

INFLUENZA DEL DISORDINE MICROSTRUTTURALE SULLA VARIAZIONE DELLA RESISTENZA A TRAZIONE DEI MATERIALI

Alberto CARPINTERI, Giuseppe FERRO
Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Torino, 10129 Torino.

SOMMARIO

Nel presente lavoro si affronterà il fenomeno della variazione della resistenza a trazione dei materiali da un punto di vista statistico. Verrà definita una distribuzione dimensionale tridimensionale per i difetti. Tale distribuzione contiene un parametro N che misura il grado di disordine della microstruttura del materiale. In particolare si evidenzierà la relazione tra la pendenza α_N della retta che rappresenta l'effetto scala nel diagramma bilogarithmico resistenza-dimensione e il parametro N di dispersione nella distribuzione dimensionale dei difetti. La relazione tra α_N ed N sarà ottenuta attraverso simulazioni statistiche di tipo Montecarlo. Per tali simulazioni è necessario fissare il valore di alcuni parametri, quali la moda della dimensione dei difetti e la densità delle imperfezioni. Questi parametri possono ottenersi attraverso prove sperimentali a trazione.

Per effettuare queste prove è stato realizzato uno schema di prova completamente innovativo, che prevede l'impiego di tre martinetti servocontrollati. L'interazione dei tre martinetti, disposti ad L, permette di centrare istante per istante la risultante del carico rispetto alla sezione reagente anche in presenza di fessurazioni che rendano quest'ultima asimmetrica. Lo scopo principale di questa strumentazione è quello di determinare parametri del calcestruzzo soggetto a trazione uniforme, eliminando qualsiasi effetto flessionale secondario che possa influenzare i risultati e condurre a spiegazioni errate dell'effetto di scala.

INTRODUZIONE

La resistenza di un materiale varia con la dimensione del provino impiegato per misurarla. Per spiegare la diminuzione di resistenza con la scala dimensionale Weibull [1] ha introdotto negli anni Trenta il concetto dell'*anello più debole della catena*, secondo cui la dimensione del difetto critico aumenterebbe all'aumentare del volume del provino. Questo semplice modello non considera però né le caratteristiche dell'imperfezione né la relazione costitutiva del materiale.

Freudenthal [2] e Jayatilaka [3], più recentemente, hanno considerato un materiale elastico lineare con un grande numero di crack alla Griffith distribuiti in maniera random e hanno dimostrato come la variazione di resistenza col volume possa essere correlata alla densità di probabilità della distribuzione della dimensione del crack.

L'effetto di scala sulla resistenza delle strutture con angoli rientranti è stato oggetto di studio da parte di Leicester [4] che si è basato sulla potenza della singolarità delle tensioni al vertice dell'angolo. Egli ha dimostrato come l'effetto di scala sulla resistenza sia imputabile alla presenza di una o più sorgenti di singolarità tensionale nel corpo. Queste sorgenti possono essere rappresentate da fessure macroscopiche o da interfacce parzialmente scollate.

Batdorf e Crose [5] hanno sviluppato una teoria per materiali macroscopicamente omogenei contenenti microfessure uniformemente distribuite ed orientate in modo casuale, nell'ipotesi che la frattura dipenda esclusivamente dalla tensione macroscopica normale al piano della fessura. La funzione rappresentativa del numero di fessure per unità di volume relative a ciascun valore della tensione normale è espansa in serie di Taylor ed i coefficienti di tale serie risultano determinati mediante i risultati sperimentali.

Carpinteri [6] ha proposto una distribuzione di autosomiglianza per la dimensione dei difetti. Essa si basa sull'ipotesi che la dimensione del difetto più pericoloso (o critico) debba risultare proporzionale alla dimensione lineare del provino. Scopo di questo contributo è di riprendere tale ipotesi e di estrapolarla ai casi in cui il disordine, interno al materiale e relativo alla sua microstruttura, sia inferiore al caso limite succitato.

Verrà quindi definita una distribuzione dimensionale tridimensionale per i difetti [6, 7]. Tale distribuzione contiene un parametro N che misura il grado di disordine della microstruttura del materiale. Si può mostrare come la distribuzione dimensionale di autosomiglianza rappresenti il massimo grado di disordine riscontrabile nei materiali reali [8], mentre, normalmente, si trovano gradi di disordine inferiori. In particolare si evidenzierà la relazione tra la pendenza α_N della retta che rappresenta l'effetto scala nel diagramma bilogarithmico resistenza-dimensione e il parametro N di dispersione nella distribuzione dimensionale dei difetti. La relazione tra α_N ed N sarà ottenuta attraverso simulazioni statistiche di tipo Montecarlo. Per tali simulazioni è necessario fissare il valore di alcuni parametri, quali la moda della dimensione dei difetti e la densità delle imperfezioni. Questi parametri possono ottenersi attraverso prove sperimentali a trazione.

Per effettuare queste prove è stato realizzato uno schema di prova completamente innovativo, che prevede l'impiego di tre martinetti servocontrollati. L'interazione dei tre martinetti, disposti ad L, permette di centrare istante per istante la risultante del carico rispetto alla sezione reagente anche in presenza di fessurazioni che rendano quest'ultima asimmetrica. Lo scopo principale di questa strumentazione è quello di determinare parametri del calcestruzzo soggetto a trazione uniforme, eliminando qualsiasi effetto flessionale secondario che possa influenzare i risultati e condurre a spiegazioni errate dell'effetto di scala.

DETERMINAZIONE DELLA DENSITÀ DI PROBABILITÀ DELLA DIMENSIONE DEI DIFETTI

Nel presente paragrafo verranno analizzate strutture tridimensionali con un grande numero di difetti caratterizzati da una data distribuzione dimensionale. Vengono formulate le seguenti tre ipotesi: (1) la struttura è macroscopicamente omogenea; (2) la struttura è macroscopicamente isotropa; (3) l'interazione tra le imperfezioni è trascurabile. Si consideri un insieme di strutture simili dove le imperfezioni con la forma più pericolosa ($\alpha = \alpha_{max}$) abbiano una densità di probabilità $p(a)$ (Figura 1.a). Si può asserire che, se la distribuzione dimensionale è tale che la dimensione massima a_{max} risulti proporzionale alla dimensione lineare d della struttura (*autosomiglianza*), allora l'effetto di scala sulla resistenza sarà rappresentato, nel piano $\ln \sigma_u - \ln d$, da un diagramma lineare con pendenza $-\alpha_{max}$. Tale ipotesi è notevolmente restrittiva ed è valida soltanto quando la densità di probabilità $p(a)$ della distribuzione dimensionale dei difetti presenta particolari proprietà. Indicando con ρ la densità delle imperfezioni (numero di imperfezioni per unità di volume), la dimensione massima a_{max} può essere definita come segue [6]:

$$\rho d^3 p(a_{max}) \Delta a \frac{1}{4\pi^2} \Delta \varphi \Delta \theta = 1, \quad (1)$$

dove φ e θ rappresentano la longitudine e la latitudine dell'orientazione del difetto. Il fattore $\frac{1}{4\pi^2}$ indica che tutti gli angoli di orientazione delle imperfezioni sono statisticamente equivalenti. Il valore unitario a secondo membro rappresenta la certezza di incontrare un difetto di dimensioni a_{max} . Considerando una struttura geometricamente simile di dimensione caratteristica kd ed assumendo valida l'ipotesi precedente, si può scrivere:

$$\rho(kd)^3 p(ka_{max}) \Delta a \frac{1}{4\pi^2} \Delta \varphi \Delta \theta = 1. \quad (2)$$

Poichè a_{max} è una funzione di ρ e di d , oltre che di Δa , $\Delta \varphi$, $\Delta \theta$, segue che le equazioni (1) e (2) devono essere valide per qualsiasi dimensione del difetto a :

$$\rho d^3 p(a) \Delta a \frac{1}{4\pi^2} \Delta \varphi \Delta \theta = 1, \quad (3)$$

$$\rho(kd)^3 p(ka) \Delta a \frac{1}{4\pi^2} \Delta \varphi \Delta \theta = 1. \quad (4)$$

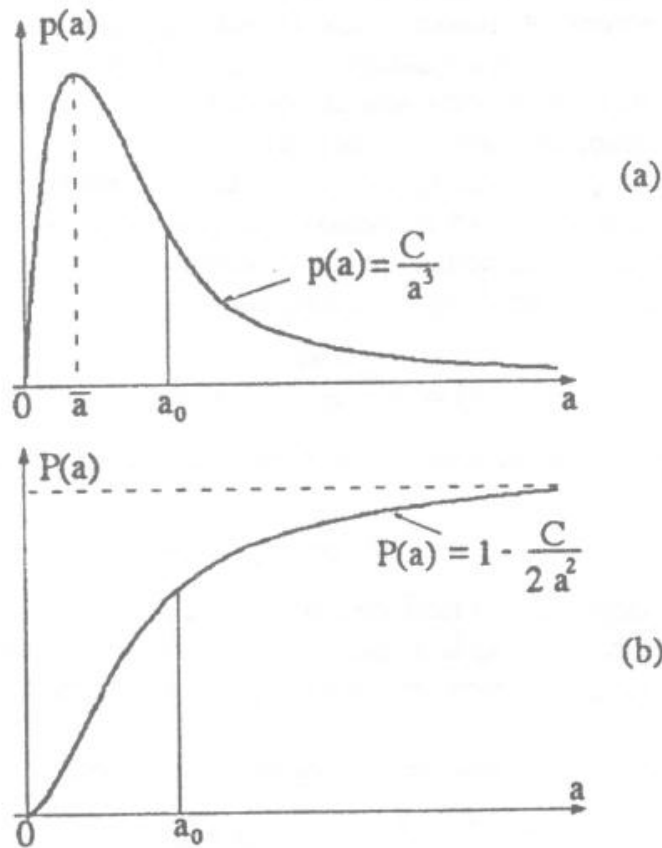


Figura 1: Distribuzione di *autosomiglianza* dei difetti: (a) densità di probabilità; (b) distribuzione cumulativa.

Dalle equazioni (3) e (4) segue che:

$$p(a) = k^3 p(ka), \quad \forall a \gg \bar{a}, \quad \forall k \in \mathbb{R}^+, \quad (5)$$

e quindi la funzione $p(a)$ assume la forma:

$$p(a) = \frac{C}{a^3}, \quad \forall a \gg \bar{a}, \quad (6)$$

dove C è una costante con la dimensione fisica di una lunghezza al quadrato ed \bar{a} è la moda dei difetti. L'equazione (6) può essere denominata *distribuzione dimensionale di autosomiglianza*.

In generale, quando la condizione di autosomiglianza non è soddisfatta la densità di probabilità della distribuzione dimensionale assume pertanto la seguente espressione:

$$p(a) = \frac{dP}{da} = \frac{C}{a^{N+1}}, \quad \text{per } a > a_0, \quad (7)$$

che coincide con la (6) per $N = 2$ e dove a_0 ($a_0 \gg \bar{a}$) rappresenta il valore oltre il quale il ramo decrescente della funzione $p(a)$ può essere approssimato attraverso l'equazione (6). $N(1 < N < \infty)$ è un esponente che misura il grado di disordine. In questo caso, l'effetto di scala sulla resistenza può essere rappresentato nel piano $\ln \sigma_u - \ln d$ da una retta con pendenza $-\alpha_N$ [6]:

$$\alpha_N(\gamma, N) = \frac{\alpha(\gamma)}{(N-1)\zeta}, \quad (8)$$

ove γ è l'angolo rientrante del vuoto poligonale mentre l'esponente ζ dipende da caratteristiche secondarie del materiale (densità delle imperfezioni, distribuzione dimensionale dei difetti meno pericolosi, ecc.). L'equazione (8) mostra come l'effetto di scala svanisca quando $\alpha = 0$ ovvero quando $\gamma = \pi$ (vuoti circolari) e/o quando $N \rightarrow \infty$ (dimensione dei difetti quasi costante). D'altra parte, l'effetto di scala diventa enorme quando $N \rightarrow 1$ (dispersione molto accentuata nella distribuzione dimensionale delle imperfezioni).

Il modello precedente può essere applicato soltanto ad effetti di scala relativi alla prima microfessurazione. Per analizzare stadi successivi di degradazione del materiale, risulta opportuno ricorrere a metodi numerici. Si supponga ora che la funzione densità di probabilità per dimensioni dei difetti minori del valore a_0 sia di tipo esponenziale:

$$p_1(a) = N \frac{ae^{-Ba}}{D} \quad 0 \leq a \leq a_0, \quad (9)$$

mentre per valori maggiori si utilizza la funzione precedentemente ricavata:

$$p_2(a) = N \frac{C}{a^{N+1}} \frac{1}{D} \quad a \geq a_0. \quad (10)$$

Le costanti B , C , D si determinano mediante condizioni al contorno. Per B e C si impone che le due funzioni p_1 e p_2 abbiano in a_0 lo stesso valore e la stessa derivata prima. La costante D si ottiene invece imponendo la condizione di normalizzazione su tutto il dominio per la funzione di densità di probabilità.

Dalle prime due condizioni si ottengono le seguenti espressioni:

$$B = \frac{N+2}{a_0} \quad \text{e} \quad C = a_0^{N+2} e^{-(N+2)}, \quad (11)$$

Il valore \bar{a} per cui $p_1(a)$ assume il valore massimo è legato al parametro a_0 dalla seguente relazione:

$$\bar{a} = \frac{1}{B} = \frac{a_0}{N+2} \quad \text{ovvero} \quad a_0 = (N+2) \bar{a}, \quad (12)$$

dove \bar{a} è la moda dei difetti.

Le primitive delle funzioni $p_1(a)$ e $p_2(a)$ sono le seguenti:

$$P_1(a) = \frac{N e^{-Ba}}{D B^2} (-Ba - 1) + C_1, \quad (13)$$

$$P_2(a) = -\frac{1}{D} \frac{C}{a^N} + C_2. \quad (14)$$

Una volta determinate le costanti C_1 e C_2 imponendo $P_1(0) = 0$ e $P_2(a_0) = \int_0^{a_0} p_1(a) da$, la costante D risulta determinata assumendo $P_2(\infty) = 1$:

$$D = \frac{N e^{-Ba_0}}{B^2} (-Ba_0 - 1) + \frac{N}{B^2} + \frac{C}{a_0^N}. \quad (15)$$

SIMULAZIONI STATISTICHE

Le funzioni densità di probabilità della dimensione dei difetti $p_1(a)$ e $p_2(a)$, ricavate nel paragrafo precedente, possono essere utilizzate per effettuare simulazioni statistiche di tipo Monte-carlo. Mediante tali simulazioni è possibile determinare la relazione che lega il parametro di dispersione statistica dei difetti N con la pendenza della retta che, nel piano $\ln \sigma_u - \ln d$, definisce la legge di scala per la resistenza. Per ottenere tali funzioni si è ipotizzato che le interazioni tra le imperfezioni siano trascurabili e che pertanto la resistenza a trazione di un dato provino dipenda esclusivamente dal difetto avente la dimensione massima e l'orientazione più sfavorevole. In base a tale ipotesi, la resistenza a trazione di un provino può essere valutata come se quest'ultimo contenesse un'unica fessura *penny-shaped* di dimensione massima data dalla relazione:

$$\sigma_u = \frac{\pi}{2} \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi a_{max}}} \quad (16)$$

Le funzioni densità di probabilità risultano dipendere da N e a_0 . Bisogna quindi definire quali valori assegnare a quest'ultimi parametri, utilizzando, se possibile, i risultati sperimentali di prove a trazione.

Il parametro N rappresenta il grado di dispersione dimensionale dei difetti. Il suo limite inferiore è 1 per strutture bidimensionali, 2 nel caso tridimensionale. Tali valori corrispondono al massimo grado di dispersione che i difetti presentano nei materiali reali, ed è relativo alla distribuzione dimensionale di autosomiglianza. Aumentando il valore di N , si ottiene un minore grado di dispersione dei difetti. Per $N \rightarrow \infty$ si ottiene una distribuzione dimensionale dei difetti ordinata, ovvero tutti i difetti risultano essere di uguale dimensione.

Il parametro a_0 indica invece la dimensione oltre la quale vale la funzione densità $p_2(a)$, ed è legato strettamente alla moda dei difetti attraverso la (12).

Una stima di a_0 e ρ si ottiene effettuando misurazioni sui campioni del materiale da analizzare. I valori così dedotti risultano peraltro condizionati dal tipo di osservazione e della precisione degli strumenti utilizzati. In generale, aumentando la sensibilità degli strumenti, si dovrebbero osservare difetti sempre più piccoli. Utilizzando ad esempio un microscopio elettronico, si potrebbero apprezzare persino i difetti a livello atomico.

In Figura 2 sono riportati i diagrammi delle funzioni $p_1(a)$ e $p_2(a)$ al variare del parametro a_0 e quindi \bar{a} . Si osservi come, per $a_0 \rightarrow 0$, la distribuzione tenda alla funzione δ di Dirac. In tal caso infatti $p(a) = 0$ per ogni valore di $a \neq 0$ ed inoltre $\int_{-\infty}^{+\infty} p(a) = 1$, essendo la funzione $p(a)$ normalizzata.

Volendo condurre un'analisi macroscopica su campioni di calcestruzzo, la moda dei difetti da considerare per le simulazioni statistiche deve avere l'ordine di grandezza dei vuoti tra i granelli di sabbia, in quanto risultano essere questi ultimi i più numerosi tra quelli aventi rilevanza fisica. Difetti di dimensione inferiore a quella dei granelli di sabbia non hanno alcuna rilevanza dal punto di vista meccanico. Dai risultati sperimentali è possibile ricavare il valore di a_{max} per una data dimensione strutturale, utilizzando la formula inversa della (16):

$$a_{max} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_u} \right)^2 \quad (17)$$

Il procedimento della simulazione consiste nell'effettuare una serie pseudo-casuale di estrazioni di numeri compresi tra 0 e 1. A ciascun numero viene poi associata, attraverso la funzione cumulativa $P(a)$, la dimensione a di un difetto. Fissata la densità, ovvero il numero di estrazioni per unità di area, nel caso di provini bidimensionali di forma quadrata, un aumento della dimensione lineare del provino implica un aumento quadratico del numero di estrazioni da effettuare. Nel caso di provini tridimensionali di forma cubica, l'aumento della dimensione lineare del provino implica invece un aumento cubico del numero di estrazioni.

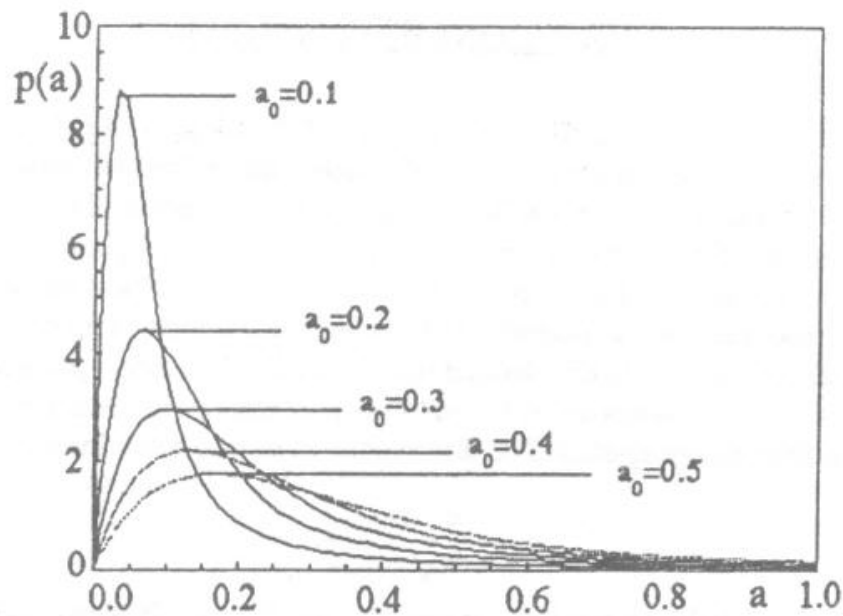


Figura 2: Distribuzione di probabilità della dimensione dei difetti al variare del parametro a_0 .

EFFETTI DI SCALA DOVUTI ALLA DISPERSIONE STATISTICA DEI DIFETTI

In questo paragrafo si definisce la relazione che lega il parametro N , indice del grado di dispersione dei difetti, con l'effetto di scala sulla resistenza nominale a trazione determinata sperimentalmente. Una proprietà caratteristica delle funzioni $p_1(a)$ e $p_2(a)$ è che l'effetto di scala non risulta dipendere dalla scelta di a_0 . Pertanto, ad ogni valore del parametro N , qualunque sia a_0 , risulta associata una retta delle resistenze in funzione della dimensione strutturale nel piano $\ln \sigma_u - \ln d$. In Figura 3 sono riportate le leggi ricavate per un corpo tridimensionale al variare di N , con i parametri $a_0 = 1$ mm e ρ pari ad un difetto per centimetro cubo [7].

È quindi possibile far risalire l'effetto di scala ricavato sperimentalmente al grado di dispersione dei difetti. Effettuando un'approssimazione lineare, nel piano bilogarithmico dei risultati sperimentali, è immediato legare il valore della pendenza della retta approssimante con il parametro N . In Figura 4 è riportata la legge di potenza che lega la pendenza α_N della retta al parametro N di dispersione dei difetti. In questo modo è possibile determinare, per un qualsiasi materiale, il grado di disordine della microstruttura ricavando il valore di N in funzione del decremento della resistenza a trazione con la dimensione strutturale. Ovviamente, maggiore è la pendenza, minore risulta N e quindi maggiore risulta il disordine del materiale.

Per materiali ordinati a livello microstrutturale, il parametro N risulta essere molto grande. Materiali con queste caratteristiche presentano un basso effetto di scala sulla resistenza a trazione. Al limite, per materiali dotati di un perfetto ordine interno, l'effetto di scala svanisce ed il parametro N tende a ∞ . Viceversa, materiali caratterizzati da un grande disordine a livello della microstruttura, presentano un effetto di scala accentuato con pendenza della retta, nel piano $\ln \sigma_u - \ln d$, che tende al limite $-\frac{1}{2}$, pari alla potenza della singolarità tensionale della Meccanica della Frattura Elastica Lineare. In questo caso il parametro N di dispersione dei difetti tende al limite inferiore 2.

Dalle simulazioni riportate in Figura 3 si ottiene in effetti, per $N = 2$, un valore leggermente superiore a 0.5. La legge ottenuta per α_N in funzione di N , dalle simulazioni statistiche, risulta la seguente (Figura 4):

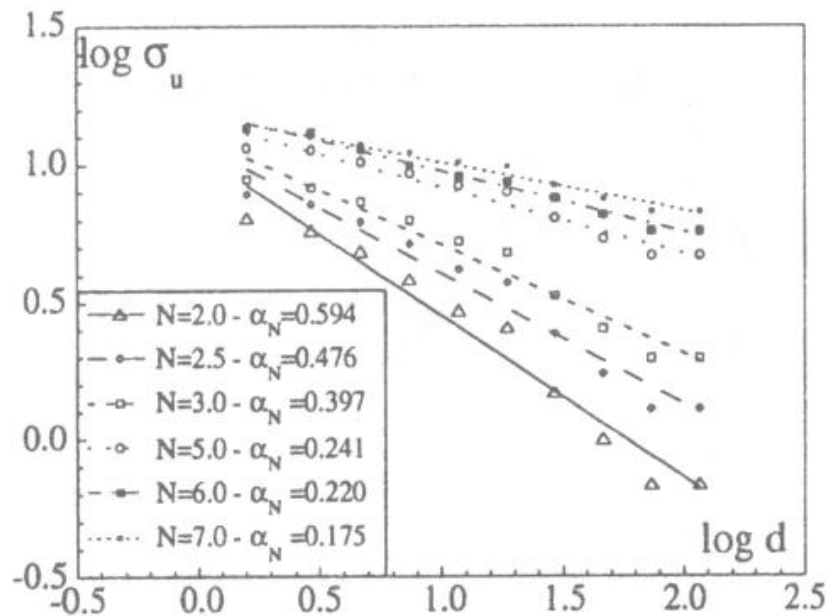


Figura 3: Effetto di scala sulla resistenza a trazione di provini bidimensionali per $a_0 = 1$ (risultati delle simulazioni).

$$\alpha_N = \frac{0.616}{(N - 1)^{0.67}} \quad (18)$$

Il valore dell'esponente di $(N - 1)$, ζ , definito nella (8), risulta dipendere da caratteristiche secondarie del materiale. L'analisi della variazione di ζ sarà oggetto di successivi studi.

Un aspetto notevole che scaturisce dalle simulazioni effettuate è costituito dall'indipendenza di α_N dal valore del parametro a_0 . Sono state effettuate infatti simulazioni analoghe a quelle presentate in Figura 3, con valori di a_0 differenti, ottenendo effetti di scala identici. Pertanto si può concludere affermando che la pendenza α_N è funzione esclusivamente della dispersione dei difetti e non del tipo di difetto presente a livello microstrutturale. Il parametro N può quindi essere considerato effettivamente come un indice assoluto di disordine di un dato materiale.

Nel caso delle prove sperimentali effettuate presso il Laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Torino [7-12] l'approssimazione lineare dei valori della resistenza nominale a trazione presenta una pendenza negativa pari a -0.125 a cui corrisponde tramite la (18) il valore $N = 11.8$.

MACCHINA DI PROVA

Le difficoltà sostanziali che si presentano nelle prove di trazione sono le seguenti:

- ottenere una risposta softening stabile e completa;
- riuscire a mantenere in ogni istante la risultante del carico applicato sul provino perfettamente centrata;
- risolvere i problemi di ancoraggio.

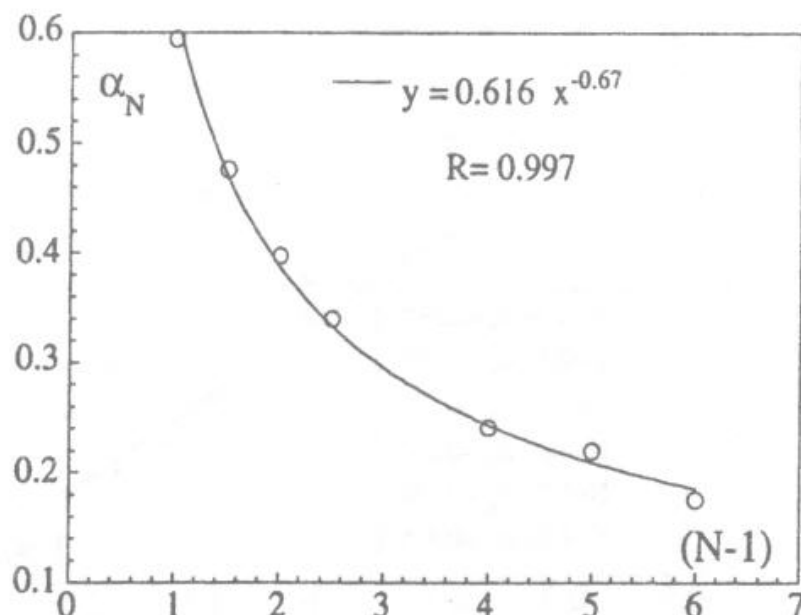


Figura 4: Variazione della pendenza α_N in funzione del parametro N .

Il primo problema da risolvere nel progettare una prova a trazione finalizzata allo studio degli effetti di scala, consiste nella scelta della geometria e della dimensione dei provini. La geometria è funzione tanto del tipo di vincolamento quanto della necessità di creare una zona preferenziale per la rottura. L'intervallo dimensionale dei provini è, d'altra parte, limitato inferiormente dal diametro massimo degli inerti e superiormente dalle potenzialità della strumentazione disponibile. Essendo fissate le dimensioni della strumentazione, per indagare su un intervallo accettabile si è scelto di utilizzare un diametro massimo dell'inerte relativamente piccolo (16 mm).

La forma a clessidra adottata per la presente campagna di prove è costituita da un rettangolo di base $3d$ ed altezza $4d$ a cui siano asportati due semicerchi di raggio d in corrispondenza della zona centrale. La sezione centrale del provino risulta avere così una dimensione pari a d contro la dimensione $3d$ delle zone vincolate. La dimensione dei provini è pertanto funzione del solo parametro d .

Lo spessore invece è stato mantenuto costante per tutte le dimensioni e pari a 10 cm mentre la dimensione caratteristica d varia 0.25 - 0.5 - 1 - 2 - 4 volte lo spessore. Il massimo rapporto dimensionale risulta quindi uguale a 16. La scelta del rapporto dimensionale è molto importante, in quanto risultati sperimentali ottenuti su provini con un rapporto inferiore a 10 non forniscono risultati pienamente significativi per lo studio degli effetti di scala.

Il sistema di attacco dei provini alle traverse inferiore e superiore della macchina è stato realizzato imbullonando le piastre di acciaio, precedentemente incollate sulle teste dei saggi mediante una resina epossidica bifasica. Tale resina ha assicurato un'alta aderenza sia sul calcestruzzo che sull'acciaio. La geometria dei provini, con una zona di incollaggio tre volte maggiore della sezione trasversale, riduce inoltre la tensione sull'area incollata.

La procedura ideata prevede l'impiego di macchine servo-assistite per tenere sotto controllo anche gli sforzi flessionali secondo due piani ortogonali fra loro. È stato necessario, a questo proposito, disporre di un segnale elettrico capace di funzionare come controllo in un sistema controreazionato, proporzionale ai momenti flettenti che si fossero manifestati sulla sezione del provino [10].

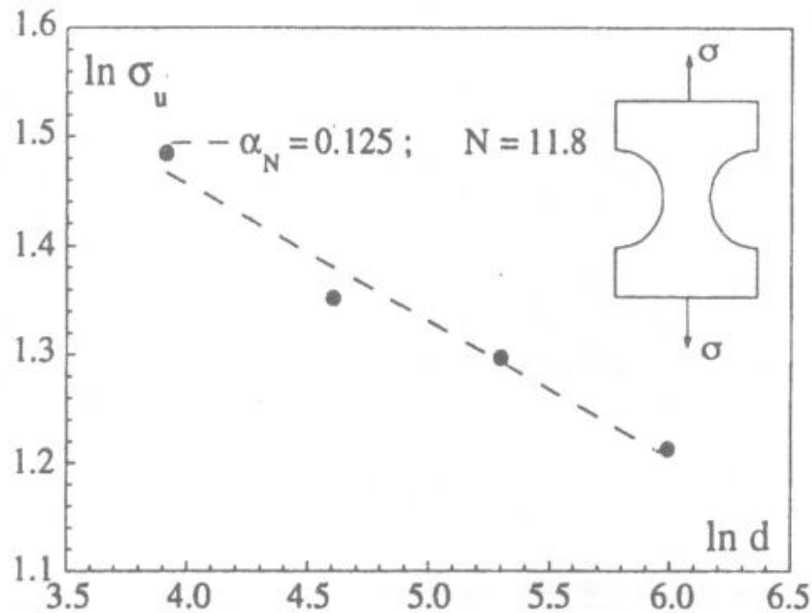


Figura 5: Effetti di scala sulla resistenza ultima a trazione: risultati sperimentali [10].

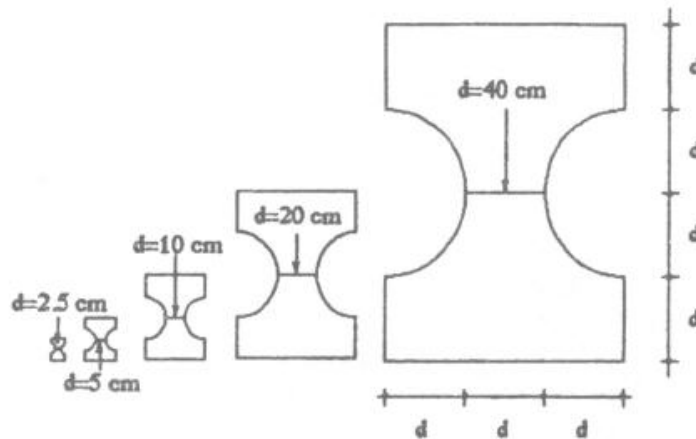


Figura 6: Le cinque differenti dimensioni utilizzate nelle prove sperimentali.

È apparso allora logico utilizzare, ai fini del controllo, gli stessi segnali analogici forniti dai quattro estensimetri impiegati per la misura delle deformazioni, effettuando su di essi opportune operazioni algebriche.

Se $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ sono le deformazioni dei singoli punti di misura, le deformazioni causate dai momenti flettenti risultano essere:

- lungo l'asse x,
$$\epsilon_x = \frac{(\epsilon_2 + \epsilon_4) - (\epsilon_1 + \epsilon_3)}{2},$$

- lungo l'asse y,
$$\epsilon_y = \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_2) - (\epsilon_3 + \epsilon_4)}{2}.$$

Lo schema di prova è illustrato in Figura 7. Il martinetto centrale (A1) è sospeso alla struttura di contrasto mediante uno snodo a sfera e viene collegato alla traversa superiore mediante un

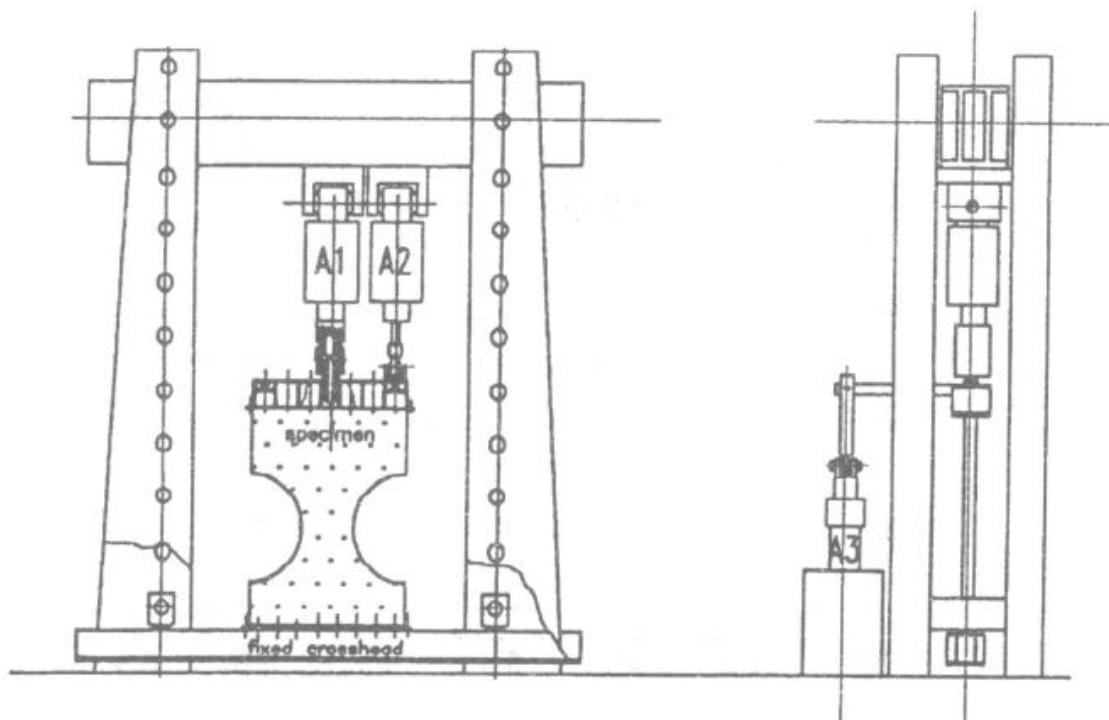


Figura 7: Schema di prova con tre martinetti.

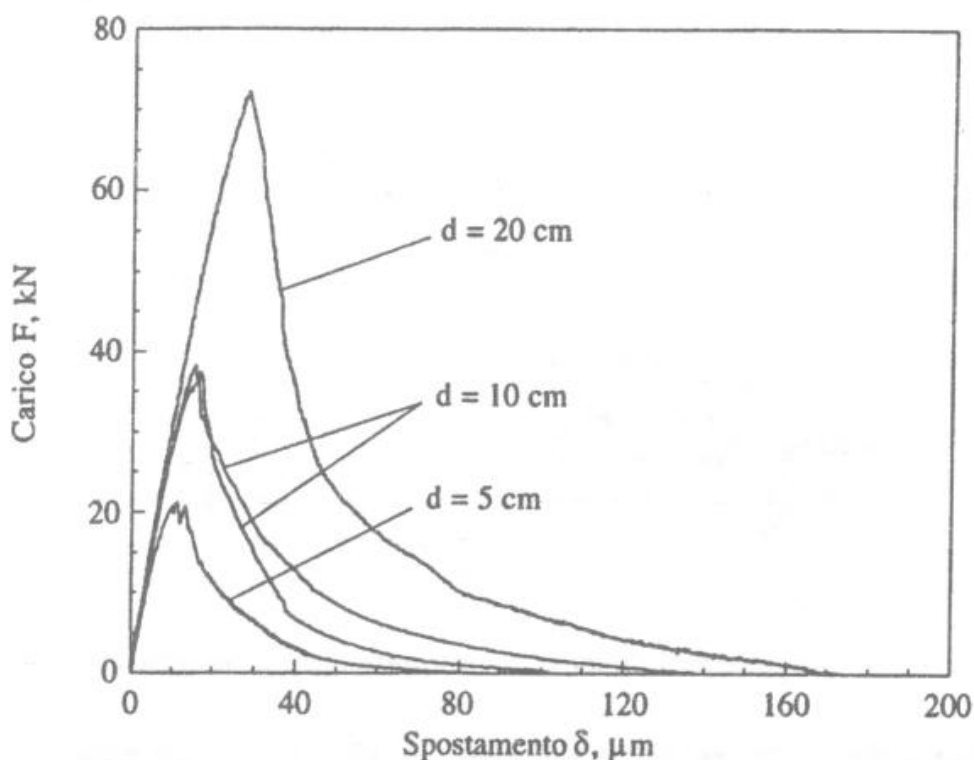


Figura 8: Curve sperimentali carico-spostamento ottenute per tre differenti dimensioni dei provini.

secondo snodo a sfera. Tale martinetto applica la forza di trazione al centro della traversa ed è controllato attraverso la somma dei segnali dei quattro estensometri montati sul provino. Gli altri due martinetti (A2 e A3) sono disposti, uno all'estremità della traversa principale e l'altro all'estremità di una traversa ausiliaria disposta perpendicolarmente a quella principale. Entrambi questi martinetti generano una coppia che agisce lungo un piano d'inerzia principale del provino.

La prova viene condotta imponendo al martinetto centrale di produrre sul provino una deformazione con incremento costante mentre gli altri due martinetti mantengono nulli i valori di ϵ_x

ed ϵ_V .

Le curve sperimentali carico-spostamento per le tre prime dimensioni sono presentate in Figura 8. Si può notare come la pendenza del tratto elastico sia la stessa per tutte le dimensioni. Questo dipende dalla scelta della lunghezza degli estensometri, proporzionale alla dimensione del provino, d . Inoltre la forma di queste curve è in ogni caso la stessa e questa circostanza indica come la procedura di prova sia tale da garantire una rigidità della macchina praticamente infinita (piastre rigide). Infatti, a differenza che nelle prove di van Mier [13] con piastre di ancoraggio fisse, non si sono trovati salti nel tratto softening. Ciò è dovuto al fatto che il carico è sempre risultato centrato, poichè il controllo è stato effettuato tanto nel piano del provino quanto fuori piano. Nelle prove presentate da van Mier, invece, il controllo è stato effettuato esclusivamente nel piano del provino, mentre non è stato previsto alcun controllo per l'eccentricità fuori dal piano.

CONCLUSIONI

Si è affrontato il problema della variazione della resistenza a trazione da un punto di vista statistico. Facendo riferimento alle ipotesi avanzate nel corso di questi ultimi anni da Carpinteri [6,8] si è presentata una distribuzione dimensionale dei difetti, nella quale gioca un ruolo fondamentale il disordine della microstruttura del materiale. In ogni caso, un primo risultato cui si è giunti mediante le simulazioni statistiche consiste nella dimostrazione dell'indipendenza di α_N (gradiente dell'effetto di scala) dal parametro a_0 (ovvero dalla moda della dimensione dei difetti). Pertanto, nelle ipotesi della presente legge di distribuzione, è possibile affermare come la pendenza α_N della legge di scala sulla resistenza a trazione dipenda esclusivamente dal grado di disordine della microstruttura del materiale, misurato dal parametro N .

Per materiali ordinati a livello microstrutturale, il parametro N risulta essere molto grande. Materiali con queste caratteristiche presentano un basso effetto di scala sulla resistenza a trazione. Al limite, per materiali dotati di un perfetto ordine interno, l'effetto di scala svanisce ed il parametro N tende a ∞ . Viceversa, materiali caratterizzati da un grande disordine a livello della microstruttura, presentano un effetto di scala accentuato con pendenza della retta, nel piano $\ln \sigma_u - \ln d$, che tende al valore limite $-\frac{1}{2}$, pari alla potenza della singolarità tensionale della Meccanica della Frattura Elastica Lineare. In questo caso il parametro di dispersione dei difetti N tende al limite inferiore 2.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Weibull, W., "A Statistical Theory of the Strength of Materials", Swedish Royal Institute for Engineering Research, Stockholm, 1939.
- [2] Freudenthal, A.M., "Statistical approach to brittle fracture", in "Fracture". Edited by H. Liebowitz, Vol. 2, Academic Press, New York, 1968, pp.591-619.
- [3] Jayatilaka, A.S., "Fracture of Engineering Brittle Materials", Applied Science, London, 1979.
- [4] Leicester, R.H., "Effect of Size on the Strength of Structures", Paper No.71, Division of Building Research, Forest Products Laboratory, C.S.I.R.O., Malbourne, 1973.
- [5] Batdorf, S.B. and Crose, J.G., "A statistical theory for the fracture of brittle structures subjected to nonuniform polyaxial stresses", *Journ. Appl. Mechanics, ASME*, June 1974, pp 459-464, 1974.
- [6] Carpinteri, A., "Mechanical Damage and Crack Growth in Concrete", Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 1986.

- [7] Ferro, G., "Effetti di scala sulla resistenza a trazione dei materiali", Tesi di Dottorato, Politecnico di Torino, 1994.
- [8] Carpinteri, A., "Scaling laws and renormalization groups for strength and toughness of disordered materials", *International Journal of Solids and Structures*, 31, pp. 291-302, 1994.
- [9] Carpinteri A. and Ferro G., "Apparent tensile strength and fictitious fracture energy of concrete: a fractal geometry approach to related size effects", su *Fracture and Damage of Concrete and Rock, FDCR-2*, (Ed. H.P. Rossmanith) Proceedings of the Second International Conference on Fracture and Damage of Concrete and Rock, Vienna, Austria, 9-13 November 1992, pp 86-94.
- [10] Carpinteri A. and Ferro G., "Size effects on tensile fracture properties: a unitary explanation based on disorder and fractality of concrete microstructure", in corso di stampa su *Materials and Structures (RILEM)*, 1994.
- [11] Carpinteri A. and Maradei, F., "Three-jack solution to obtain a truly stable and symmetric tensile concrete test", in corso di stampa su *Experimental Mechanics*, 1994.
- [12] Carpinteri A. and Ferro G., "Effetti di scala sulla resistenza dei materiali dovuti alla dispersione statistica dei difetti", Atti del XI Congresso A.I.M.E.T.A., Trento, Italia, 28 settembre-2 ottobre 1992, pp 197-202.
- [13] Van Mier, J. G. M., 'Scaling in tensile and compressive fracture of concrete', in *Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete* (Ed. A. Carpinteri), (Chapman and Hall, London, 1992) pp. 19-31.