

G.FERRARA - E.LIMIDO

DETERMINAZIONE DELL'ENERGIA DI FRATTURA G_F PER ALCUNI CALCESTRUZZI
SECONDO LE RACCOMANDAZIONI RILEM E SUA UTILIZZAZIONE IN UN PROGRAMMA
DI CALCOLO STRUTTURALE AD ELEMENTI FINITI

PREMESSA

L'impiego del "Fictitious Crack Model" proposto da Hillerborg e suoi collaboratori [1] [2] per la risoluzione dei problemi di meccanica della frattura applicata ai calcestruzzi presuppone la conoscenza della curva completa carico-deformazione in trazione del materiale.

Con questo modello, infatti la zona fessurata che si sviluppa di fronte all'intaglio di un campione caricato viene simulata con un crack fittizio che si apre man mano che viene raggiunta la resistenza di trazione, ma che è capace di trasferire sforzi di trazione finchè la larghezza della fessura non raggiunge un valore limite W_C .

Durante l'esecuzione di una prova stabile di trazione per la determinazione della curva completa carico-deformazione si può ritenere che il materiale si comporti elasticamente fino al raggiungimento della resistenza limite; a questo punto si innesca una fessura nella sezione più debole del provino e si possono evidenziare due zone a comportamento distinto:

- una zona a comportamento elastico al di fuori della "zona di processo" in cui vale la relazione sforzi-deformazioni σ - ϵ tipica del materiale (ramo ascendente); in questa zona il provino si scarica e restituisce progressivamente tutte le deformazioni e l'energia immagazzinata nella fase di carico (Fig. 1-a);
- una "zona di processo", concentrata nell'intorno del punto di innesco della prima fessura, per la quale vale la relazione sforzi-spostamenti σ - w (ramo discendente); in questa zona infatti, che si può ipotizzare priva di spessore, si concentrano tutte le deformazioni dei microcracks contigui fino al raggiungimento dello spostamento limite W_C tipico del materiale (Fig. 1-b).

L'area sottesa alla curva completa $\sigma-W$ costituisce l'energia di frattura specifica G_F ossia l'energia necessaria per creare un crack di superficie unitaria.

La grossa difficoltà di realizzare in laboratorio prove stabili in trazione può essere superata tenendo presente che le curve $\sigma-E$ e $\sigma-W$ prima citate si possono definire con buona approssimazione conoscendo:

- la resistenza a trazione f_t
- il modulo elastico E
- l'energia specifica di frattura G_F
- la forma della curva $\sigma-W$ del calcestruzzo in esame.

Mentre le prove per la determinazione di f_t e di E sono da tempo normalizzate, solo dallo scorso anno esiste una proposta di raccomandazione RILEM per la determinazione dell'energia di frattura G_F presentata dallo stesso Hillerborg [3].

In quel che segue vengono riportati i valori di G_F ottenuti per due tipi di microcalcestruzzo seguendo le raccomandazioni citate e viene descritto il programma di calcolo ad Elementi Finiti in fase di avanzata messa a punto che consentirà di affrontare i problemi di Meccanica della frattura secondo il modello di Hillerborg.

1. DETERMINAZIONE DELL'ENERGIA DI FRATTURA G_F

Si è definita l'energia specifica di frattura G_F come l'energia necessaria per creare un crack di superficie unitaria; per poterne calcolare il valore è necessario dunque mettere a punto una prova di semplice esecuzione in cui sia predeterminabile l'entità della superficie di frattura e soprattutto sia facilmente ricavabile l'entità del lavoro fornito per generarla.

La prova di flessione stabile (°) su provini intagliati (T.P.B.T.) proposta nella raccomandazione RILEM garantisce tutto questo: l'impiego

(°) Si definisce stabile una prova di flessione quando la rottura si realizza a velocità di deformazione (freccia) controllata fino alla separazione del travetto in due metà.

del provino 10x10x84 cm, molto snello e con rapporto d'intaglio 0,5, assicura infatti con l'esiguità della sezione resistente di mezzeria, che il lavoro fornito dalla pressa in una prova stabile (area racchiusa dalla curva completa carico-freccia) è tutto speso per la crescita della fessura di fronte all'intaglio fino a completa separazione del travetto.

La possibilità di realizzazione di una prova stabile in flessione è legata alla disponibilità di una macchina sufficientemente rigida capace cioè di restituire nel "dopo rottura" energia elastica inferiore a quella richiesta dal campione (Fig. 2).

Anche se la pressa a disposizione presso i laboratori del CRIS presenta una sufficiente rigidità per la determinazione del GF secondo la proposta RILEM, si è voluto mettere a punto una metodologia di prova che consentisse sia di utilizzare campioni più rigidi (con rapporti d'intaglio più piccoli, oppure con snellezza minore) sia di poter eseguire prove stabili in flessione sul provino raccomandato con pressa di minor rigidità.

L'artificio proposto consiste nel caricare in parallelo col provino un travetto d'acciaio (Fig. 3). In tal modo, poichè il coltello rigido del dispositivo di flessione impone al sistema la stessa freccia, il carico totale fornito dalla pressa si suddivide nei due travetti in ragione della loro rispettiva rigidità flessionale.

Facendo in modo che il carico P_1 sopportato dal travetto di calcestruzzo sia piccolo nei confronti di quello fornito dalla pressa, si possono verificare due casi:

- il valore del carico necessario a mantenere la velocità di deformazione imposta continua a crescere anche dopo il superamento del carico ultimo per il calcestruzzo: in questo caso le colonne della pressa continuano ad allungarsi e non interferiscono col comportamento del provino;
- il carico fornito diminuisce dopo la rottura del calcestruzzo: in questo caso la rigidità della pressa, prima insufficiente, risulta ora adeguata per la "rotazione" imposta alla curva $P-\delta$ con l'impiego del travetto di acciaio (Fig. 4).

Utilizzando un simile dispositivo è stato determinato il valore di G_F secondo la raccomandazione RILEM citata per due calcestruzzi le cui caratteristiche salienti sono racchiuse nella Tabella 1.

Un esempio delle registrazioni effettuate nel corso delle prove è riportato nella Fig. 5.

La Fig. 6 fornisce invece la curva $P-\delta$ per il solo calcestruzzo della stessa prova di Fig. 5 dopo l'elaborazione necessaria ad eliminare l'effetto del travetto di acciaio.

Calcolando l'area sottesa dalle curve $P-\delta$ ed aggiungendo l'effetto del peso proprio così come riportato nella norma si sono ottenuti i valori di G_F della Tabella 2.

Tali valori concordano perfettamente con quelli che si ritrovano in letteratura [2].

2. IL PROGRAMMA DI CALCOLO

Il programma di Fracture Analysis "FRANA" è una particolarizzazione del "Fictitious Crack Model" nel caso di strutture in cui sia possibile determinare a priori la direzione di propagazione della fessura; in particolare si è studiato il caso di travi del tipo TPBT con rapporto di intaglio variabile tra 0 e 0,5.

I concetti basilari di F.C.M. sono:

- il comportamento reale della zona di processo o "fracture zone", costituito da una serie di microcracks diffusi in una zona piuttosto ampia nell'intorno del tip, viene schematizzato con un unico crack, di spessore nullo, nel quale viene concentrata la deformazione somma delle deformazioni elementari dei singoli microcracks. La schematizzazione teorica in questo caso è molto vicina al comportamento reale in quanto nelle indagini sperimentali, si è osservato che ad un certo punto della curva di carico uno dei microcracks diviene predominante, concentrando su di sé le deformazioni infinitesime dei microcracks contigui.

- la zona di processo si sviluppa in un punto quando $\sigma_I = f_t$ ossia la tensione principale σ_I eguaglia il valore della resistenza a trazione del calcestruzzo;
- la frattura si sviluppa perpendicolarmente a σ_I
- il materiale della zona di processo conserva una residua capacità di resistenza a trazione, che dipende dalla forma della curva $\sigma-M$;
- il materiale esterno alla zona di processo ha un comportamento elastico lineare (curva $\sigma-E$).

I principali vantaggi di FCM sono:

- possibilità di utilizzo per la verifica di strutture, anche complesse, nei riguardi della stabilità (o meno), di fessure preesistenti, o più in generale per indagare sull'insorgere del fenomeno di rottura a trazione;
- possibilità di seguire la propagazione della fessurazione nel corso della storia di carico.

Il metodo di analisi proposto si basa sull'utilizzo di una struttura ausiliaria del tipo di Fig. 7 da cui si ricavano dei coefficienti di influenza che verranno utilizzati nel programma. Sulla struttura ausiliaria sono evidenziate n coppie di nodi contrapposti e un bordo superiore integro, l'altezza di questo "ligament" si è tenuta pari a $h/10$ che è soluzione di compromesso fra due contrapposte esigenze:

- l'esigenza di avere un intaglio molto pronunciato per poter seguire fino in fondo l'evoluzione della frattura;
- l'esigenza di avere un'altezza di "ligament" sufficientemente ampia da assicurare la correttezza dell'analisi strutturale.

Si considerano $n+2$ condizioni di carico in cui le n forze unitarie $P_i=1$, la forza esterna $F=1$ e la forza peso agiscono singolarmente sulla struttura determinandone i coefficienti di influenza in termini di "apertura" delle coppie di nodi contrapposti (spostamenti orizzontali), e in termini di freccia del punto di carico.

La prima fase di calcolo "A", effettuata sulla struttura ausiliaria consiste quindi in una analisi strutturale ad elementi finiti, per la quale è consigliato l'utilizzo di una mesh ad elementi lineari (triangoli o quadrilateri del 1° ordine); la seconda fase di calcolo "B" consiste invece in una risoluzione ripetuta di un sistema di equazioni lineari, del tipo indicato qui di seguito, con diverse condizioni al contorno.

L'apertura del crack a ciascun nodo può essere espresso dalla relazione

$$\{w\} = [K] \cdot \{P\} + \{C\} \cdot F + \{CP\} \quad (1)$$

dove $\{w\}$ = vettore apertura del crack agli n nodi
 $[K]$ = matrice dei coefficienti di influenza
 $\{P\}$ = vettore delle n forze di richiusura ai nodi
 $\{C\}$ = vettore degli spostamenti nodali per $F=1$
 $\{CP\}$ = vettore degli spostamenti nodali per peso proprio

La situazione reale della struttura in esame, con tipo ad esempio nel nodo k (Fig. 8) è ricostruito con le condizioni al contorno

- $P_i=0$ per i nodi da 1 a (k-1)
- $W_i=0$ per i restanti nodi da k a n

(2)

Le $2n$ relazioni (1) e (2) consentono di risolvere il sistema di $2n$ incognite $\{P\}, \{w\}$ per qualsiasi valore di forza esterna F .

Noto il vettore $\{P\}$ e la forza esterna F , la freccia δ del punto di carico si può esprimere come

$$\delta = \{D\}^T \cdot \{P\} + D_F \cdot F + D_P$$

dove: $\{D\}$ è il vettore delle frecce per gli n carichi P_i
 D_F è la freccia per $F=1$
 D_P è la freccia del peso proprio

Il primo passo di calcolo consiste nella determinazione della forza F che comporta il raggiungimento della resistenza massima di trazione alla punta dell'intaglio (tip); il valore di F unitamente a δ calcolato come sopra costituisce il primo punto per la costruzione della curva "stabile" $F-\delta$.

Il secondo passo di calcolo prende avvio dallo "slacciamento" della coppia di nodi al tip e dall'introduzione della relazione $\sigma_k = f(M_k)$ tipica del materiale (curva discendente $\sigma-M$ di cui si è già detto); questa relazione aggiuntiva consente di determinare per il nodo in esame, oltre al valore dello spostamento M_k , anche la forza P_k che i due nodi contigui si trasmettono e che dipende unicamente da M_k . Il passo di calcolo si conclude con la determinazione del valore di forza esterna F per cui si ha $\sigma = \sigma_b$ nel nodo $k+1$, e del corrispondente valore di δ .

Il calcolo procede in modo analogo per passi successivi fino allo slacciamento dell'ultimo nodo, e alla determinazione dell'ultima coppia di valori F, δ ; la struttura base del sistema risolvibile è sempre la stessa del passo uno con l'aggiunta via via delle relazioni $\sigma-M$ per i nodi che si sono slacciati.

Quindi ad un generico passo di calcolo si possono distinguere nella struttura tre gruppi di nodi corrispondenti a tre zone distinte del materiale (Fig. 9):

- un gruppo di nodi per cui si ha $P_j = 0$, che corrispondono alle zone di materiale completamente separato in due parti distinte e senza trasmissione di sforzo ($M_j > M_c$)
- un gruppo di nodi per cui si ha $M_j \neq 0$ e $P_j = f(M_j)$, che corrispondono alla cosiddetta "zona di processo" in cui il materiale pur avendo già superato il limite di rottura conserva ancora una residua capacità di trasmettere sforzo di trazione ($0 < M_j < M_c$)
- un gruppo di nodi per cui $M_j = 0$ che corrispondono al materiale integro ancora in campo elastico.

Alcuni risultati di elaborazioni effettuate sono riportati in dettaglio nel paragrafo successivo.

3. VALUTAZIONI SU ALCUNI PARAMETRI CARATTERISTICI

Con riferimento al travetto 10x10x84 delle raccomandazioni RILEM e con i valori caratteristici della serie di calcestruzzi con inerte "frantumato" si è analizzata numericamente l'influenza del modulo elastico E , della resistenza a trazione f_t e dello spostamento critico w_c sul comportamento a rottura della struttura in esame, che viene evidenziato in forma di curve $F-\delta$ complete di ramo discendente.

Tali curve sono state ricavate per rapporti d'intaglio $a-h$ variabili tra 0 e 0,55.

Nella fase di calcolo "A" si è analizzata l'influenza della discretizzazione della struttura in esame, e della variazione di E .

Per quanto riguarda la discretizzazione si sono considerati due casi:

- un primo caso in cui il fronte della frattura è schematizzato con 18 coppie di nodi ad interasse 0,5 cm
- un secondo caso in cui il fronte della frattura è schematizzato con 36 coppie di nodi ad interasse 0,25 cm (Fig. 10)

In entrambi i casi si è considerato un "ligament" pari a $h/10$, modulo elastico E uguale a 322.000 kg/cm^2 e ν 0,20. In considerazione dell'esiguità dell'interasse tra i nodi non si riscontrano apprezzabili differenze tra i due casi (Fig. 11, Fig. 12) anche se la soluzione a 36 nodi presenta un ramo discendente più prolungato.

La schematizzazione a 36 nodi ci sembra sufficientemente raffinata da garantire risultati affidabili anche con interasse fra i nodi dell'ordine di 4-8 cm; pertanto tutti i confronti cui si accennerà nel seguito sono fatti con questa schematizzazione.

Per quanto riguarda l'effetto di una variazione di modulo elastico oltre al caso base (Fig. 12) si è considerato il caso $E=276.000 \text{ kg/cm}^2$ (Fig. 13) e $E=500.000 \text{ kg/cm}^2$ (Fig. 14).

La variazione di E influenza sostanzialmente la pendenza delle curve $F-\delta$ e quindi il valore degli spostamenti associati a ciascun livello di carico (in particolare dello spostamento corrispondente al carico massimo); risulta scarsa invece l'influenza sul valore del carico ultimo (Fig. 15).

Nella fase di calcolo "B" si è analizzata l'influenza dei parametri f_t , W_c , G_F ossia del ramo discendente della curva $\sigma-M$; si è analizzato il caso base di Fig. 16a e quindi i casi illustrati in Fig. 16b,c in cui si è tenuto costante il valore $G_F = .068$ kg/cm, mentre si sono raddoppiati o dimezzati i valori di f_t e W_c .

Come si può notare dai diagrammi di Fig. 17 e dal confronto delle curve $F-\delta$ del caso a) (Fig. 12) e del caso b) (Fig. 18) la variazione di f_t produce effetti rilevanti sul carico massimo di rottura e sul valore dello spostamento a rottura, mentre sembra essere poco influente sulla parte terminale delle curve $F-\delta$ che tendono a terminare sempre nella stessa zona. Nel caso c) (Fig. 19) siamo in presenza di curve non completamente definite nel loro ramo discendente e molto poco vicine al comportamento di calcestruzzi normali.

Comunque appare evidente che la forma e la pendenza della curva $\sigma-M$ influenzano notevolmente la forma e la pendenza delle curve $F-\delta$.

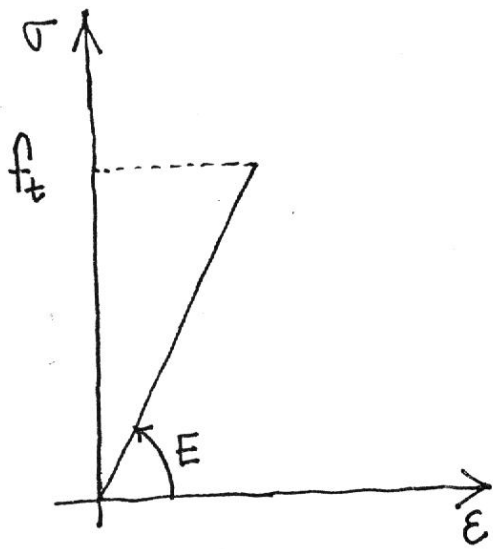
Per i soli casi a) e b) si è calcolato il valore di G_F a partire dall'area sottesa alla curva $F-\delta$, e secondo la formula consigliata dalla citata proposta RILEM, per verificarne la rispondenza con il valore assunto a base del calcolo.

I valori ottenuti, confrontati con la media dei valori sperimentali, portano ad una sovraestimazione del valore di G_F calcolato; tale effetto sembra dovuto al fatto di avere utilizzato una schematizzazione troppo grossolana per la curva $\sigma-M$. Infatti per i calcestruzzi risulta molto più indicata una schematizzazione almeno bilatera del tipo di Fig. 20 che è stata ricavata [2] dall'analisi di prove di trazione stabile su diversi tipi di calcestruzzi normali.

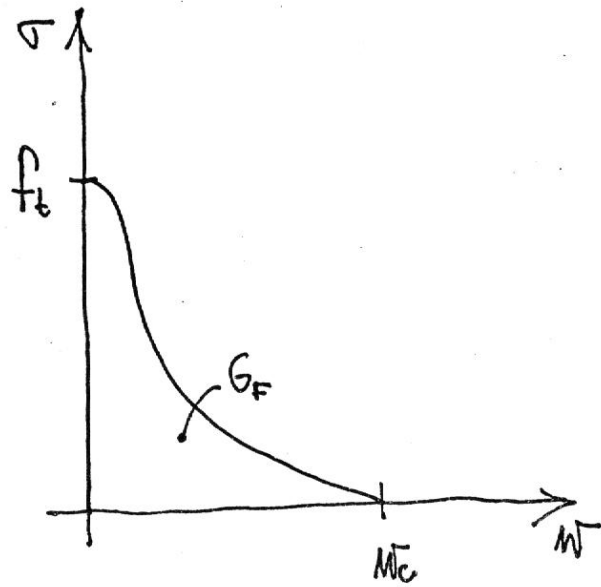
E'su questo tipo di schematizzazione del ramo discendente, e su curve analoghe a più lati, che si sta concentrando l'ultima fase di messa a punto del programma.

BIBLIOGRAFIA

- 1 - A. HILLERBORG - A model for fracture analysis -
THE LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY - Report TVBM-3005
1978 .
- 2 - Per-Erik PETERSSON - Crack growth and development
of fracture zones in plain concrete and similar ma
terials - THE LUND INSTITUTE OF TECHNOLOGY - Report
TVBM-1006 - 1981 .
- 3 - Determination of the fracture energy of mortar and
concrete by use of three-point bend tests on notched
beams - Proposed RILEM recommendation, 29th January,
1982 .

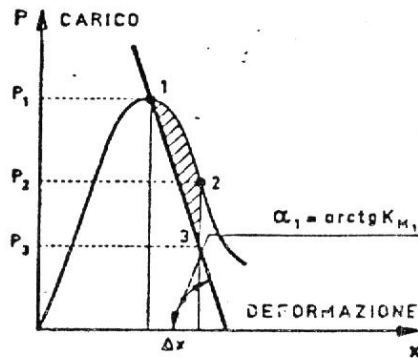
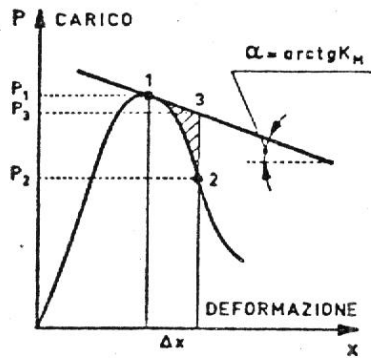
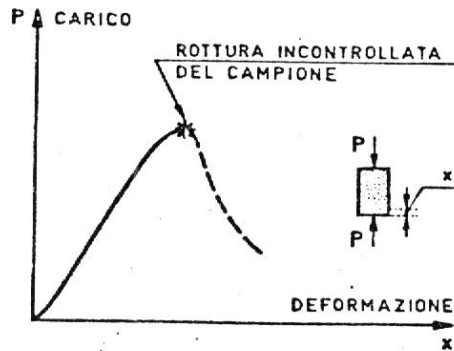


ZONA ELASTICA



ZONA DI PROCESSO

FIGURA 1



LAVORO RICHIESTO DAL CAMPIONE $\Delta L = \int_1^2 P \cdot \Delta x$

ENERGIA ELASTICA LIBERATA $\Delta U = \left[P_1 - \frac{1}{2} (P_1 - P_2) \right] \Delta x$

CONDIZIONE INSTABILE
 $\Delta U > \Delta L$

CONDIZIONE STABILE
 $\Delta U < \Delta L$

fig. 2

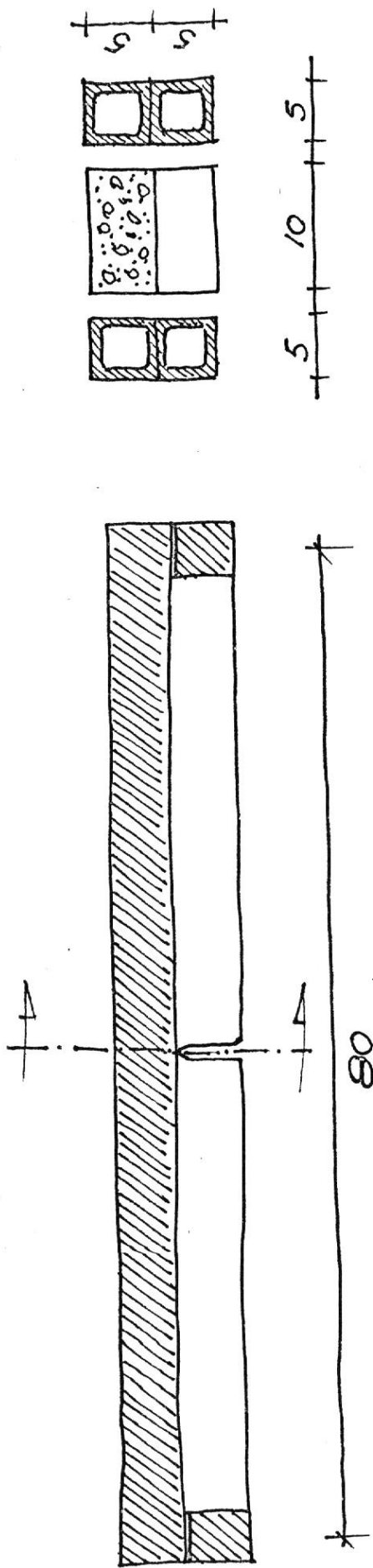


fig. 3

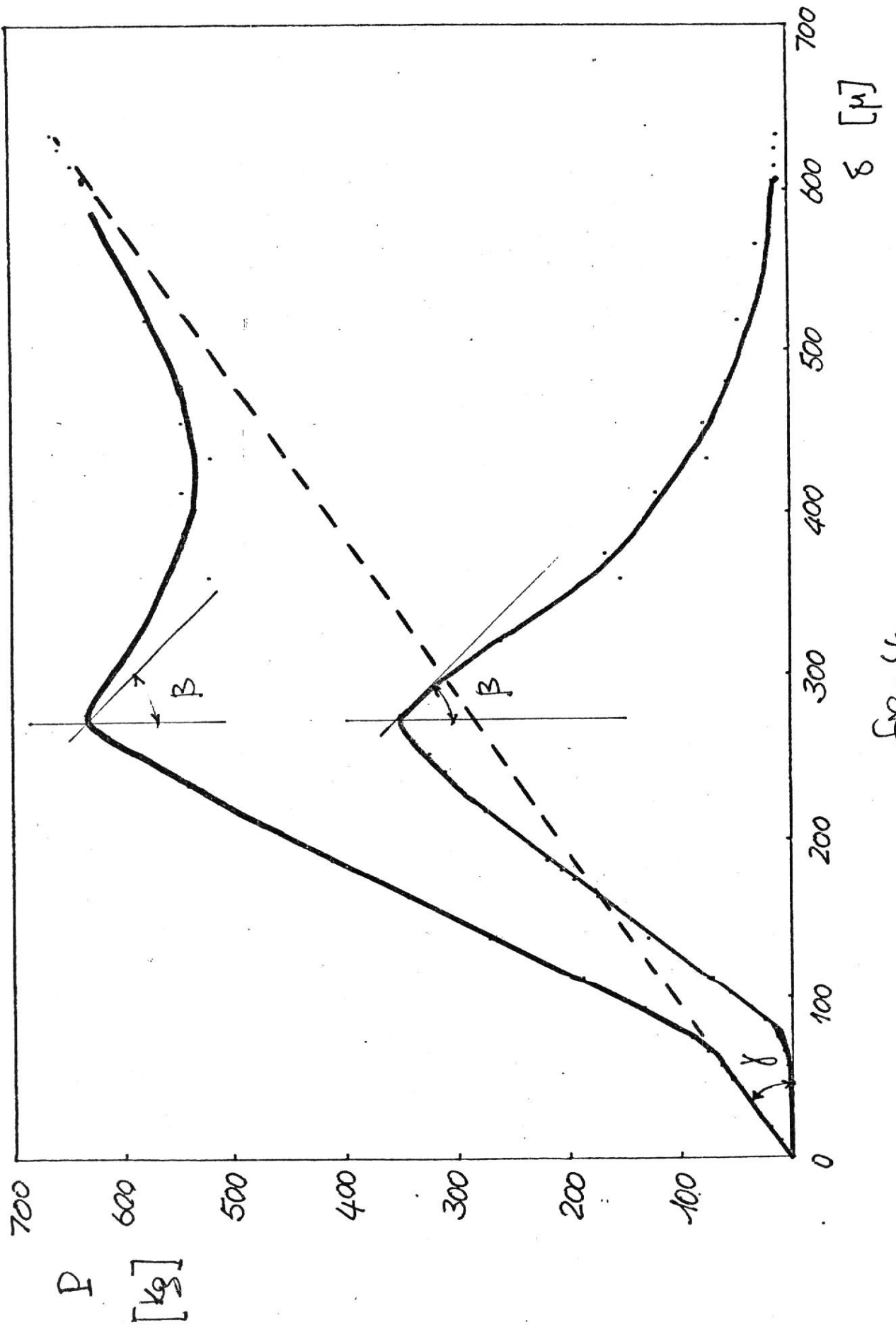


fig. 4

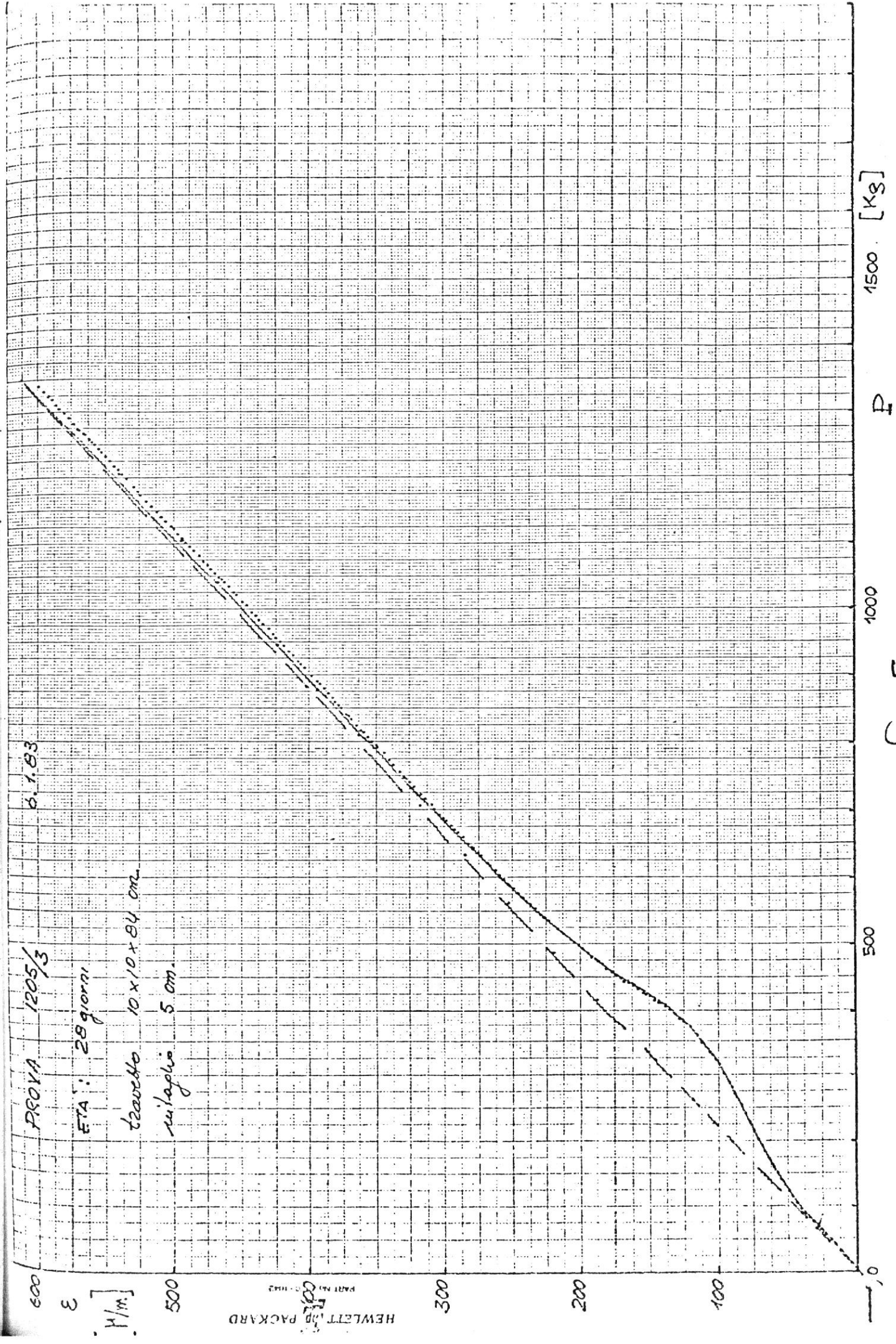


fig. 5

PROVINO 1205/3
vitapho 5cm

Aggregati alluvionali.

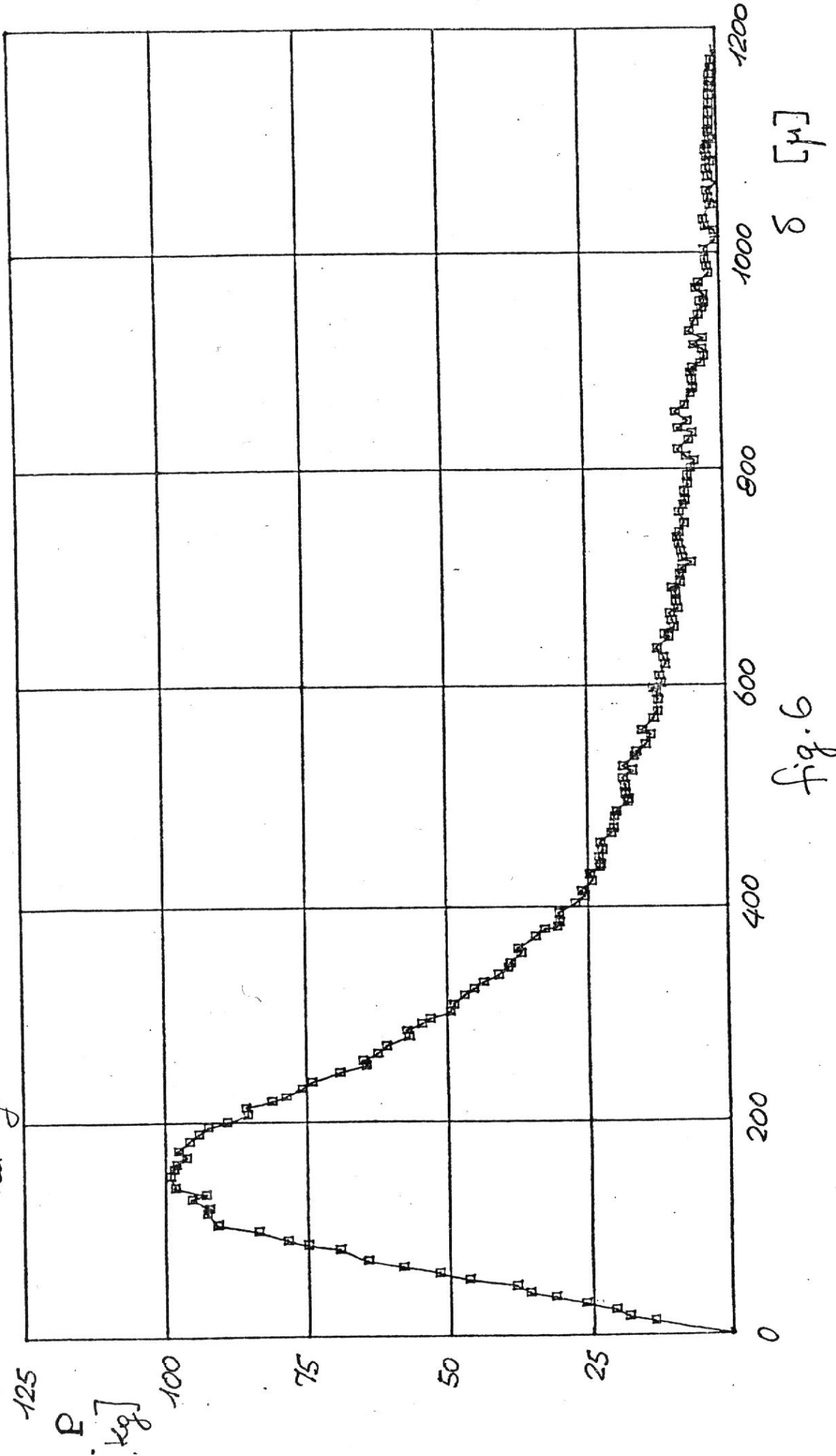


fig. 6

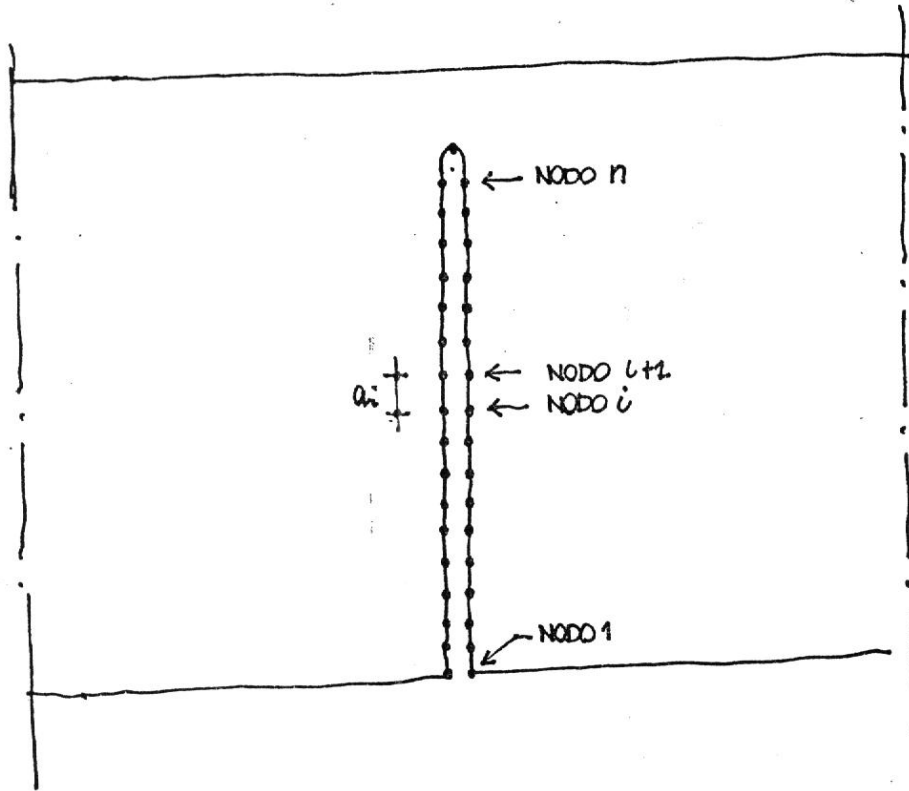


FIGURA 7

(Struttura ausiliaria per analisi ad elementi finiti)

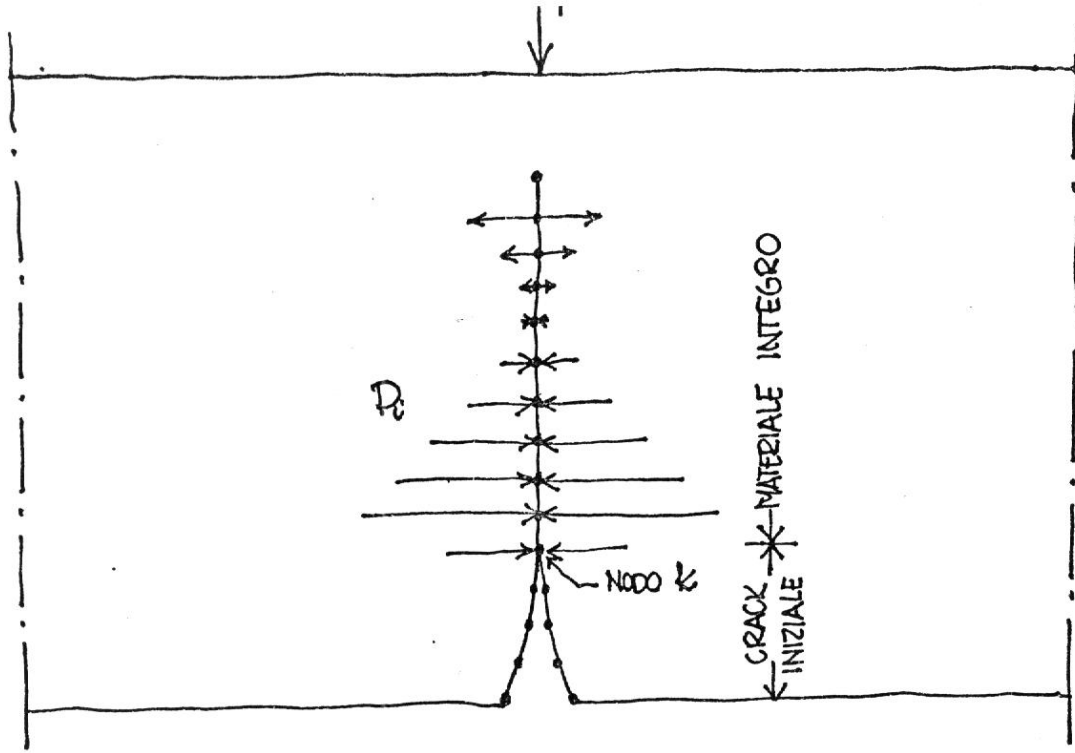


FIGURA 8

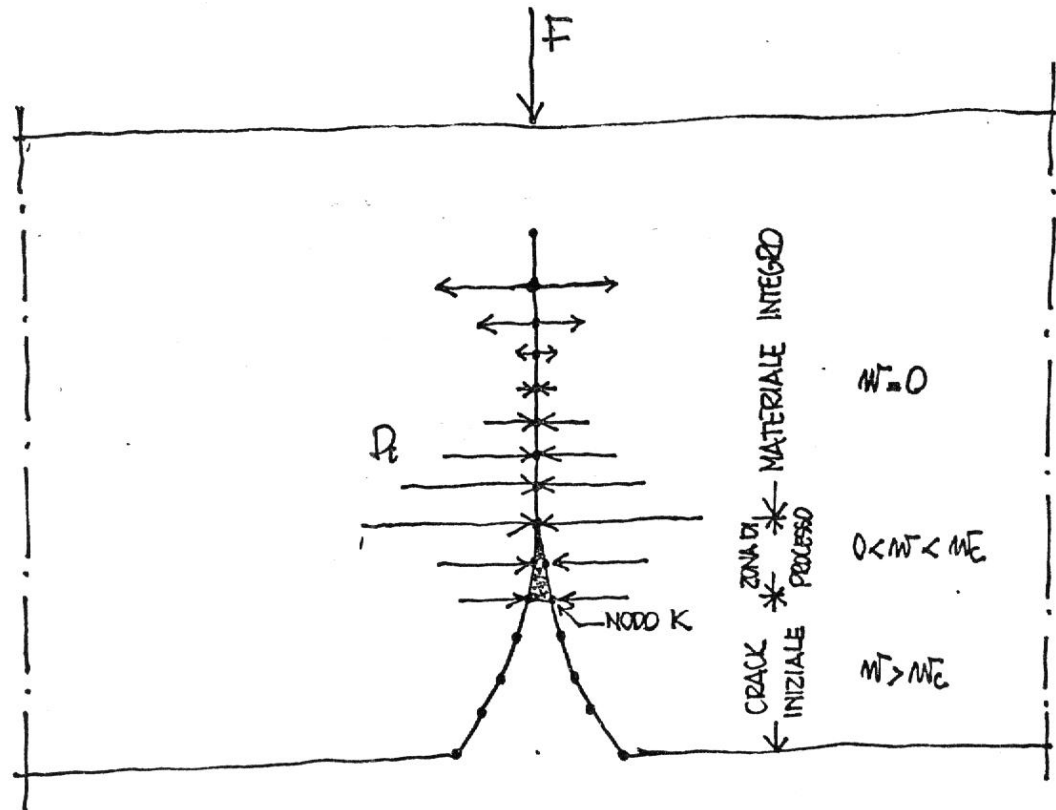


FIGURA 9

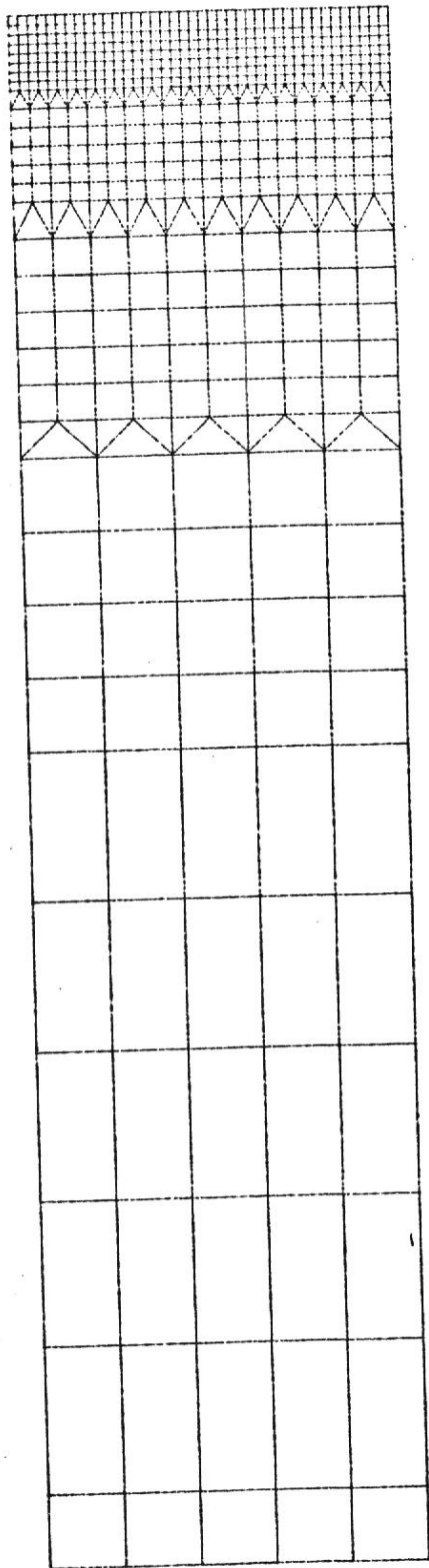


FIG. 10

FIG. 11 - MESH A 18 NODI

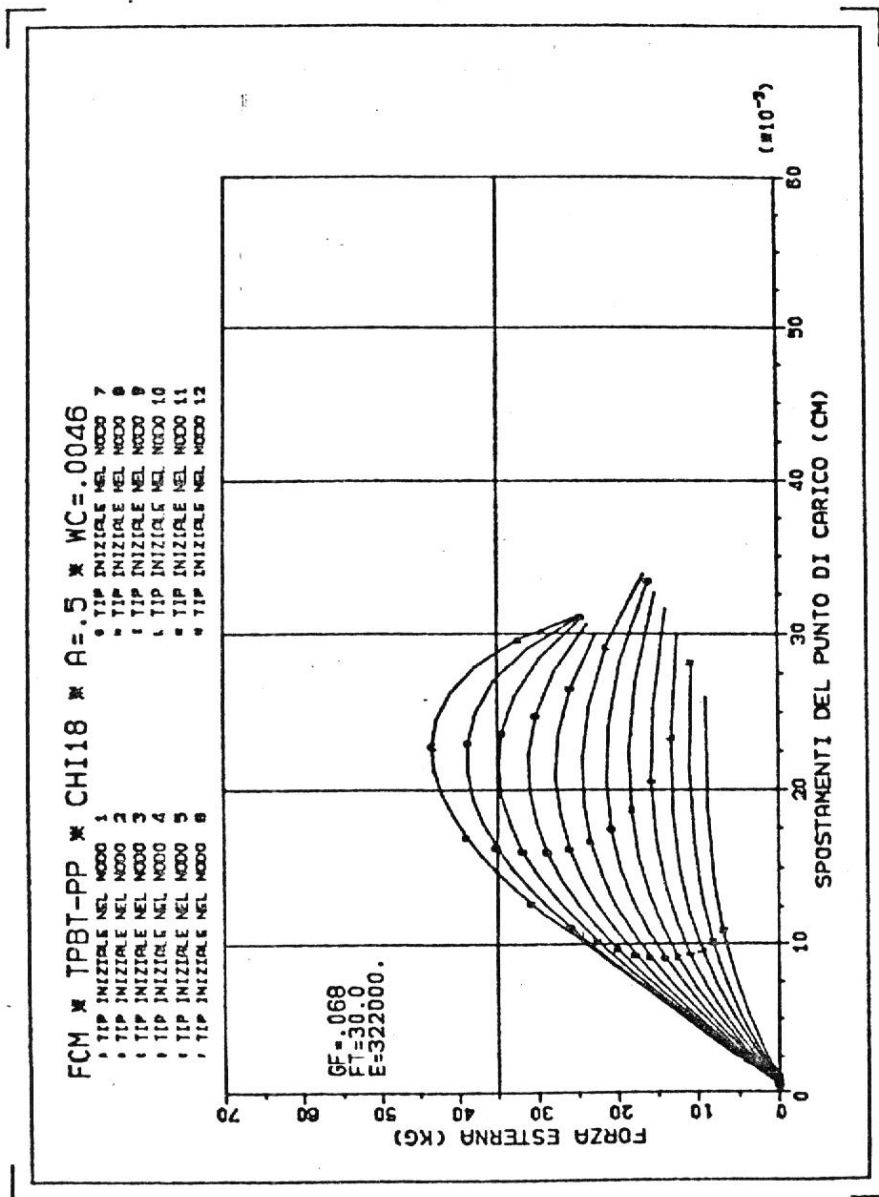


FIG. 12 - MESH A 36 NODI - CASO a)

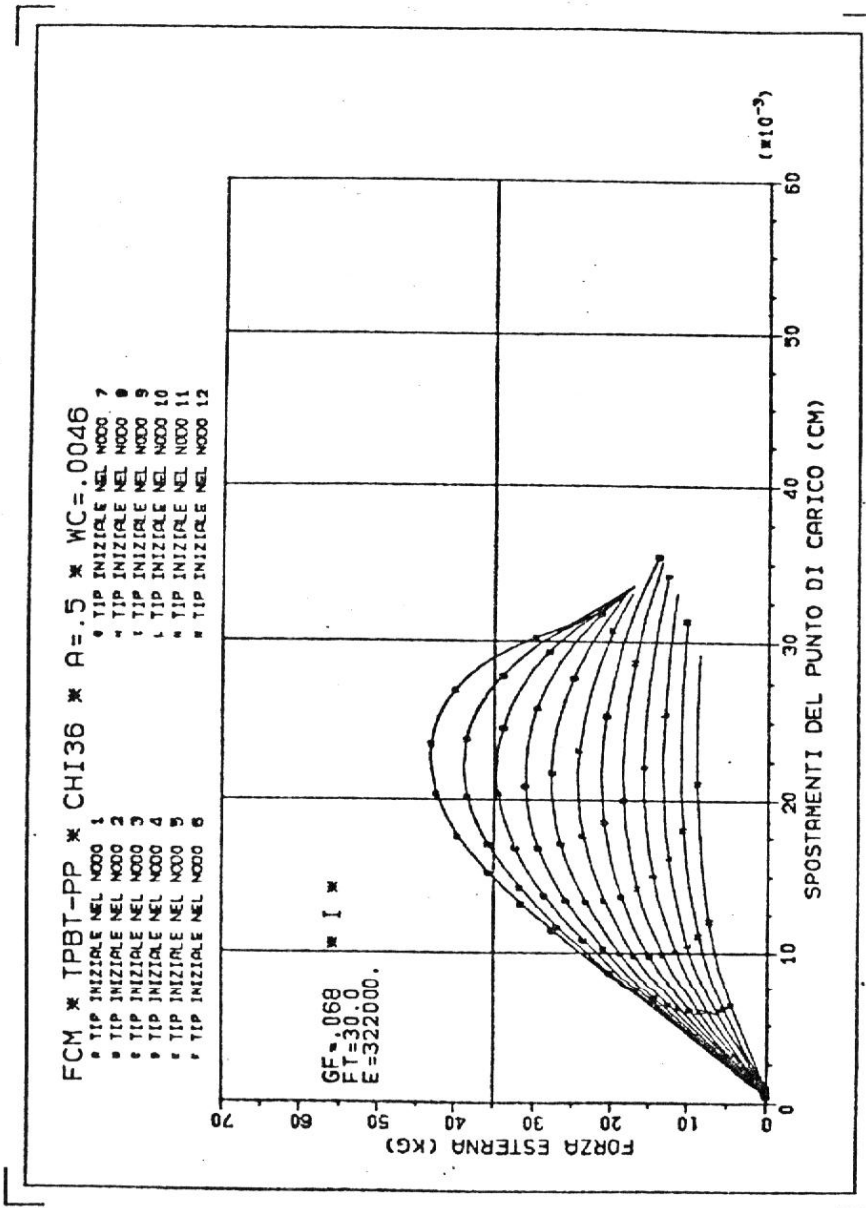


FIG. 13

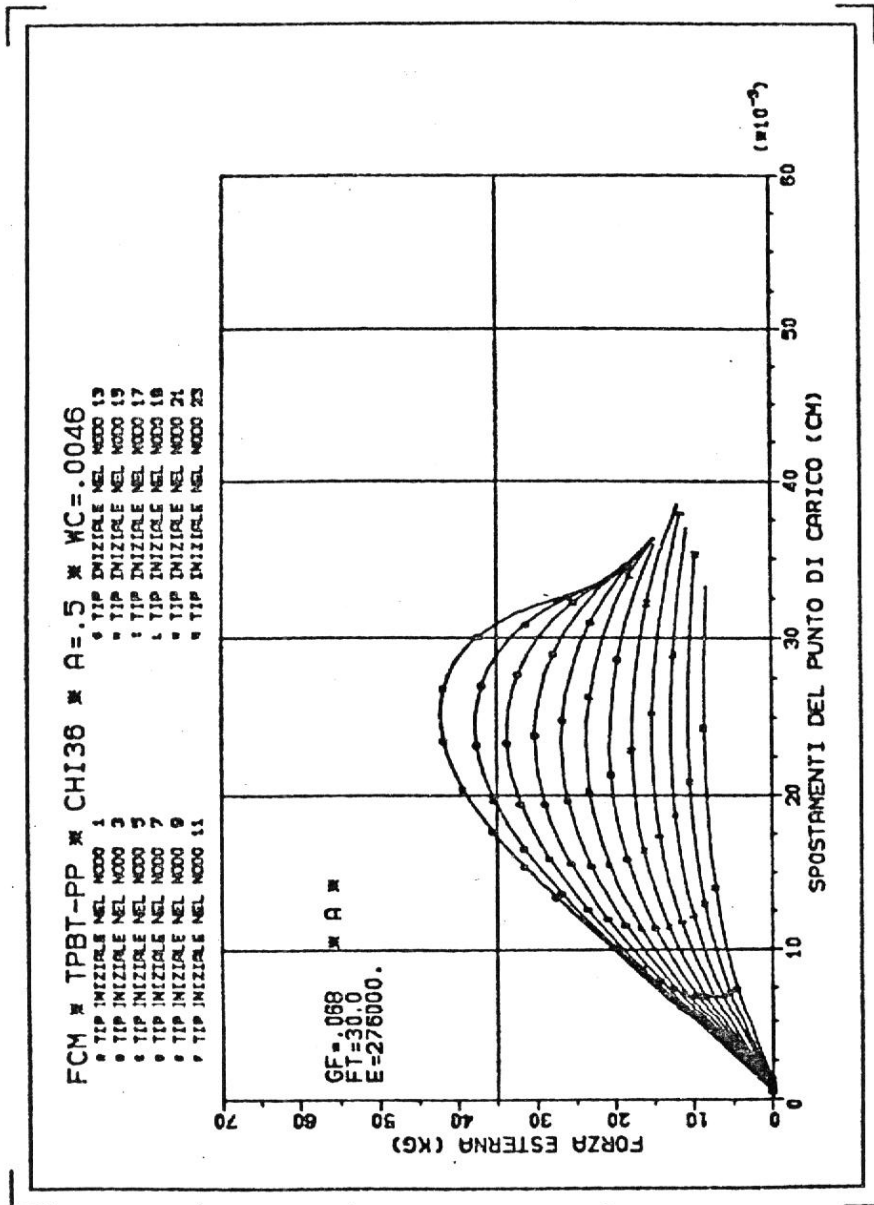
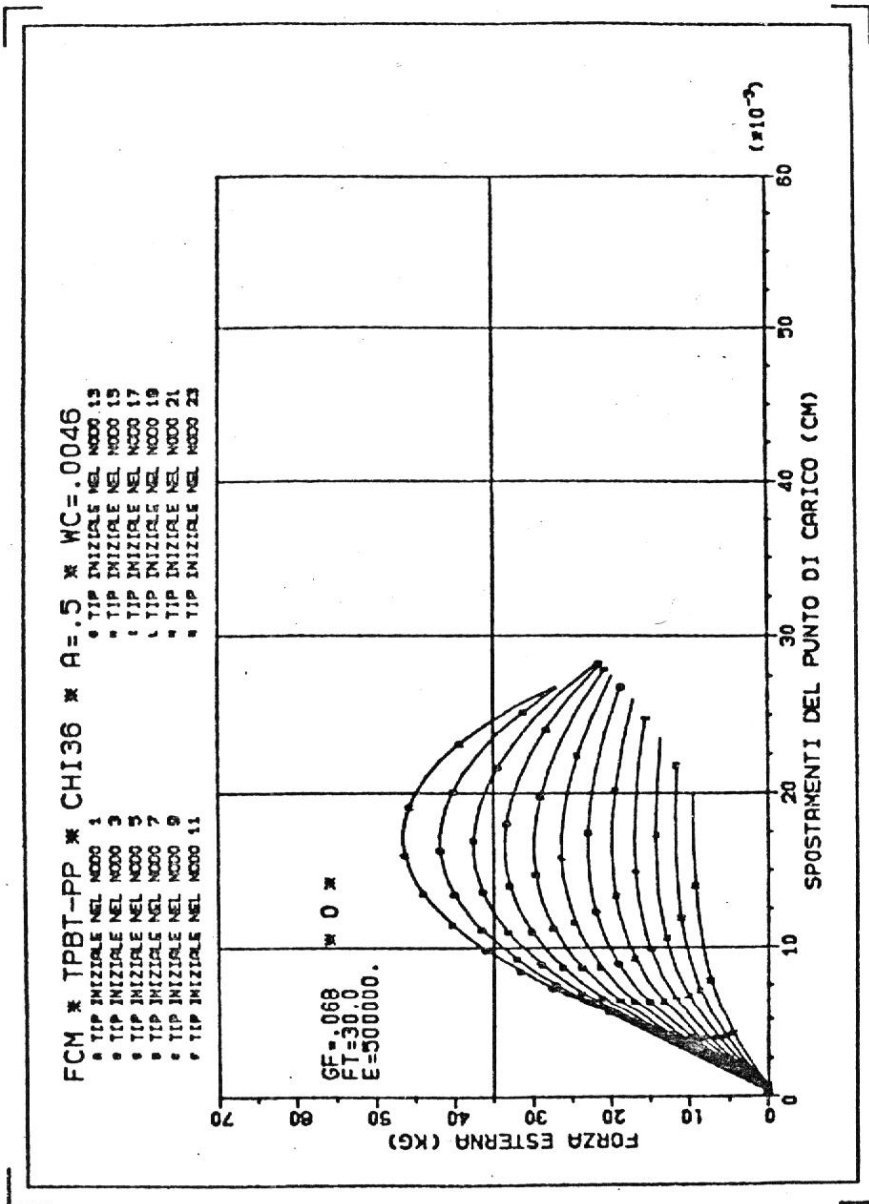


FIG. 14



$G_c = 0.0046 \text{ cm}$

$f_t = 30 \text{ kg/cm}^2$

$G_F = 0.68 \text{ kg/cm}$

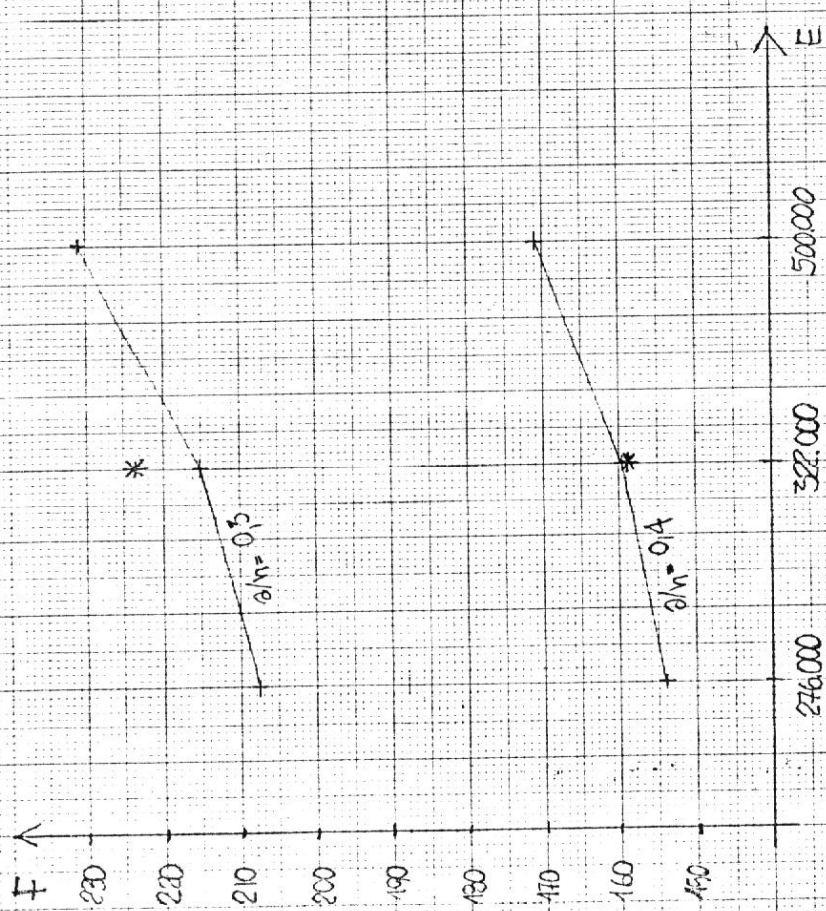
* VALORI Sperimentali

δ

FRECCIA A ROTTURA [cm] $\cdot 10^{-3}$

F

FORZA ESTERNA [kg]



E

MODULO ELASTICO [kg/cm²]

E

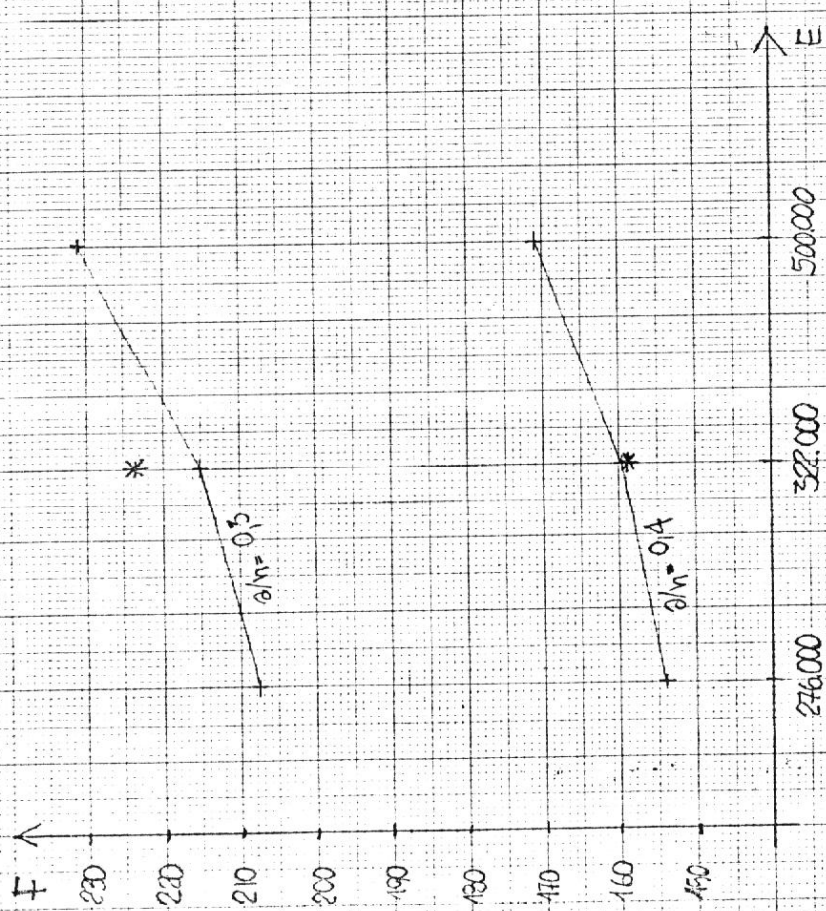
MODULO ELASTICO [kg/cm²]

δ

FRECCIA A ROTTURA [cm] $\cdot 10^{-3}$

F

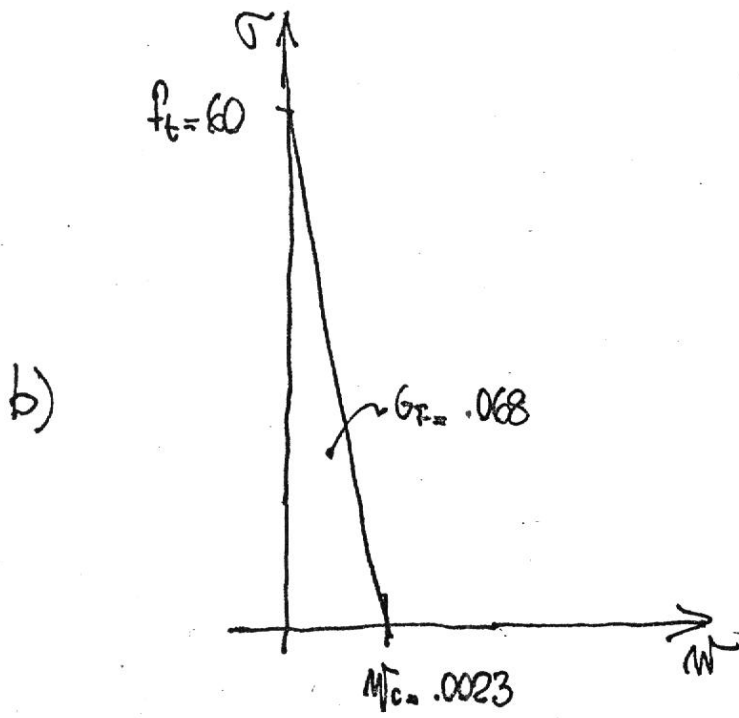
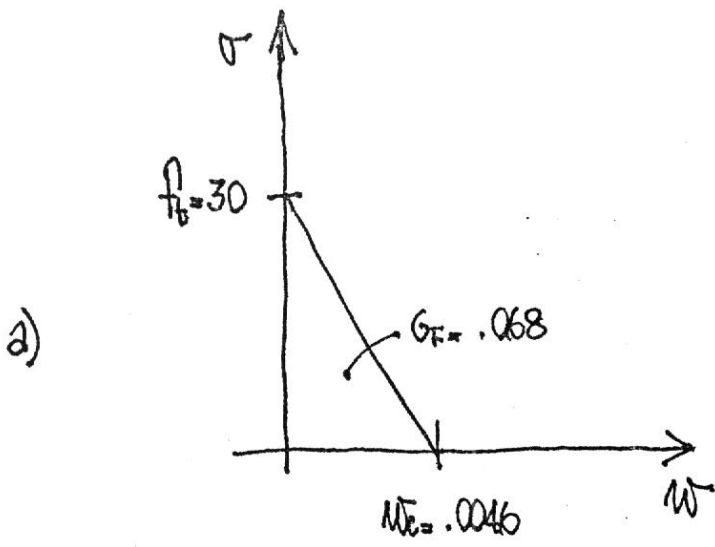
FORZA ESTERNA [kg]



E

MODULO ELASTICO [kg/cm²]

FIG. 15 - INFLUENZA DEL MODULO ELASTICO SU CARICO E FRECCIA A ROTTURA



$E = 322000$

FIG. 16

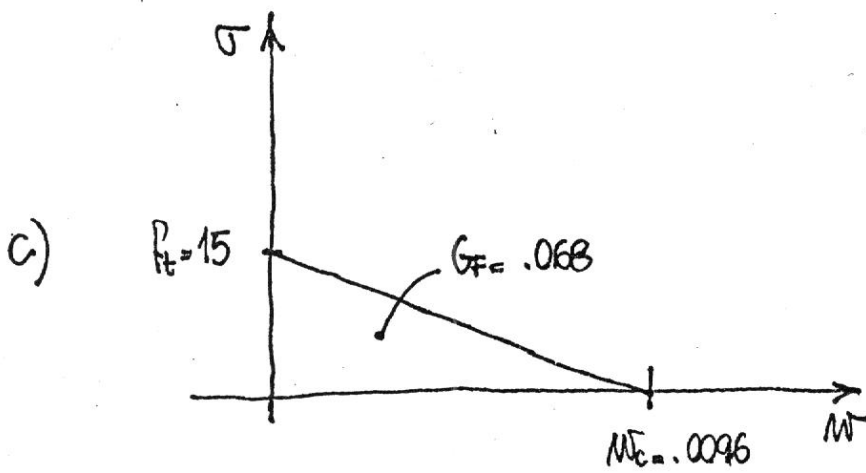


FIG. 17 - INFLUENZA DI f_t , $m\bar{c}$, G_F SU CARICO E FRECCIA A ROTTURA

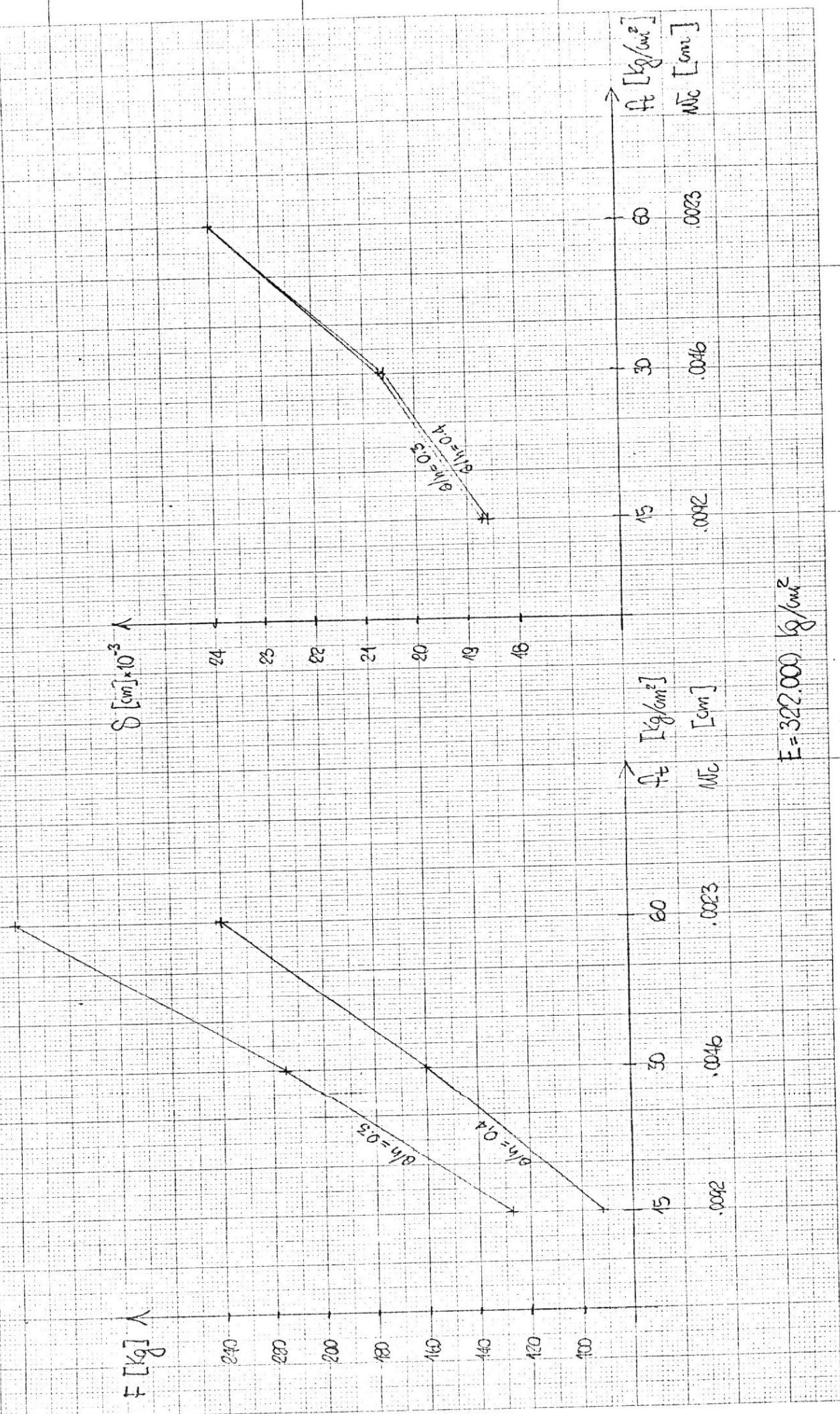


FIG. 18 - CASO b)

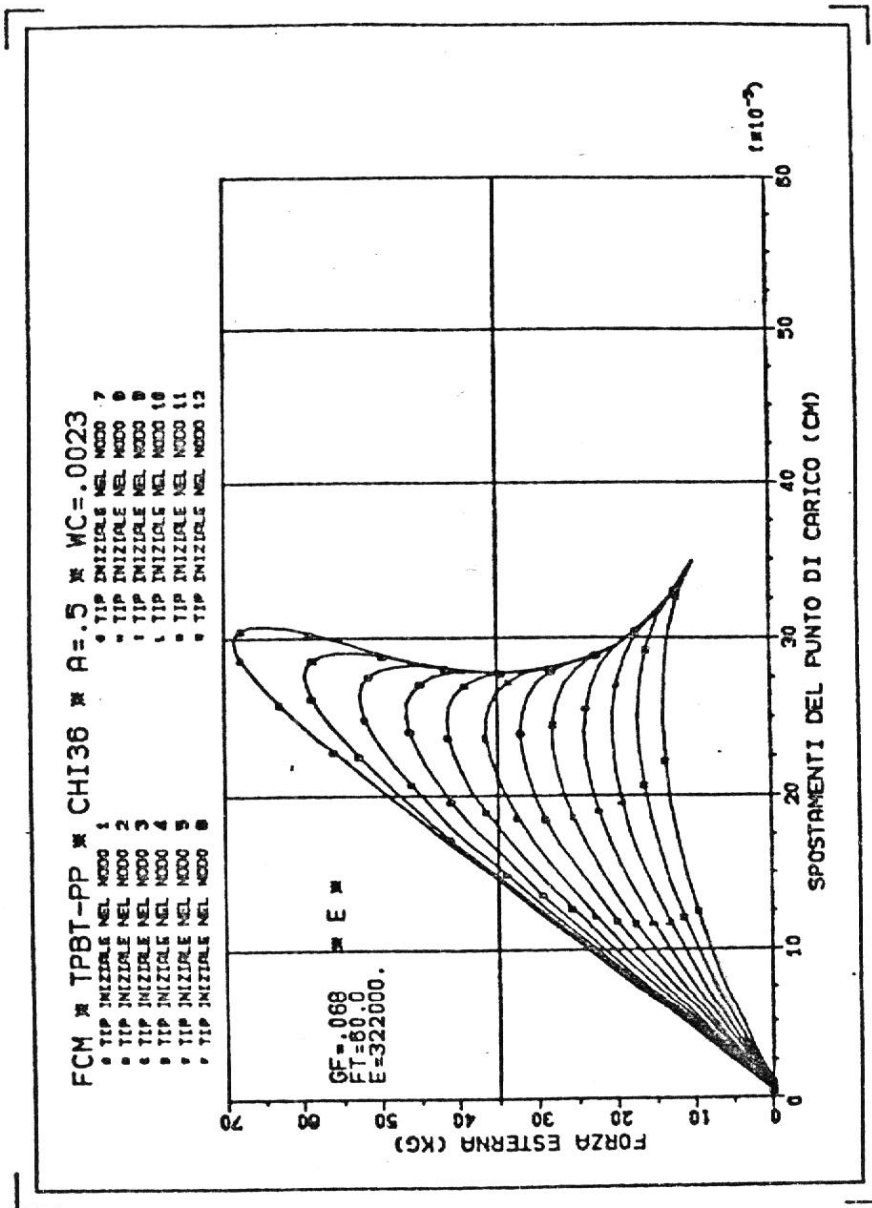
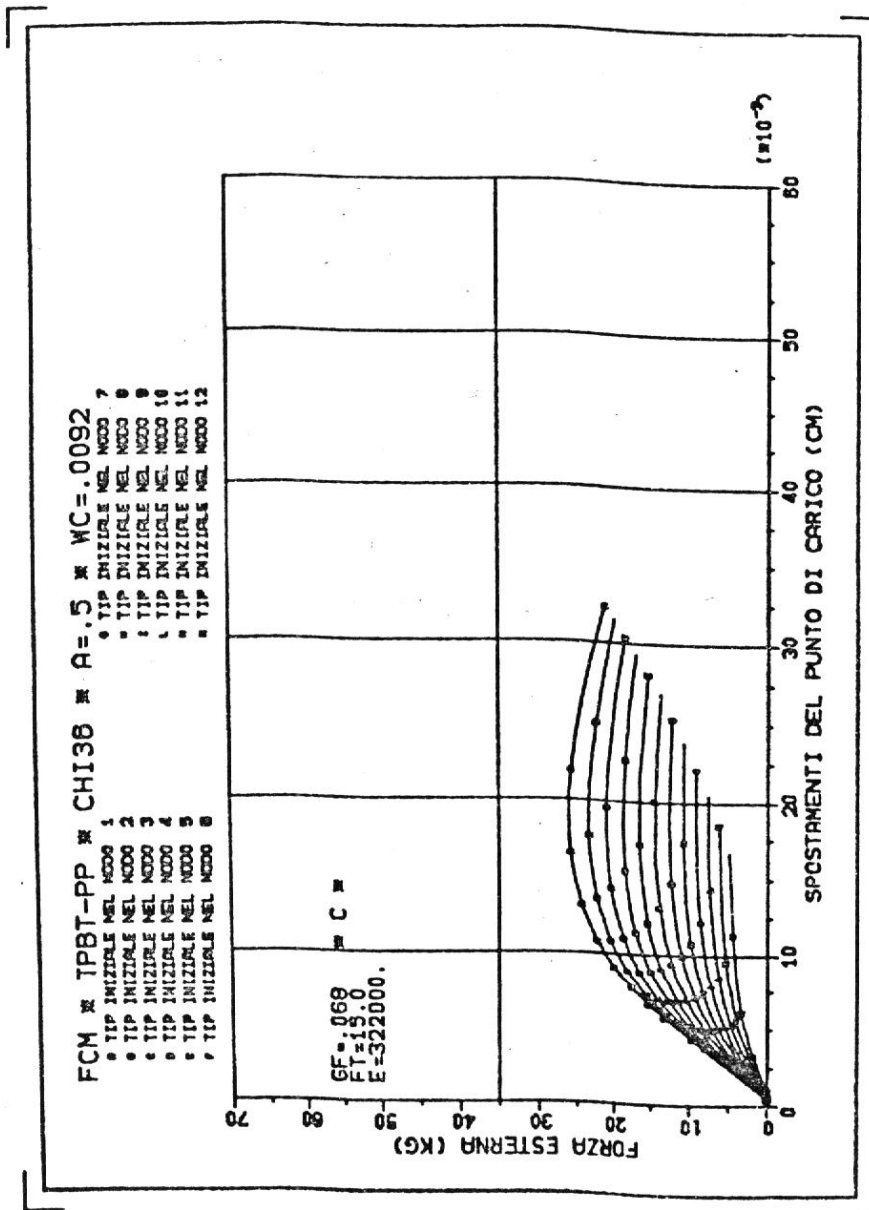


FIG. 19 - CASO c)



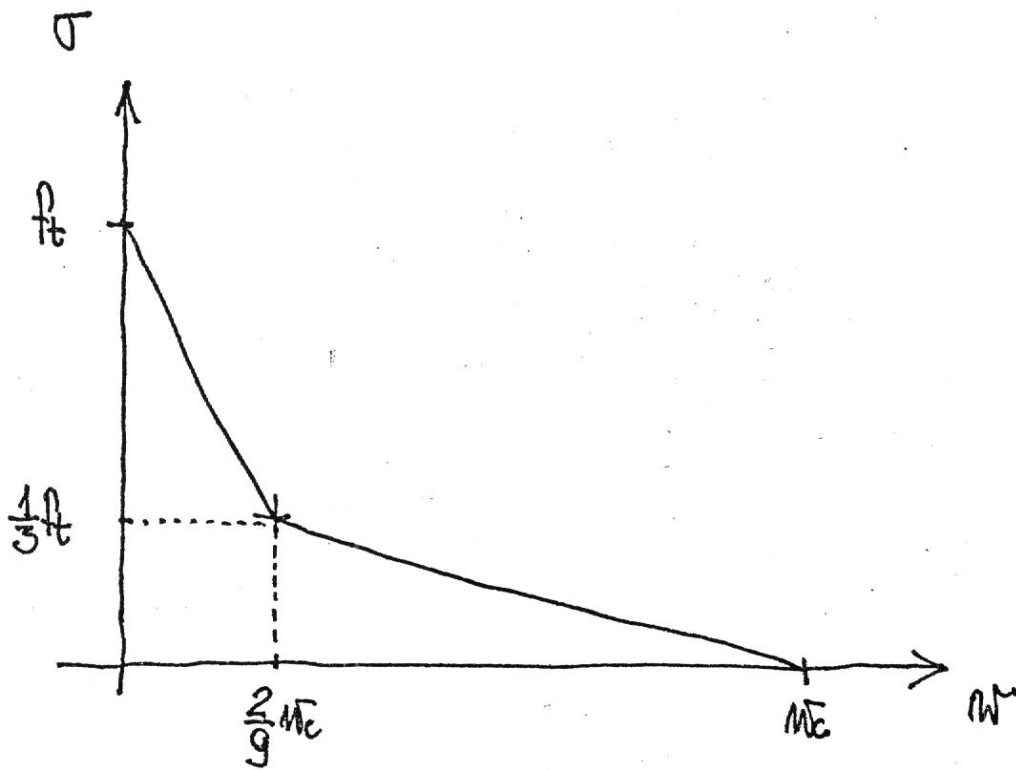


FIG. 20 - CURVA σ - ϵ BILATERA

| | | CALCESTRUZZO "A" | CALCESTRUZZO "F" |
|-------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| COMPOSIZIONE PONDERALE | CEMENTO PTL 425 | 400 kg/m ³ | 490 kg/m ³ |
| | ACQUA | 190 " | 230 " |
| | AGGREGATI | 1830 (alluvionali) " | 1680 (frantumato) " |
| | a/c | 0.475 | 0.469 |
| | PESO DI VOLUME | 2430 kg/m ³ | 2427 kg/m ³ |
| CARATTERISTICHE MECCANICHE | COMPRESSIONE | 554.7 ± 14 kg/cm ² | 566.5 ± 14.2 kg/cm ² |
| | TRAZIONE (*) | 32.2 ± 1.9 " | 33.2 ± 1.1 " |
| | FLESSIONE | 62.5 ± 2.5 " | 70.5 ± 3.5 " |
| | MODULO ELASTICO (FLESSIONE) | 298'000 ± 7100 kg/cm ² | 280'000 ± 27500 kg/cm ² |

(*) TRAZIONE INDIRETTA "BRASILIANA"

TABELLA 1

| | PROVA | CARICO DI ROTTURA [Kg] | δ_0 [m] | W_0 [Kg·cm] | G_F [Kg/cm] | G_F |
|------------------|-------|---------------------------------|-------------------|------------------|------------------|-------|
| CALCESTRUZZO "A" | 1 | 106.8 | 1074 | 3.39 | 0.107 | 0.096 |
| | 2 | 96.8 | 973 | 2.37 | 0.083 | |
| | 3 | 99.4 | 1175 | 3.12 | 0.106 | |
| | 4 | 104.0 | 1122 | 2.27 | 0.087 | |
| CALCESTRUZZO "F" | 1 | 106.6 | 662 | 2.11 | 0.067 | 0.066 |
| | 2 | 108.0 | 601 | 2.10 | 0.064 | |
| | 3 | 113.6 | 648 | 2.23 | 0.069 | |
| | 4 | / | / | / | / | |

TABELLA 2