \frac{N}{mm^2} \quad ; \quad G_{12} = 67 \cdot 10^3 \frac{N}{mm^2} \quad ; \quad \nu = 0.26$$

$$\rho = 1.86 \cdot 10^{-5} \frac{N}{mm^3} \quad ; \quad V_f = 54\%.$$

Lo spessore di questi provini è 1.2mm mentre le altre dimensioni ed il carico applicato possono essere osservate nelle Fig. 5a, b. Il rapporto tra lunghezza e larghezza della parte utile del provino, per il primo caso è circa 4 mentre per il secondo è circa 1.2. Questo parametro è stato scelto per verificare eventuali effetti di bordo sulla direzione di propagazione della cricca. Inoltre la direzione iniziale della cricca è stata fissata a  $10^\circ$  per evitare eventuali problemi a causa della simmetria nel calcolo numerico.

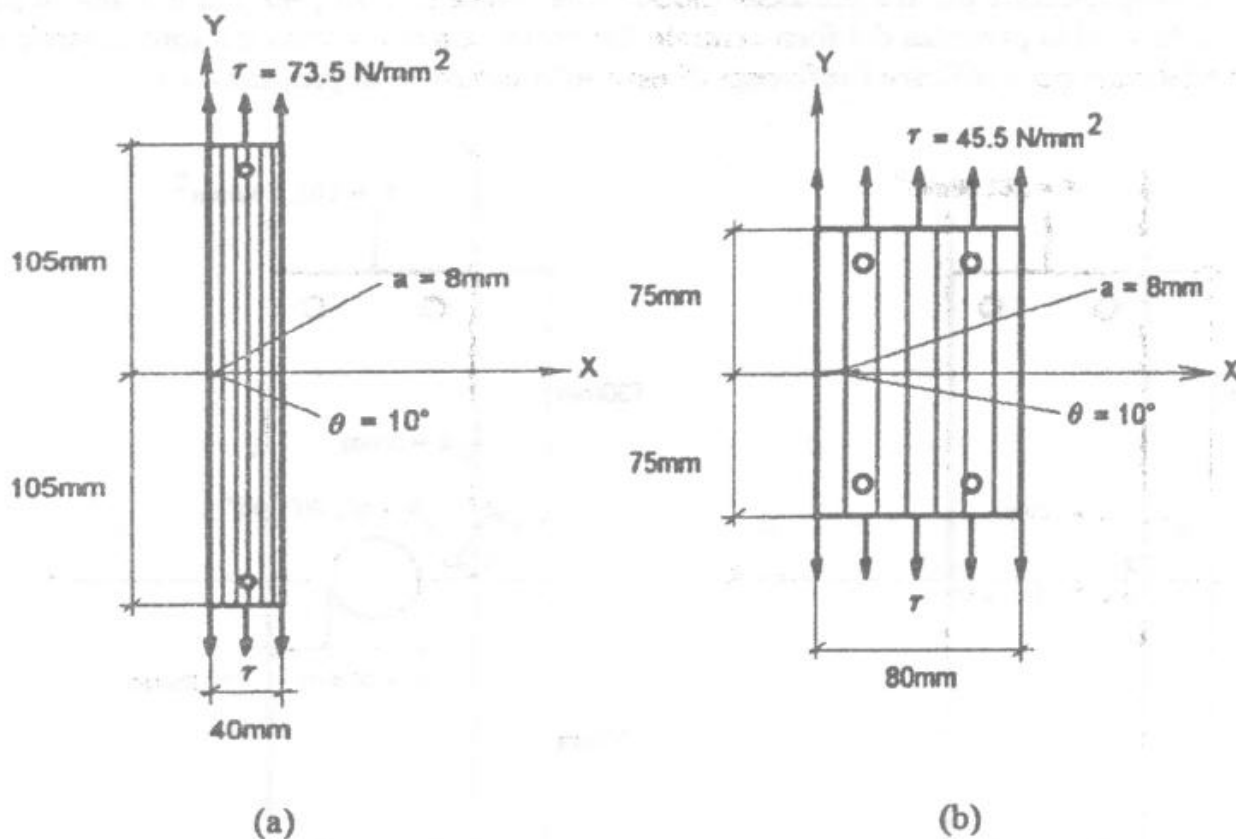
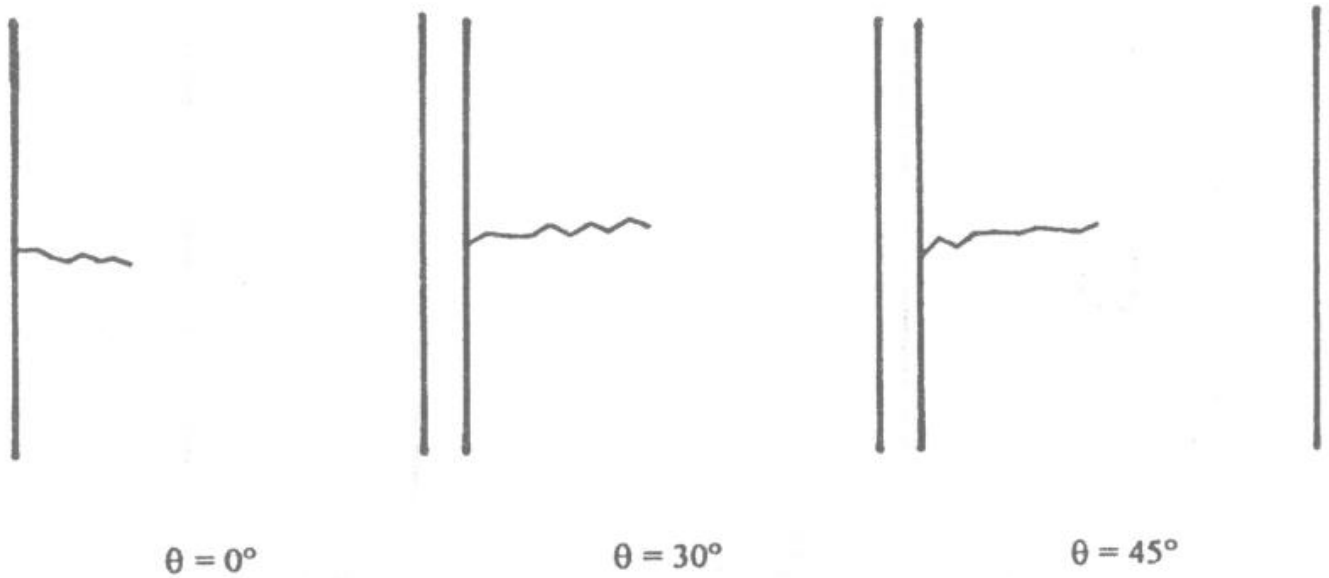


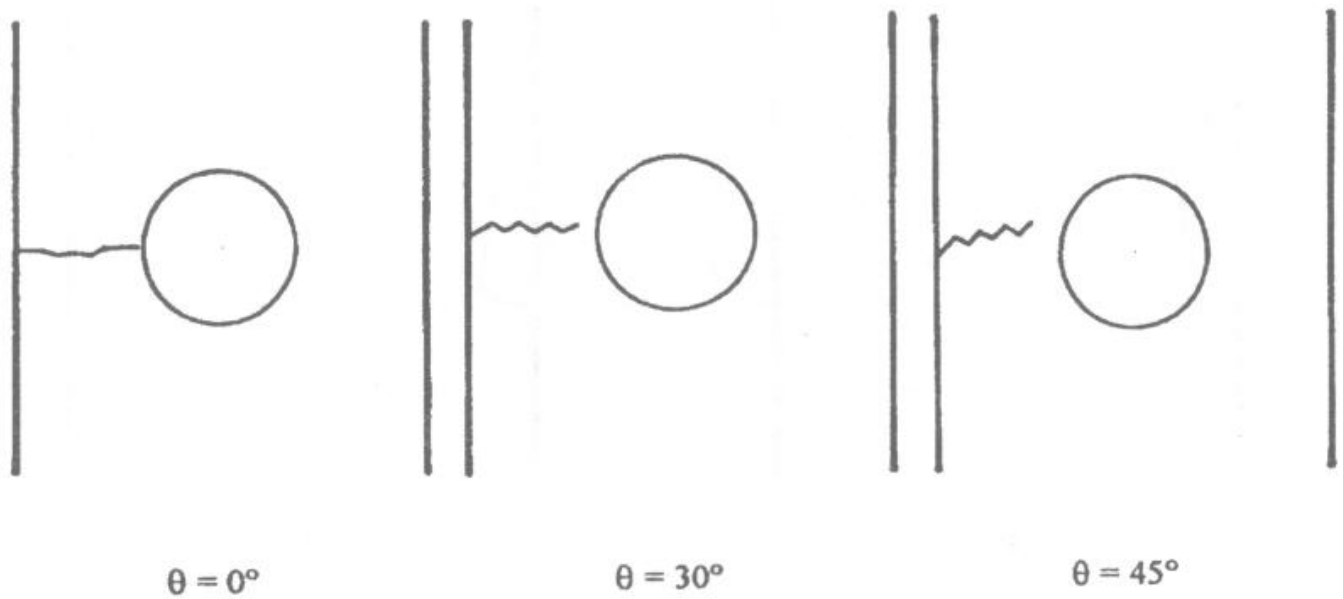
Figura 5: Geometria dei provini in composito (SP250-S2).

Nelle seguenti figure è possibile osservare la rappresentazione grafica dei risultati numerici. Nella Fig. 6 si hanno i risultati di propagazione della cricca nei provini di alluminio (2024-T6) senza il foro centrale (Fig. 4a), con la cricca iniziale orientata rispettivamente a  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ . Nella Fig. 7 si possono vedere i risultati relativi al provino di alluminio con foro centrale (Fig. 4b). Nella Fig. 8 si osservano i risultati relativi al provino in materiale composito (SP250-S2) con geometria indicata in Fig. 5a sottoposto a condizioni di tensione piana e deformazione piana. Analogamente nella Fig. 9 si possono osservare i risultati corrispondenti al provino con geometria simile alla Fig. 5b.

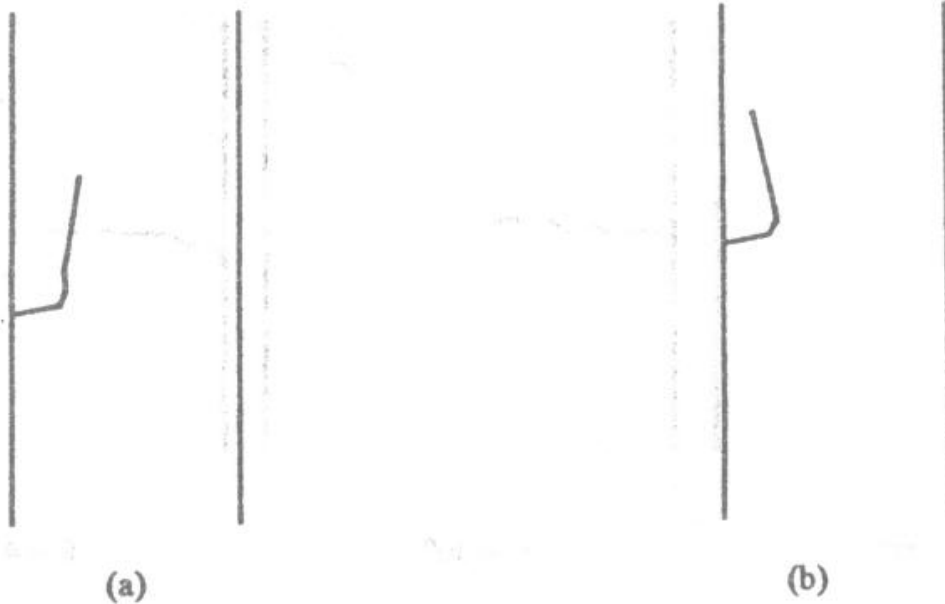




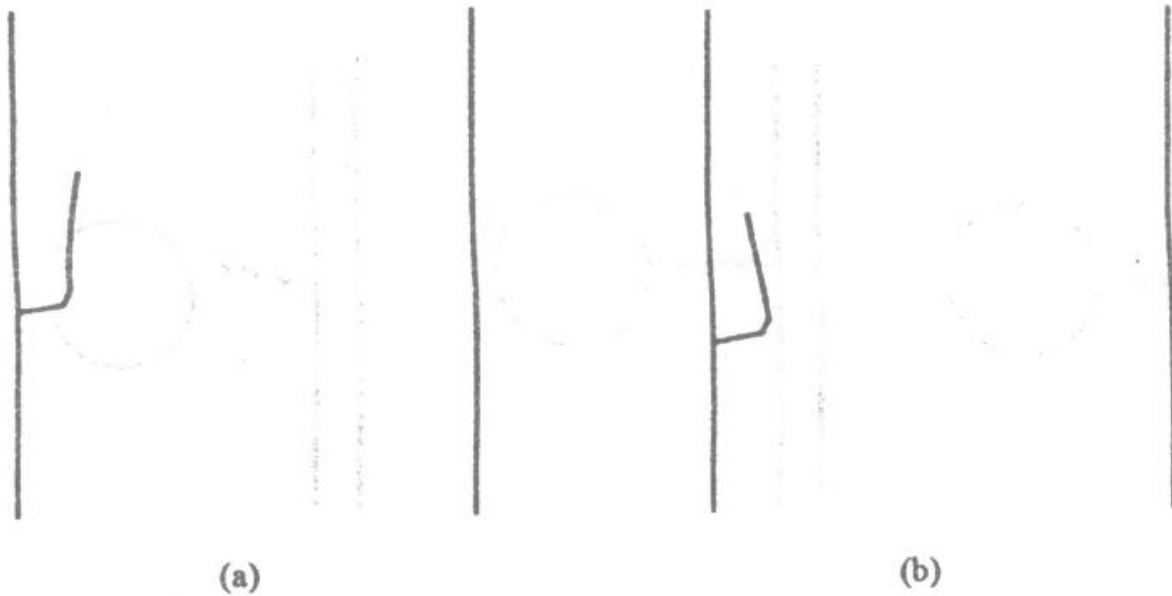
**Figura 6:** Propagazione di una cricca di 5mm in provini in lega 2024-T6 con diversi angoli di orientazione:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ .



**Figura 7:** Propagazione di una cricca di 5mm in provini in lega 2024-T6 con foro centrale e con diversi angoli di orientazione:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ .



**Figura 8:** Propagazione di una cricca di 8mm, 10° nel composito SP250-S2, in condizioni di tensione piana (a) e condizioni di deformazione piana (b).



**Figura 9:** Propagazione di una cricca di 8mm, 10° nel composito SP250-S2, in condizioni di tensione piana (a) e condizioni di deformazione piana (b).

Nelle seguenti tabelle è possibile osservare i risultati numerici in un modo più dettagliato avendo a disposizione sia la lunghezza dei singoli incrementi della cricca durante la sua propagazione che la loro direzione.

Nelle Tab. 1, 2, 3, si possono vedere i risultati relativi al provino in lega 2024-T6 per differenti orientazioni della cricca iniziale, rispettivamente 0°, 30°, 45°. Nelle Tab. 4, 5, 6, si hanno analoghi risultati in presenza del foro centrale.

Nelle Tab. 7, 8, si hanno i risultati per il provino composito Fig.5a, rispettivamente per il caso di tensione piana e deformazione piana. Nelle Tab. 9, 10, si possono vedere risultati del tutto analoghi per il provino composito Fig. 5b.

**Tabella 1:** Direzione di propagazione e lunghezza degli incrementi in un provino in lega 2024-T6 con cricca iniziale di 5mm, 0°.

	lunghezza mm	direzione $\theta^\circ$
cricca	5	0
incr. 1	3	-27.5
incr. 2	3	12.5
incr. 3	3	35.5
incr. 4	3	-43
incr. 5	3	33.5
incr. 6	3	-30

**Tabella 2:** Direzione di propagazione e lunghezza degli incrementi in un provino in lega 2024-T6 con cricca iniziale di 5mm, 30°.

	lunghezza mm	direzione $\theta^\circ$
cricca	5	30
incr. 1	4	-35.5
incr. 2	4	5
incr. 3	4	33
incr. 4	4	-60
incr. 5	4	62
incr. 6	4	-59
incr. 7	4	56.5
incr. 8	4	-46

**Tabella 3:** Direzione di propagazione e lunghezza degli incrementi in un provino in lega 2024-T6 con cricca iniziale di 5mm, 45°.

	lunghezza mm	direzione $\theta^\circ$
cricca	5	45
incr. 1	4	-70
incr. 2	4	63
incr. 3	4	-29
incr. 4	4	-9
incr. 5	4	16.5
incr. 6	4	-20
incr. 7	4	2
incr. 8	4	19

**Tabella 4:** Direzione di propagazione e lunghezza degli incrementi in un provino in lega 2024-T6 con foro centrale e cricca iniziale di 5mm, 0°.

	lunghezza mm	direzione $\theta^\circ$
cricca	5	0
incr. 1	3	-16
incr. 2	3	21
incr. 3	3	-15
incr. 4	3	43
incr. 5	3	-27
incr. 6	3	-2

**Tabella 5:** Direzione di propagazione e lunghezza degli incrementi in un provino in lega 2024-T6 con foro centrale e cricca iniziale di 5mm, 30°.

	lunghezza mm	direzione $\theta^\circ$
cricca	5	30
incr. 1	3	-69
incr. 2	3	69
incr. 3	3	-62.5
incr. 4	3	67
incr. 5	3	-66
incr. 6	3	58.5

**Tabella 6:** Direzione di propagazione e lunghezza degli incrementi in un provino in lega 2024-T6 con foro centrale e cricca iniziale di 5mm, 45°.

	lunghezza mm	direzione $\theta^\circ$
cricca	5	45
incr. 1	3	-70
incr. 2	3	69.5
incr. 3	3	-68
incr. 4	3	69
incr. 5	3	-69
incr. 6	3	68.5

**Tabella 7:** Direzione di propagazione e lunghezza degli incrementi in un provino composito SP250-S2, Fig. 5a, in condizioni di sforzo piano, con cricca iniziale di 8m, 10°.

	lunghezza mm	direzione $\theta^\circ$
cricca	8	10
incr. 1	3	56
incr. 2	4.5	28
incr. 3	7.5	-10
incr. 4	8	-2

**Tabella 8:** Direzione di propagazione e lunghezza degli incrementi in un provino composito SP250-S2, Fig. 5a, in condizioni di deformazione piana, con cricca iniziale di 8m, 10°.

	lunghezza mm	direzione $\theta^\circ$
cricca	8	10
incr. 1	2.5	56
incr. 2	4	32
incr. 3	7.5	4
incr. 4	8	0

**Tabella 9:** Direzione di propagazione e lunghezza degli incrementi in un provino composito SP250-S2, Fig. 5b, in condizioni di sforzo piano, con cricca iniziale di 8m, 10°.

	lunghezza mm	direzione $\theta^\circ$
cricca	8	10
incr. 1	2.5	54
incr. 2	4	30
incr. 3	8	-6
incr. 4	8	-8

**Tabella 10:** Direzione di propagazione e lunghezza degli incrementi in un provino composito SP250-S2, Fig. 5b, in condizioni di deformazione piana, con cricca iniziale di 8m, 10°.

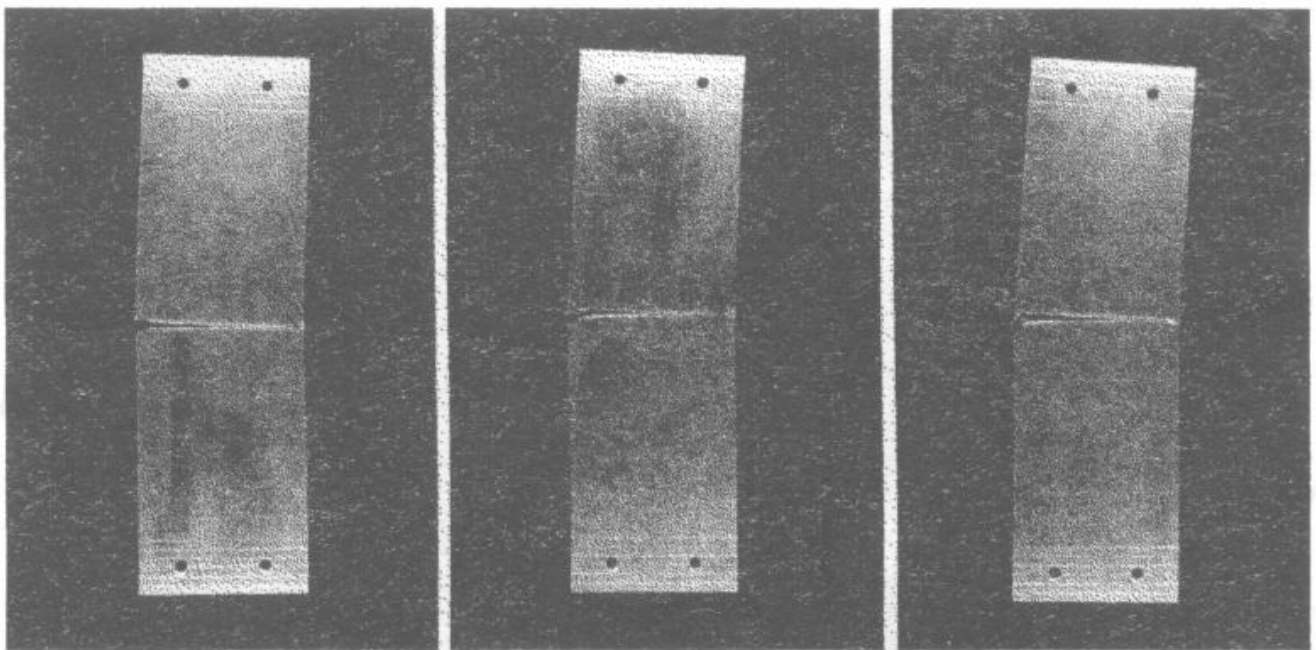
	lunghezza mm	direzione $\theta^\circ$
cricca	8	10
incr. 1	2.5	54
incr. 2	3.5	34
incr. 3	6.7	2
incr. 4	8	0

## 5. Risultati sperimentali

Nelle figure che seguono sono riportati i risultati sperimentali. Si è preferito inserire direttamente le foto dei provini, piuttosto delle caustiche, visto che offrono una maggiore semplicità ed immediatezza nella visualizzazione della propagazione della cricca.

In Fig. 10, è possibile osservare la propagazione della cricca nei provini in lega 2024-T6 con cricca iniziale di 5mm e orientata rispettivamente a 0°, 30°, 45°. Nella Fig. 11, si possono vedere i risultati nel caso della presenza del foro centrale.

Nella Fig. 12, invece si può osservare la propagazione di una cricca di 8mm orientata a 10° in provini compositi SP250-S2.

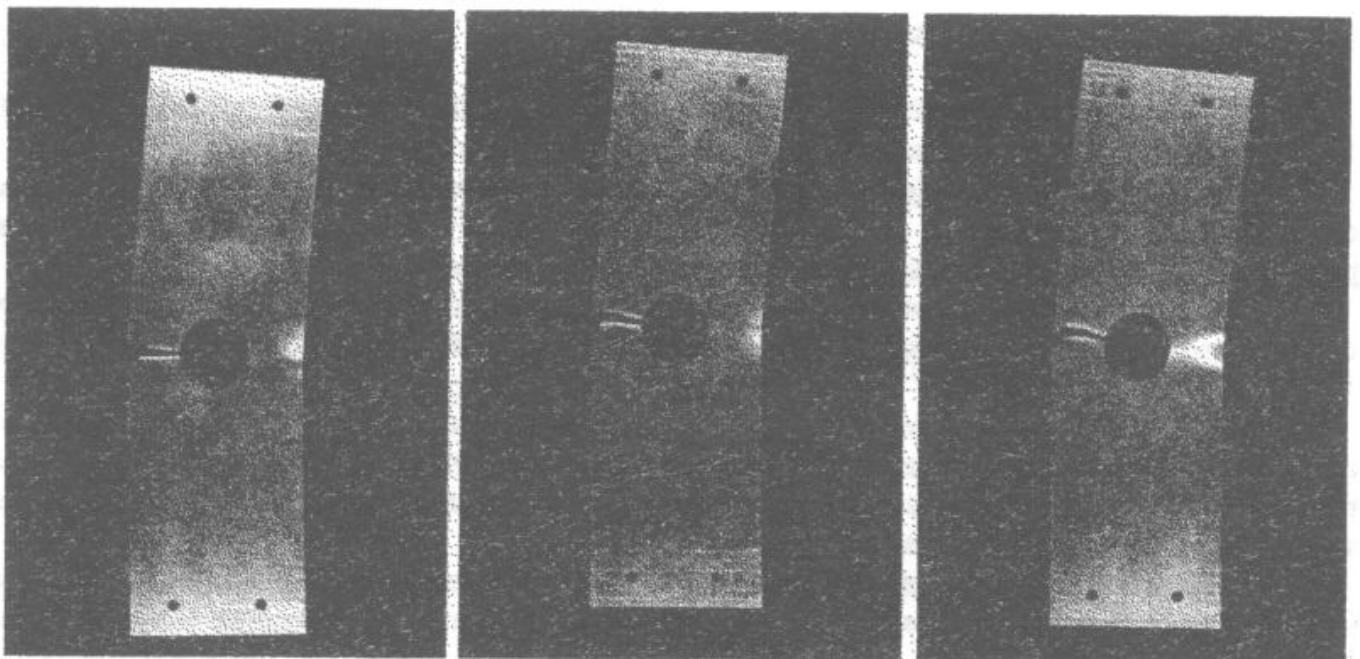


$\theta = 0^\circ$

$\theta = 30^\circ$

$\theta = 45^\circ$

**Figura 10:** Propagazione di una cricca di 5mm in provini in lega 2024-T6 con diversi angoli di orientazione:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ .



$\theta = 0^\circ$

$\theta = 30^\circ$

$\theta = 45^\circ$

**Figura 11:** Propagazione di una cricca di 5mm in provini in lega 2024-T6 con foro centrale e con diversi angoli di orientazione:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ .

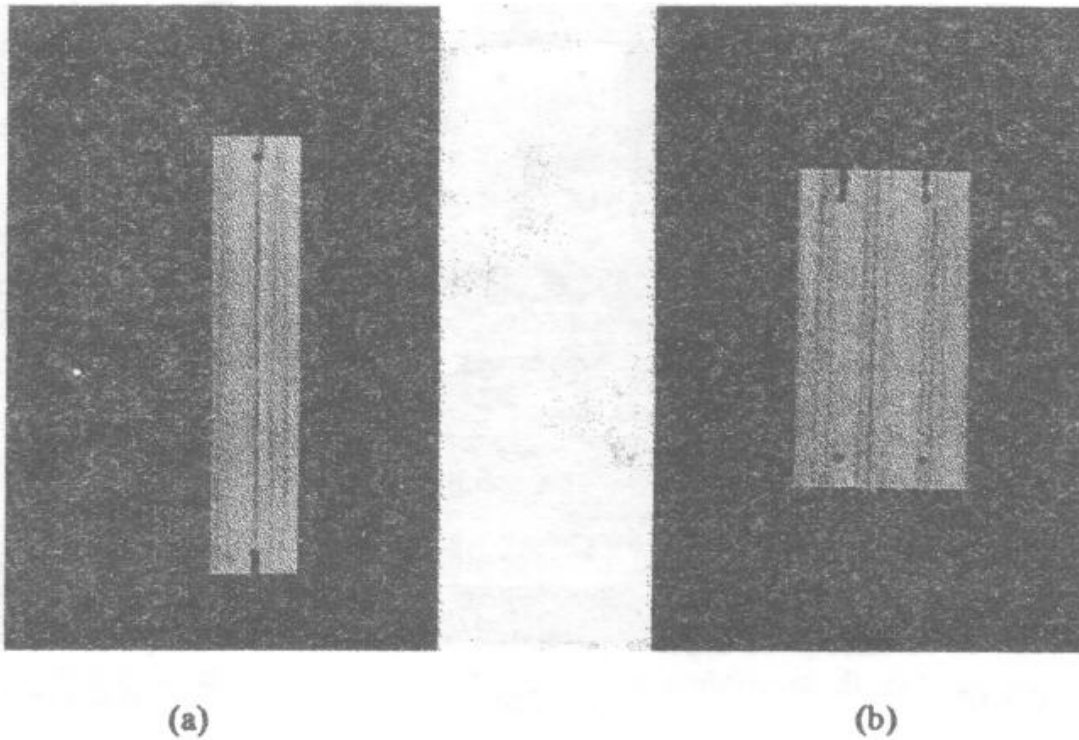


Figura 12: Propagazione di una cricca di 8mm,  $10^\circ$  in un provini in composito SP250-S2 con diverse caratteristiche geometriche.

## 6. Discussione dei risultati e conclusioni

Come è possibile notare dai risultati relativi alla lega 2024-T6 presentati nelle Fig. 6, 7, 10, 11 e nelle Tab. 1- 6, si ha un buon accordo tra risultati sperimentali e numerici.

In particolare è possibile notare l'indebolimento della struttura per la presenza del foro che riduce il carico di rottura da  $262 \text{ N/mm}^2$  a  $163.5 \text{ N/mm}^2$ . In entrambi i casi la cricca si propaga orizzontalmente a partire dalla posizione dell'apice della cricca iniziale.

Nel caso dei provini con il foro c' è una tendenza della cricca a salire per poi proseguire con pendenza negativa ma sempre nell'intorno della coordinata y dell'apice della cricca, Fig. 11.

Dai risultati numerici delle Fig. 6, 7, è possibile arrivare alle stesse conclusioni. Naturalmente la propagazione della cricca è simulata con incrementi di lunghezza finita e nella maggior parte dei casi esaminati si può osservare un percorso a zigzag che come valore medio segue quasi del tutto i risultati sperimentali.

Diminuendo la lunghezza degli incrementi, ma appesantendo oltremodo ed inutilmente in costo computazionale è possibile, al limite, arrivare ad ottenere un percorso simile a quello ottenuto sperimentalmente.

Osservando i risultati sperimentali relativi al composito, Fig. 12, è possibile vedere che la cricca si propaga lungo la direzione delle fibre che coincide con la direzione di applicazione del carico.

Precedentemente è stato detto che i provini compositi sono stati scelti con due geometrie particolari per poter osservare eventuali influenze del contorno, cioè gli effetti di bordo.

La direzione di propagazione della cricca è sostanzialmente la stessa in entrambi i casi ma varia il carico di rottura che passa da  $73.5 \text{ N/mm}^2$  a  $45.5 \text{ N/mm}^2$ .

Questo fatto è in accordo con risultati ottenuti in [11]. Infatti, l'influenza del contorno non modifica la direzione di propagazione della cricca ma produce una concentrazione di sforzi

molto più alta intorno all' apice della cricca e fa sì che essa si propaghi in corrispondenza di un carico applicato molto inferiore.

Nelle simulazioni numeriche è possibile considerare situazioni di tensione piana o di deformazione piana. I risultati sperimentali ottenuti con il "Caustic Method" hanno dimostrato che il provino può essere considerato in situazione di deformazione piana non avendo formazione di caustica intorno all' apice della cricca. Nonostante ciò, in entrambi i casi è stato studiato anche il caso di deformazione piana.

Osservando le Fig. 8a, 9a e Fig. 8b, 9b, è possibile notare che in entrambi i casi la propagazione numerica segue quella sperimentale con una deviazione verso l' interno del provino avendo considerato stato di tensione piana e verso l' esterno se si applica lo stato di deformazione piana.

Supponendo in entrambi i casi che la direzione di propagazione vera si trovi tra le due stabilite precedentemente, si può ottenere la direzione di propagazione ottenuta sperimentalmente.

Concludendo, è stato verificato che è possibile studiare la propagazione di una cricca sia in materiali omogenei che compositi con codici numerici che fanno riferimento alla teoria elastico-lineare.

In particolare nel caso di materiali compositi per determinare le successive direzioni di propagazione delle cricca, è stato applicato il criterio lineare di Von Mises intorno all' ultima posizione dell' apice della cricca.

L' utilizzo di questi programmi è molto vantaggioso sia per la loro semplicità d' uso che per il loro basso costo computazionale.

## Bibliografia

1. D. Broek, *"The practical use of fracture mechanics"*, Kluwer Academic Publishers, 1989
2. E. E. Gdoutos, *"Problems of mixed mode crack propagation"*, Martinus Nijhoff Publishers, 1984
3. M. L. Williams, *"On the stress distribution at the base of a stationary crack"*, ASME J. Appl. Mech. 24, 1957, pp 109-114.
4. G. R. Irwin, *"Analysis of stress and strain near the end of crack traversing a plate"*, J. Appl. Mech. 24, 1957, pp. 361-364.
5. R. J. Rice, G. F. Rosegren, *"Plain strain deformation near a crack tip in a power hardening material"*, J. Mech. & Phys. Solids, Vol. 16, 1968, pp. 1-12.
6. C. A. Brebbia, *"The boundary element method for engineers"*, Pentech press, London, Plymouth, 1984.
7. T. A. Cruse, *"Two dimensional BIE fracture mechanics analysis"*, Pratt & Whitney Aircraft group, 1978.
8. T. A. Cruse, *"An improved Boundary Integral Equation Method for three dimensional elastic stress analysis"*, Computers & Struct. , 4. pp.741-754, 1974
9. T. A. Cruse, *"Boundary Element Analysis in computational fracture mechanics"*, Kluwer Academic Publishers, 1988
10. A. Portela, *"Dual Boundary Element Analysis of Fatigue Crack Growth"*, Computational Mechanics Publications, 1992
11. M. Marchetti, G. Ikonomopoulos, S. Sgubini, *"Il metodo degli elementi al contorno per la determinazione del fattore di intensità degli sforzi nei materiali compositi"*, Atti del IX Convegno Nazionale del Gruppo Italiano Frattura, 1993, pp. 289-307