

**Effetti del disordine
sull'interazione tra una fessura dominante
e una distribuzione di microfessure al suo apice**

A. Brencich, A. Carpinteri
Politecnico di Torino
C.so Duca degli Abruzzi 24 - Torino

C. Scavia
Università degli Studi di Genova
via Montallegro 1 - Genova

Sommario.

Viene studiato da un punto di vista statistico il problema dell'interazione di una fessura dominante con una zona di materiale danneggiato al suo apice, schematizzata da una distribuzione di microfessure.

I parametri geometrici che definiscono le microfessure e le loro posizioni relative vengono assegnati secondo le distribuzioni statistiche δ di Dirac, gaussiana e uniforme, generate con tecnica Montecarlo. La fessura dominante, collocata in una lastra infinita, è sollecitata in modo I ed ha l'apice contenuto entro una zona di danneggiamento. Il fattore di concentrazione delle tensioni K_I all'apice della fessura dominante viene calcolato per via numerica tramite un codice agli elementi ibridi di contorno, a discontinuità sia di spostamento che di sforzo.

Il disordine delle distribuzioni statistiche, ovvero la dispersione attorno ad un valore medio, induce effetti di schermatura del valore di K_I all'apice della fessura dominante.

Introduzione.

Il problema dell'interazione tra fessure è stato ampiamente studiato nell'ultimo decennio, rivolgendo inizialmente l'attenzione a semplici geometrie in cui l'interazione di una o due fessure minori induce fenomeni di amplificazione o schermatura del fattore di intensificazione delle tensioni di una fessura dominante. In particolare Rose [1] ha fornito

l'unica soluzione analitica tutt'oggi disponibile per due fessure collineari e Rubinstein [2] ha ricavato una soluzione approssimata per una serie di fessure collineari.

Successivamente sono stati proposti vari metodi numerici per l'analisi dell'interazione tra fessure con geometrie via via più complesse, Gong e Horii [3], Cai e Faber [4], Kachanov e Montagut [5], Lam, Wen e Tao [6], Rubinstein e Choi [7].

In particolare Hutchinson [8] ha esaminato, senza poter giungere a risultati conclusivi, la possibilità che una zona di materiale danneggiato possa schermare una fessura dominante inibendone la propagazione: la fessura rimarrebbe intrappolata dentro la zona di danneggiamento. Tale approccio nasce da alcuni risultati sperimentali [9] che mostrano come la nucleazione e crescita di microfessure nella zona di concentrazione delle tensioni alzi la soglia di propagazione instabile della fessura dominante.

Ulteriori analisi numeriche sono state condotte da Kachanov e Laures [10] e da Huang e Karihaloo [11] per geometrie tridimensionali in cui la fessura dominante viene schematizzata da un semipiano e le microfessure da dischi. Sebbene in questi lavori gli autori generino le distribuzioni di microfessure con procedure probabilistiche, lo studio non è tuttavia specificamente rivolto alla ricerca degli effetti dovuti a diversi gradi di disordine statistico.

Carpinteri e Scavia [12] sono ricorsi infine ad analisi statistiche con distribuzioni di microfessure a disordine crescente mostrando una tendenza verso effetti di schermatura della fessura dominante.

Disordine della zona danneggiata.

Nelle pagine che seguono ci si riferisce a geometrie bidimensionali con fessure contenute in una matrice elasto-fragile.

La distribuzione delle microfessure è completamente definita da cinque parametri geometrici: spaziatura orizzontale SO e verticale SV dei centri, lunghezza L ed orientazione α delle microfessure nonché posizione relativa D della zona di danneggiamento rispetto l'apice della fessura dominante (fig. 1).

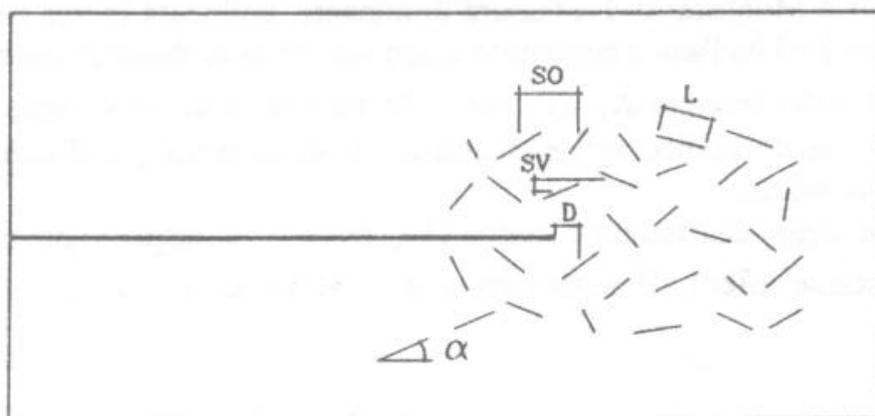


figura 1: parametri geometrici che definiscono la distribuzione di microfessure all'apice della fessura dominante.

Per ciascun parametro è stato definito un intervallo di variabilità tale da generare realistiche distribuzioni di microfessure. Ad esempio, la lunghezza delle microfessure

varia da 1/20 ad 1/10 della lunghezza della fessura dominante, mentre l'orientazione spazia entro l'intero angolo giro, in modo tale da imporre l'isotropia macroscopica del materiale.

Attribuendo ai cinque parametri il valore medio del corrispondente intervallo di variazione si costruisce deterministicamente una gabbia di microfessure che viene assunta come geometria di riferimento a ordine massimo. La posizione della gabbia rispetto all'apice della fessura dominante viene centrata su un valore neutro, ovvero un valore che non porta né ad amplificazione né a schermatura del fattore di intensificazione (SIF).

Il disordine, nella definizione che viene assunta, equivale ad una forte dispersione dei parametri geometrici attorno ad un valore medio. Le tre distribuzioni statistiche simulate, δ di Dirac, gaussiana e uniforme, definiscono un disordine crescente, minimo per la δ di Dirac, massimo per la distribuzione uniforme.

Con riferimento alla gabbia fissa, è stato introdotto il disordine su uno, due oppure tre parametri, generando ogni volta 60 geometrie differenti. Per ogni geometria, ovvero per ogni simulazione di zona danneggiata, è stato calcolato il valore dello SIF all'apice della fessura dominante, ottenendo così una popolazione statistica di 60 SIF di cui è stato valutato il valore medio, i valori di picco massimo e minimo, nonché la percentuale dell'intera popolazione che sperimenta effetti di schermatura. Tale procedimento è stato ripetuto per varie forme di disordine, ovvero per disordine imposto alternativamente a tutti e cinque i parametri geometrici.

Il metodo numerico di analisi.

La necessità di tenere conto di un elevato numero di fessure e la definizione di geometrie sempre diverse ha imposto il ricorso ad una procedura numerica. In particolare è stato impiegato un codice agli elementi di contorno proposto da Scavia [13,14], e adattato allo scopo, il quale è basato su una formulazione ibrida in cui le incognite del problema elastico di interazione sono gli spostamenti relativi delle facce delle fessure, sia in direzione normale che tangente, e la tensione sul contorno della lastra, tensione discretizzata con le forze concentrate al centro di ogni elemento. La singola fessura viene scomposta in segmenti al cui interno il campo di spostamento viene assunto costante; gli apici sono costituiti da elementi a deformata parabolica (fig.2).

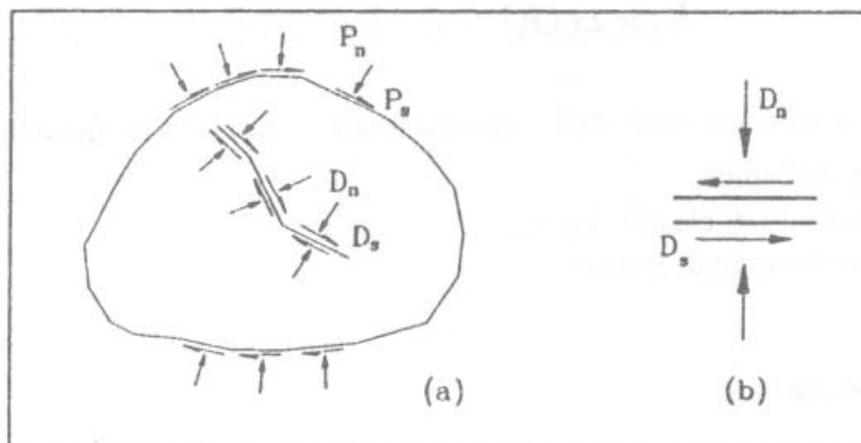


figura 2:
 (a) discretizzazione di un continuo fessurato;
 (b) direzione delle discontinuità di spostamento sul singolo elemento DD.

Il problema elastico viene così ricondotto al seguente sistema di equazioni,

sulle fessure:

$$\tau_s^j = \sum_{j=1}^n A_{ss}(i, j) D_s(j) + \sum_{j=1}^n A_{sn}(i, j) D_n(j), \quad (1a)$$

$$\sigma_n^j = \sum_{j=1}^n A_{ns}(i, j) D_s(j) + \sum_{j=1}^n A_{nn}(i, j) D_n(j), \quad (1b)$$

e sul contorno:

$$\tau_s^j = \sum_{j=1}^N C_{ss}(i, j) P_s(j) + \sum_{j=1}^N C_{sn}(i, j) P_n(j), \quad (2a)$$

$$\sigma_n^j = \sum_{j=1}^N C_{ns}(i, j) P_s(j) + \sum_{j=1}^N C_{nn}(i, j) P_n(j), \quad (2b)$$

ove:

- D_s e D_n sono le discontinuità di spostamento in direzione tangenziale e normale sulle fessure mentre P_s e P_n sono le discontinuità di tensione sul perimetro;
- A_{ss} , A_{sn} , A_{ns} , A_{nn} , C_{ss} , C_{sn} , C_{ns} , C_{nn} sono i coefficienti di influenza;
- τ_s^j e σ_n^j sono le tensioni indotte, che per le fessure risultano pari alla variazione tra le tensioni precedenti la presenza delle fessure e le tensioni finali (nulle per fessure aperte).

Nota la deformazione delle fessure, lo SIF viene valutato come:

$$K_I = D_n G (1 + \nu) \sqrt{2\pi} / \sqrt{4r_o} \quad (2)$$

ove:

- D_n è la discontinuità dello spostamento normale alle facce della fessura a distanza r_o dall'apice;
- G è il modulo di elasticità a taglio;
- ν è il coefficiente di Poisson.

Procedimento statistico.

Le simulazioni statistiche sono state eseguite con un metodo tipo Montecarlo ottimizzato, così da ottenere estrazioni simmetriche ed un valore del coefficiente di Kurtosis pari a 2.77. La deviazione standard delle curve gaussiane è stata assunta pari al

15% dell'intervallo entro cui avviene l'estrazione, valore ritenuto intermedio tra la distribuzione δ di Dirac e la distribuzione uniforme.

La definizione che si è data di disordine come dispersione attorno ad un valore medio non implica un criterio logico per la rappresentazione dei risultati. Si possono infatti definire come ugualmente disordinate popolazioni con uno stesso numero di parametri geometrici definiti con legge gaussiana ed uno stesso numero di parametri definiti, ad esempio, con legge di distribuzione uniforme?

Si è ricorsi quindi a due criteri: (1) una rappresentazione *a parametro guida* in cui il disordine viene introdotto progressivamente; (2) una sequenza in cui le popolazioni vengono considerate tanto più disordinate quanto maggiore è il numero di parametri definiti con legge statistica uniforme.

Il primo criterio conduce ai diagrammi delle figure 3 e 4.

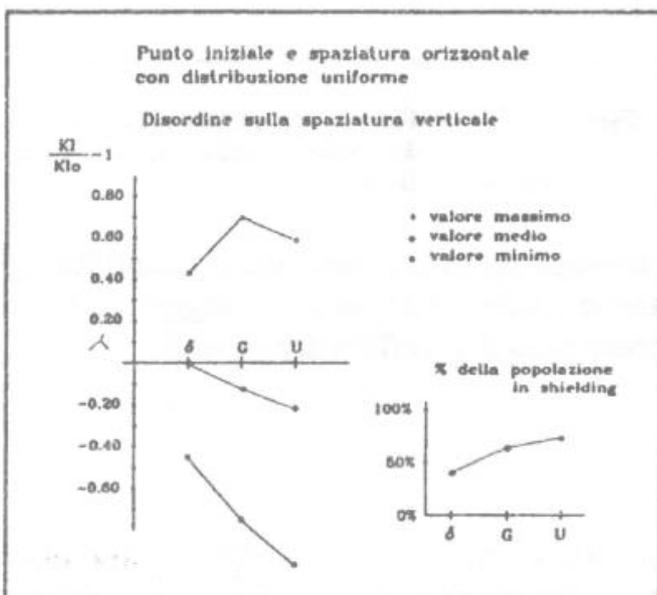


figura 3: tendenza alla schematura con disordine assegnato sulla spaziatura verticale

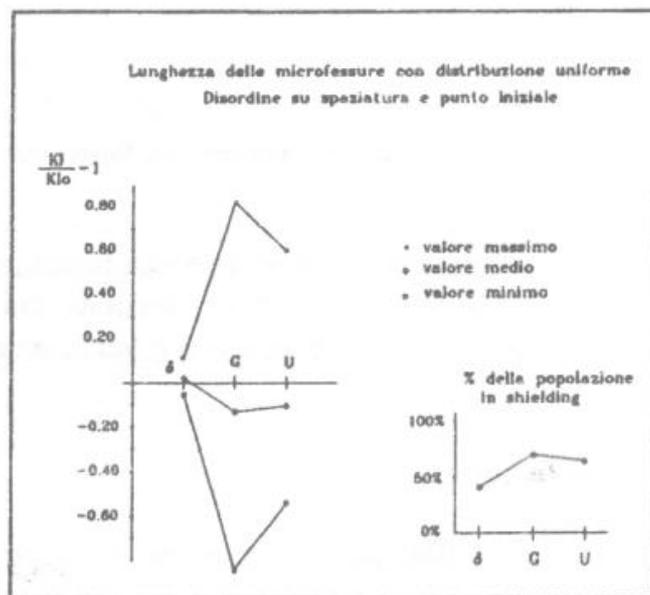


figura 4: tendenza alla riduzione della forbice tra massima amplificazione e minima schematura con il disordine assegnato su due parametri

La figura 3 evidenzia una tendenza del valore medio e del valore minimo dello SIF verso effetti di schermatura, nonché una riduzione del valore di massima amplificazione. In particolare il valore medio si abbassa del 15% rispetto al valore di riferimento; le percentuali di amplificazione e schermatura massime tendono ad una riduzione, e la quota parte di popolazione soggetta a schermatura aumenta con il disordine.

In figura 4 è rappresentata una tendenza parzialmente diversa. Il disordine produce globalmente una schermatura mediamente quantificabile nell'ordine del 20%, mentre il disordine massimo non induce un ulteriore incremento di schermatura (anzi il valore medio dello SIF aumenta del 2-3%), quanto piuttosto un restringimento della forbice entro cui varia lo SIF della fessura dominante.

Il criterio *a parametro guida* mantiene intrinsecamente un certo grado di ordine, nel senso di privilegiare un parametro geometrico, assunto come riferimento per il disordine, sugli altri parametri. L'altro criterio di rappresentazione dei risultati appare *meno ordinato* nel senso che assume, in modo naturale, che il disordine sia proporzionale al numero di parametri definiti con distribuzioni statistiche uniformi.

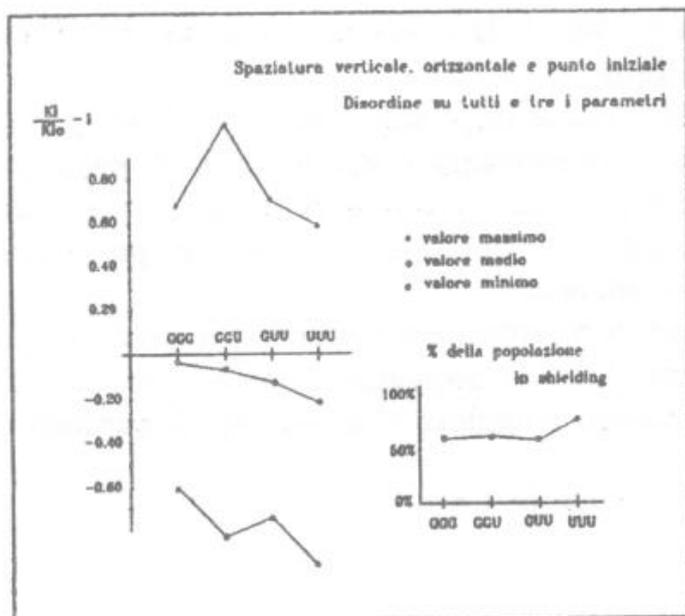


figura 5: tendenza alla schermatura con l'aumentare del disordine.

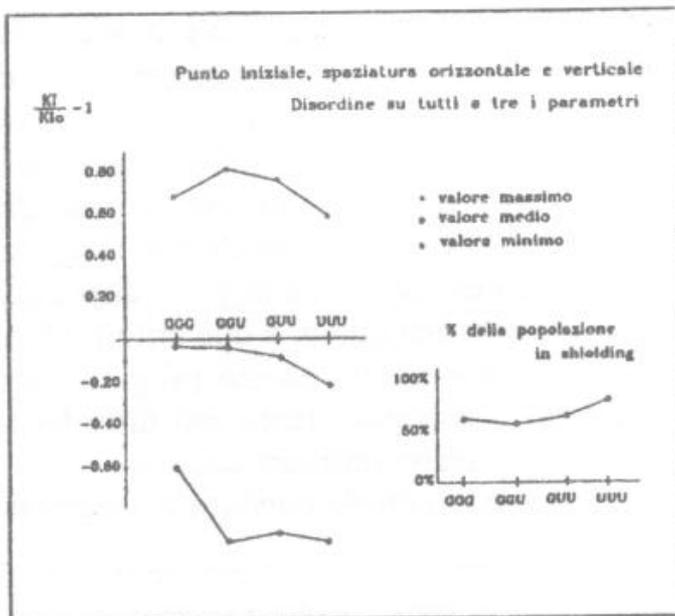


figura 6: il disordine su tre parametri induce una riduzione del valore medio e del valore massimo dello SIF.

Le figure 5 e 6 mostrano una tendenza univoca verso la schermatura, quantificabile mediamente in un 20% circa, secondo cui anche i valori estremi sono soggetti ad una traslazione verso il basso, ovvero verso una prevalenza degli effetti schermanti.

Conclusioni.

La definizione di zona di danneggiamento a disordine crescente mostra delle ripercussioni statisticamente stabili sul valore del fattore di intensificazione delle tensioni all'apice della fessura dominante. La schermatura indotta dal disordine può essere quantificata mediamente in un 15-20% del valore di riferimento. Approssimativamente della stessa entità vengono ridotte le percentuali massime di amplificazione e di schermatura, in particolare quella massima, responsabile della fragilità di alcune geometrie. Stabilmente in aumento è anche la percentuale complessiva di esemplari di ogni popolazione soggetta ad effetti di schermatura.

Rimane aperto il problema posto dall'andamento rappresentato in figura 4. Parrebbe esservi un limite al disordine, forse già raggiunto con distribuzioni di tipo gaussiano, oltre il quale il disordine riduce persino la forbice entro cui varia lo SIF della fessura dominante.

Bibliografia.

[1] Rose, L.R.F., 1986, *Microcrack interaction with a main crack*, Int. J. Fract., vol.31, pp 233-242.

[2] Rubinstein A. A., 1985, *Macrocrack interaction with semi-infinite microcrack array*, Int.J.Fract., vol. 27, pp.113-119.

- [3] Gong S., Horii H., 1989, *General solution to the problem of microcracks near the tip of a main crack*, J. Mech. Phys. Solids, vol.37, pp. 27-46.
- [4] Cai H., Faber K.T., 1992, *On the use of Approximation Methods for Microcrack Shielding Problems*, J. Appl. Mech., vol. 59, pp.497-501.
- [5] Kachanov M., Montagut E., 1986, *Interaction of a crack with certain microcrack arrays*, Eng. Fract. Mech., vol.25, pp. 625-636.
- [6] Lam K.Y., Wen C., Tao Z., 1993, *Interaction between microcracks and a main crack in a semi-infinite medium*, Eng. fract. Mech., vol. 44, pp. 753-761.
- [7] Rubinstein A.A., Choi H.C., 1988, *Microcrack interaction with transverse array of microcracks*, Int. J. Fract., vol.36, pp. 15-26.
- [8] Hutchinson J.W., 1987, *Crack tip shielding by microcracking in brittle solids*, Acta Metall., vol.35, pp. 1605-1619.
- [9] Ruhle M., Evans A.G., McMeeking R.M., Charalmbides P.G., Hutchinson J.W., 1987, *Microcrack toughening in alumina/zirconia*, Acta Metall., vol.35, pp. 2701-2710.
- [10] Huang X., Karihaloo B.L., 1993, *Interaction of penny-shaped cracks with a half-plane crack*, Int. J. Sol. Str., vol. 30, pp. 2117-2139.
- [11] Laures J.P., Kachanov M., 1991, *Three dimensional interactions of a crack front with arrays of penny-shaped microcracks*, Int. J. Fract., vol. 48, pp. 225-279.
- [12] Carpinteri A., Scavia C., 1991, *Order and Disorder in microcrack distribution: effects on macrocrack behaviour and maximum load*, Proceedings of the International RILEM/ESIS Conference "Fracture Processes in Brittle Disordered Materials: Concrete, Rock, Ceramics", J.G.M. van Mier, J.G.Rots, A.Bakker editors, E & FN Spon, Nordwijk, vol. I, pp. 173-182.
- [13] Scavia C., 1992, *A numerical technique for the analysis of cracks subjected to normal compressive stresses*, Int. J. for Num. Meth. in Eng., vol. 33, pp. 929-942.
- [14] Scavia C., 1994, *A method for the study of crack propagation in rock structures*, submitted for publication, Géotechnique.